EXPERIENCIA EN EL USO DEL ASISTENTE MATEMÁTICO DERIVE, EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS FÍSICOS Y/O GEOMÉTRICOS

Pedro Castañeda Porras, Arelys Quintero Silverio, Pablo R. Chávez Hernández
Universidad de Pinar del Río "Hermanos Saíz Montes de Oca". (Cuba)
pcasta@mat.upr.edu.cu, arelys@mat.upr.edu.cu

Campo de investigación: resolución de problemas. Nivel educativo: superior
Palabras clave: DERIVE, funciones, gráficos

Resumen
En este trabajo se tratarán problemas, en los cuales se tendrá en cuenta el aspecto de modelación, resolución e interpretación de resultados, donde predomina el análisis geométrico en cada situación.
La obtención de estos resultados será sobre la base de la aplicación de las nuevas tecnologías, que favorecen el aprendizaje del estudiante y estimulan los procesos de creación y abstracción, permitiendo realizar operaciones con rapidez y exactitud. Además facilitan el intercambio ágil de información con el ordenador, aprovechando las capacidades tanto simbólicas como gráficas de los Asistentes Matemáticos (en este caso DERIVE).

Introducción

La solución de problemas está sustentada en el aprendizaje significativo, es decir, tomando en cuenta el nivel de partida de los estudiantes y una motivación que orienta al alumno hacia el problema. "El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente" (Ausubel, 2006).

Es natural que el estudiante presente ciertas dificultades a la hora de la formulación Matemática, por no tener claro los conceptos físicos y/o técnicos al respecto, de aquí la importancia de la introducción de las nuevas tecnologías a través de los Asistentes Matemáticos. Estas liberan al estudiante de esos cálculos engorrosos, pudiendo profundizar aún más en los elementos físicos y/o técnicos, comprobar y evaluar los resultados obtenidos visualmente, constituyendo este el objetivo de este trabajo que se desarrollará a través de la solución de problemas mediante el asistente matemático DERIVE. "El uso de este asistente matemático se fue incrementando paulatinamente y actualmente se hace una necesidad como un elemento más dentro del proceso Enseñanza – Aprendizaje" (Castañeda, 2001). La solución de estos problemas haciendo uso de las nuevas tecnologías le proporciona al alumno una ilustración viva del objeto, que le permite efectuar operaciones del pensamiento suficientes para llegar a generalizaciones teóricas.

PROBLEMA 1

Una partícula se mueve según una ley del movimiento $s = f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t,\ t \geq 0$, donde t se mide en segundos y s en metros.

a) Encuentre la velocidad en el instante t.
b) ¿Cuál es la velocidad después de 3 s?
c) ¿Cuándo está la partícula en reposo?
d) ¿Cuándo se mueve hacia la derecha y hacia la izquierda?
e) Encuentre la aceleración en el instante t y después de 3 segundos.
f) Trace las gráficas de las funciones de posición, velocidad y aceleración, para $0 \leq t \leq 8$.
g) ¿Cuándo se acelera y desacelera la partícula?

Fuente: Leithold, (1998).

En este problema se utiliza el concepto de derivada para interpretar un modelo ya creado. Para el trabajo con el mismo se precisa de los componentes:

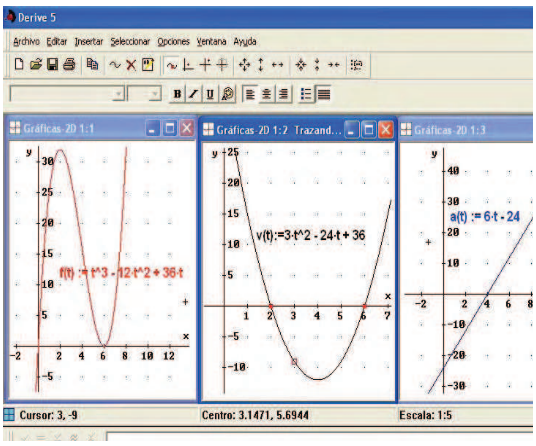
Orientación hacia el problema, trabajo en el problema, solución del problema y evaluación de su solución, los cuales constituyen el proceso para el tratamiento de problemas.
A partir del desarrollo de este proceso, los alumnos llegan a la solución del mismo de una forma activa y conciente de la actividad que realiza.

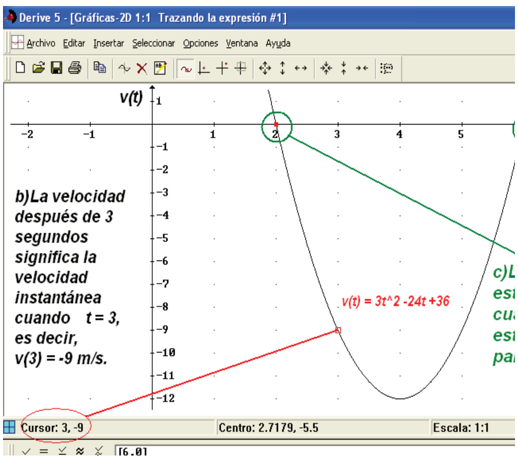
Ideas básicas para el problema 1. Metodología.

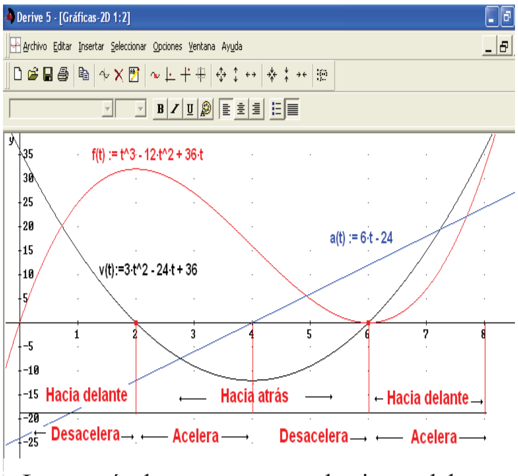
Si y = f(x), entonces la derivada $\dfrac{dy}{dx}$ se puede interpretar como la razón de cambio de y con respecto a x, examinaremos algunas ideas de la Física.

Si s = f(t) es la función de posición de una partícula que se mueve en línea recta, entonces $\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ representa la velocidad promedio en un periodo Δt y $v = \dfrac{ds}{dt}$ representa la velocidad instantánea (la razón de cambio del desplazamiento con respecto al tiempo) y la aceleración $a(t) = \dfrac{dv}{dt}$ que está dada por la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo. Este conocimiento lo veremos a continuación en problemas de velocidad.

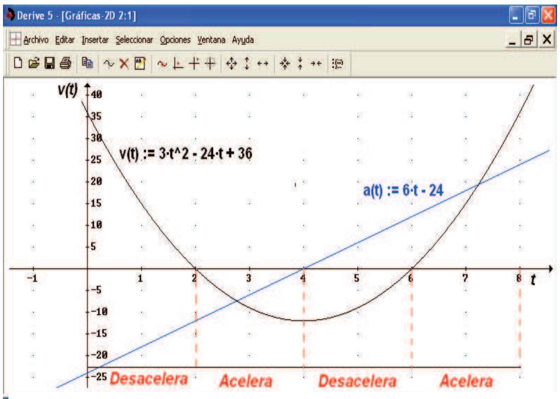
A continuación la representación gráfica de forma simultanea de las funciones *posición, velocidad y aceleración.*







La partícula se mueve hacia delante (derecha) cuando la v(t) > 0, en el gráfico esto sucede para $0 < t < 2$ y $6 < t < 8$ respectivamente, aquí la partícula se mueve en dirección positiva. La partícula se mueve hacia la izquierda cuando la v(t) < 0, se



La partícula se acelera cuando la velocidad es positiva y creciente (v y a son positivas) y también cuando la velocidad es negativa y decreciente (v y a son negativas). En otras palabras, la partícula se acelera cuando la velocidad y la aceleración tienen el mismo signo. En la figura vemos que esto sucede cuando $2 < t < 4$ y cuando $6 < t < 8$. La partícula se desacelera cuando v y a tiene signos opuestos, es decir, cuando $0 \le t < 2$ y $4 < t < 6$.

En esta situación que acabamos de analizar, el estudiante puede mediante orientaciones por parte del profesor aplicar los conceptos estudiados, reflexionar e interpretar físicamente por medio de gráficas cómo es el movimiento de la partícula. El estudiante no tiene por qué tener conocimientos físicos tan profundos para entender el problema; sin embargo a través de esta metodología se les puede inducir hacia su comprensión y orientarles situaciones más o menos complejas que podrán ser resueltas con la ayuda del Asistente Matemático.

PROBLEMA 2

Investigue la familia de curvas dada por $f(x) = xe^{-cx}$, donde c es un número real. Empiece por calcular los límites cuando $x \to \pm\infty$. Identifique cualesquiera valores de transición de c, donde cambia la forma básica.

¿Qué sucede a los puntos máximos y mínimos y a los puntos de inflexión cuando c cambia?. Ilustre lo anterior graficando varios miembros de la familia.

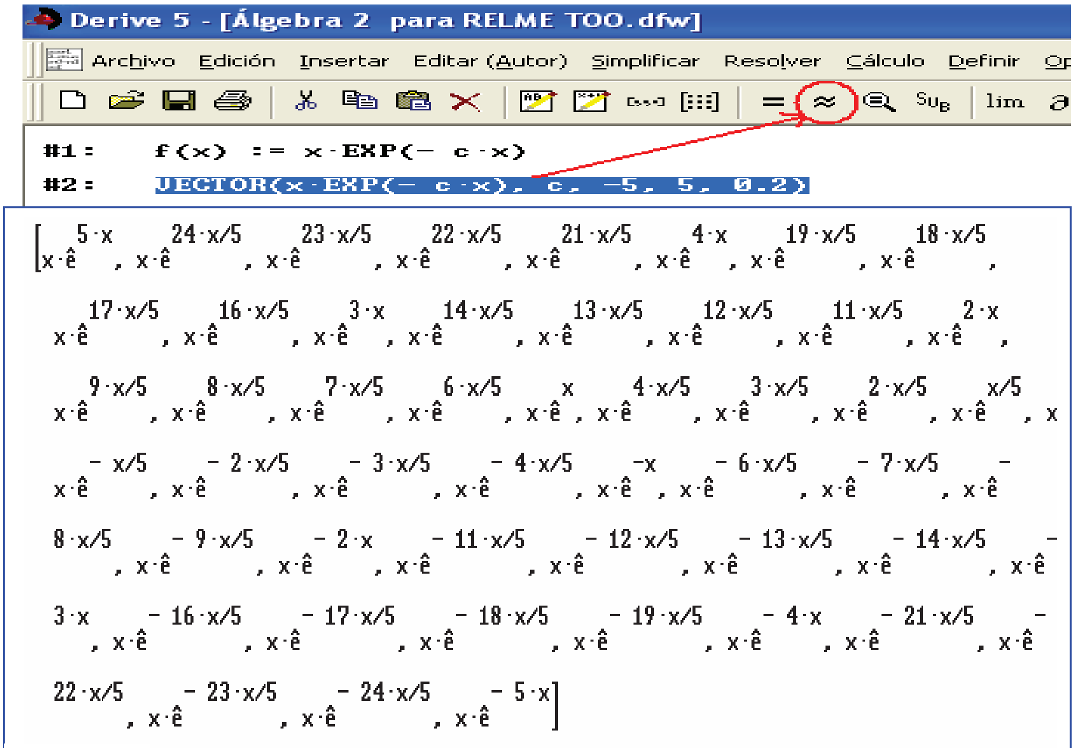
Fuente: Leithold, (1998).

Para la solución de este problema se aplican teoremas, conceptos y propiedades del cálculo infinitesimal y diferencial con el objetivo de determinar el comportamiento de una función a partir del valor de un parámetro. De igual forma que en el problema anterior aquí se precisa de los componentes que constituyen el proceso "para el tratamiento con problemas". También en éste los estudiantes arriban a la solución de forma activa y conciente a través del procedimiento inductivo.

Ideas básicas para el problema 2. Metodología

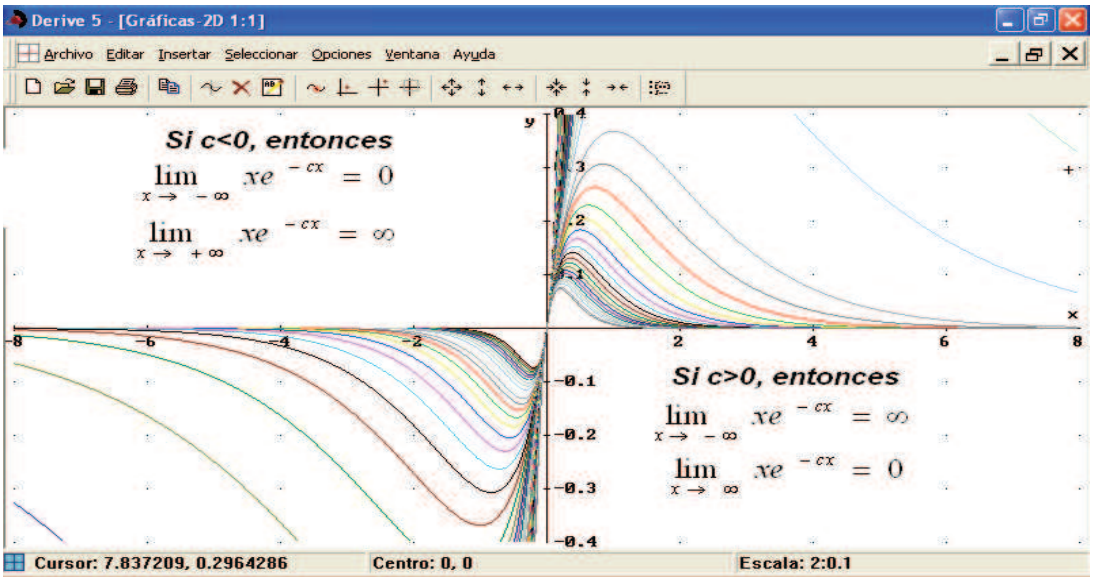
Aquí el Asistente Matemático DERIVE nos ilustra el comportamiento de la función f(x):= x·EXP(-c·x) tanto para $c > 0$ como para $c < 0$.

VECTOR(x·EXP(- c·x), c, -5, 5, 0.2), este nos representa una familia de curcas entre -5 y 5 con un paso de 0.2 (Llorens, 1993). (Fig. 2a y 2b)



Derive 5 - [Álgebra 2 para RELME TOO.dfw]
Archivo Edición Insertar Editar (Autor) Simplificar Resolver Cálculo Definir Op
#1: f(x) := x·EXP(− c·x)
#2: VECTOR(x·EXP(− c·x), c, −5, 5, 0.2)

Fig. 2a



Derive 5 - [Gráficas-2D 1:1]
Archivo Editar Insertar Seleccionar Opciones Ventana Ayuda
Si c<0, entonces
$\lim_{x \to -\infty} xe^{-cx} = 0$
$\lim_{x \to +\infty} xe^{-cx} = \infty$
Si c>0, entonces
$\lim_{x \to -\infty} xe^{-cx} = \infty$
$\lim_{x \to \infty} xe^{-cx} = 0$
Cursor: 7.837209, 0.2964286
Centro: 0, 0
Escala: 2:0.1

Fig. 2b

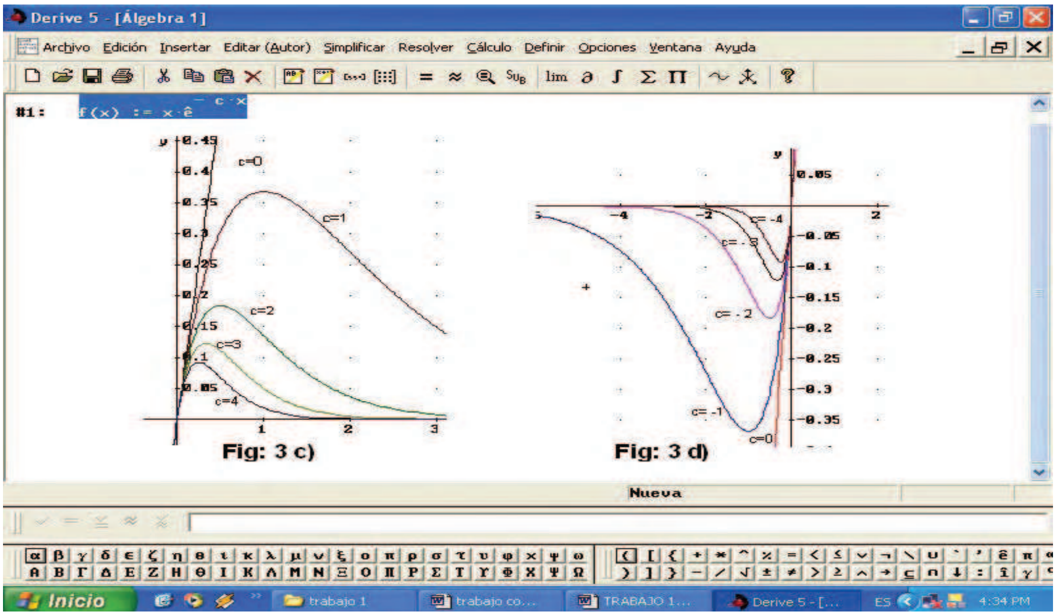


Fig: 3 c)
Fig: 3 d)

En la figura, se puede observar cómo a medida que aumenta c, los máximos de la función se acercan a cero, análogamente se observan los mínimos, y estos a medida que disminuye c se acercan al origen.

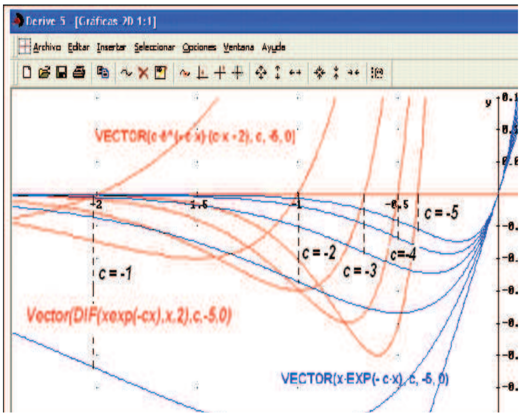


Fig. 4

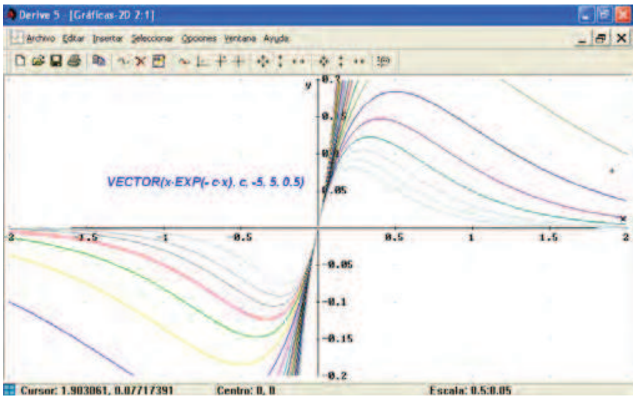


Fig. 5

En la Figura 4, se nota cómo los puntos de inflexión se acercan al origen a medida que c disminuye, estos se señalan con las líneas trazadas desde la intersección de la segunda derivada con el eje ¨x ¨ y donde cambia la función de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo y viceversa.

En la Fig: 5, se precisa lo siguiente:

$Para\ c>0, \lim_{x\to\infty} f(x)=0\ y\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty. Para\ c<0, \lim_{x\to\infty} f(x)=\infty\ y\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=0$, además

cuando $|c|$ crece, los puntos máximos, mínimos y de inflexión se acercan al origen.

El estudiante podrá con simples orientaciones observar el comportamiento de la familia de curvas que se obtiene al darle valores a la contaste c, notará las capacidades gráficas del Asistente, sin el

cual sería bien difícil interpretar y analizar geométricamente elementos como puntos de máximo, mínimos, puntos de inflexión, intervalos de concavidad y crecimiento.
Sin dudas este aprendizaje con el ordenador y el uso del Asistente hace pensar a los estudiantes desde otro ángulo, pues le brinda tantas posibilidades visuales que a punta de lápiz sería bien incómodo lograrlo y ni pensar en el tiempo que les pudiera llevar.

Conclusiones

1.Este método de solución proporciona al alumno una ilustración viva del objeto, que le permite efectuar operaciones del pensamiento suficientes para llegar a generalizaciones teóricas.
2.Las capacidades gráficas del Asistente DERIVE son extraordinariamente valiosas a la hora de visualizar funciones y pueden reemplazar una función analítica o indicar la necesidad de un análisis más profundo para el caso de funciones con alguna singularidad.
3.Los beneficios pedagógicos que proporciona la incorporación de las nuevas tecnologías en la docencia de la enseñanza de las Matemáticas se pueden resumir en que el estudiante:

- Es capaz de mover el pensamiento de lo concreto a lo abstracto y de este a lo concreto.
- Puede profundizar en el análisis teórico de los conceptos tratados en dichos problemas.
- Puede establecer conjeturas, ejemplos, contraejemplos, sin manifestar impaciencia alguna cuando comete errores repetidamente.

4.Los Asistentes actuales son lo suficientemente potentes y bien construidos como para tratar temas Matemáticos avanzados de forma sencilla y manejable por estudiantes sin la calificación de expertos.

Referencias bibliográficas

Ausubel, D. (2006). *Teoría del Aprendizaje significativo*. [En red]. Enero 2007. Disponible en: http://www.monografias.com/trabajos6/apsi/apsi.shtml.

Castañeda, P. (2001). Necesidad actual del uso del ordenador en el aprendizaje de la Matemática. *Experiencias Matemáticas y Didácticas en la Universidad de Pinar del Río* (pp.523 _ 528). Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia, España. I.S.B.N. 84-699-4419-3.

Leithold, L. (1998). *El Cálculo*. Oxford University Press México, S.A. Editorial Mexicana ISBN 0-673-46913-1.

Llorens, J.L. (1993). *Introducción al DERIVE, Aplicaciones al Álgebra y al Cálculo*. Universidad Politécnica de Valencia, España. Servicios de publicaciones. ISBN 84-7721-199-x.