

EL LABORATORIO DE COMPUTACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. UNA FORMA CONSTRUCTIVA PARA EL APRENDIZAJE

Rafael Jiménez M, Rosa Vázquez C, Milagros Gutiérrez Á.
Departamento de Matemática. Universidad de Camagüey. (Cuba)
rafael.jimenez@reduc.edu.cu, ravazquez@uci.cu, milagros.gutierrez@reduc.edu.cu
Campo de investigación: estudios socioculturales. Nivel educativo: superior

Resumen

El objetivo de este trabajo es el de fundamentar y orientar el diseño del Laboratorio de Computación para la Matemática en función de lograr su utilización coherente en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje (PEA), haciendo énfasis en la formación conceptual de la ciencia, fundamentada en la Teoría de Asimilación por Etapas de las Acciones Mentales y bajo un fundamento constructivista.

Se parte del sistema de principios al concebir la enseñanza con el uso de la computadora, y las acciones que se requieren en el proceso para su introducción, lo que posibilita concebir el laboratorio como tipo de clase, y se inserta en la cadena temática según convenga, para sistematizar los conceptos y que se transite por las etapas de la asimilación, desde una perspectiva donde el individuo construye sus conocimientos.

Introducción

En la actualidad se ha producido un incremento significativo en la introducción de las técnicas de computación en la docencia y por otra parte, aún persisten dificultades en la asimilación de los conceptos básicos en las asignaturas de la Disciplina Matemática para Ciencias Técnicas. Se requiere aprovechar las posibilidades que aporta el desarrollo tecnológico, pero su introducción no constituye un proceso sencillo, pues un uso incorrecto puede producir resultados contraproducentes. Se trata por tanto o de dar respuesta al problema de investigación: “¿Cómo contribuir a elevar el nivel de asimilación de los conceptos matemáticos?”, tomando como campo de acción en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje las actividades docentes asistidas con los asistentes matemáticos. Se muestra cómo puede encauzarse ese desarrollo tecnológico, en función de lograr mejores resultados en la formación conceptual en nuestras asignaturas, mediante la estructuración de los tipos de clases a utilizar, con una nueva concepción en la utilización del Laboratorio de Computación, con enfoque Constructivo dada la participación de los alumnos en su propio conocimiento y la Asimilación por Etapas de las Acciones Mentales.

Desarrollo

I. Situación actual

El surgimiento y desarrollo acelerado de las técnicas de computación ha provocado un aumento notable en el papel de la matemática discreta, como elemento fundamental para la modelación de problemas de la realidad, que posibilite la utilización de las técnicas de cómputo para su solución. Pero, a pesar de este hecho, en primer lugar, aún el peso fundamental en la enseñanza de la Matemática en la Universidad, descansa en la matemática del continuo, y, en segundo lugar, persiste la utilización de gran cantidad de tiempo en el desarrollo de habilidades de cálculo de procesos rutinarios. En este sentido, Guzmán [1] señala: “Parece que no se deberían enseñar tal vez cosas muy diferentes, sino que simplemente se podría prescindir de muchísimo esfuerzo rutinario dedicado a tener bien presentes y activas ciertas técnicas que el ordenador va a poder hacer mucho mejor, más rápido y más seguro”.

Por otra parte, en la enseñanza tradicional se presentan dificultades en la formación de los conceptos básicos: función, límite, etc., en los que se imponen tratamientos formales, sin que el estudiante llegue a su verdadera materialización y lo que es más importante su aplicación e inserción en la vida como entes reales necesarios y no como simples herramientas producto del intelecto.

Existe la tendencia a introducir los conceptos en su forma acabada, abstracta, lo cual ocasiona grandes dificultades en su asimilación, ya que en lo fundamental el individuo participa, para su asimilación, de forma externa y no como parte de sus construcciones y necesidades. Al respecto se ha investigado la opinión de algunos docentes, tanto en Cuba, como en el ámbito latinoamericano que de una forma u otra reafirman estas concepciones.

Collel (1994) plantea, haciendo referencia al concepto de límite... *“base de cualquier concepto del Cálculo Diferencial e Integral, (...) se le presenta en un contexto puramente lógico, y, por lo tanto, abstracto(...) constituye para las personas que lo reciben, algo así como un “jeroglífico” que deben descifrar, sin comprender su verdadero significado”*.

Por su parte, Wenzelburger (1993) expresa: *“...el tratamiento tradicional (...) no contribuye nada a la comprensión de los conceptos fundamentales del Cálculo. Las ideas básicas del Cálculo Diferencial e Integral permanecen escondidas bajo una capa de “deltas-épsilon”. De esta manera se niega al estudiante la posibilidad de una comprensión auténtica, y con ello la aplicación creativa(...). El Análisis Matemático desarrollado en forma abstracta y con perfección matemática, no alcanza a tener un verdadero significado para la mayoría de los alumnos, sobre todo para los que más adelante van a ser usuarios de las matemáticas (...)*.

Blanco (1998. p. 33) hace énfasis sobre: *“...la necesidad de que el alumno interiorice lo mejor posible este concepto, lo cual no quiere decir que el alumno pueda repetir rigurosamente la definición o que haya memorizado un buen número de propiedades de los límites: pues estas memorizaciones están muy lejos de ser acciones mentales (...)*.

Esta situación relativa al concepto de límite, se hace extensiva a los conceptos básicos del Cálculo Diferencial. De esta manera, se convierte en práctica cotidiana la siguiente afirmación de Elfriede Wenzelburger: *“Pero tal tipo de introducción es la causa de la falta de comprensión de las ideas fundamentales del cálculo por arte del alumno, ya que se pierde en la precisión matemática, las demostraciones rigurosas y en un lenguaje formal impecable. De esta manera tenemos muchos alumnos de Cálculo que saben manejar métodos, definiciones y reglas en forma rutinaria, sin comprender el sentido de esas operaciones, reproduciendo los pasos, por ejemplo, de los métodos de diferenciación e integración, más de memoria que en forma significativa”*. (Wenzelburger, 1993)

Al respecto, R. Skemp (1980) sugiere tener en cuenta en la enseñanza de la Matemática dos principios:

1. Los conceptos de un orden más elevado que aquellos que una persona ya tiene, no le pueden ser comunicados mediante una definición, sino solamente preparándola para enfrentarse a una colección adecuada de ejemplos.

2. Puesto que en matemáticas estos ejemplos son invariablemente otros conceptos, es necesario en principio asegurarse de que éstos se encuentran ya formados en la mente del que aprende.

A lo cual añade que: *“La gran mayoría de los libros de texto, pasados y presentes quebrantan el primero de estos principios. En casi todos se ven nuevos temas, introducidos no a base de ejemplos, sino por conceptos a los cuales se refieren), pero ininteligibles para el estudiante”*. (Skemp, 1980)

II. Propuesta didáctica

Para la comprensión adecuada de los conceptos, deben tenerse en cuenta las regularidades que se presentan en el proceso de asimilación. De acuerdo con Davidov (1988), en el pensamiento teórico se produce una reelaboración de los datos de la contemplación viva y se representan mediante conceptos, lo cual permite develar su esencia, es decir permite reproducir sus nexos internos, lo que no puede lograrse en la contemplación.

Este aspecto ha sido tratado por varios investigadores en nuestro colectivo. Al respecto, Blanco precisa: "...el proceso de asimilación se desarrolla a través de las acciones externas materializadas, a las internas y mentales, esto es de lo abstracto a lo concreto, de lo particular a lo general, y de aquí a lo particular de nuevo. (no podemos decir que se ha asimilado una teoría si no se puede resolver ningún problema particular de la misma)". (Blanco, 1998, p. 43)

Por su parte, Portuondo (1999) plantea que la representación del concepto no es suficiente para su asimilación, debe además, pasar a lo racional, ya que la representación es un proceso sensorial, de aquí que si no se enjuicia el contenido del proceso, sus acciones necesarias y suficientes (esenciales), el alumno, por lo tanto, no se apropia de éste. Es decir, que el alumno puede saber que de forma general la derivada de funciones de R^n en R^m , pero no ha interiorizado el concepto, si no puede deducir, a partir de esta definición (expresión general del concepto), la derivada ordinaria, las derivadas parciales, etc.

Se requiere entonces que la asimilación vaya de lo particular a lo general en la formación del concepto (la invariante) y regrese a lo particular, tanto en la deducción de los casos particulares del concepto (Derivada ordinaria, Derivada Parcial, etc.), como en la interpretación y posibles aplicaciones, a fin de lograr lo inductivo y lo deductivo en el proceso de asimilación.

Para lograr que se produzca la inducción y posteriormente la deducción, lo que, al mismo tiempo, le permite aplicar este método científico - teórico, por lo que también se incluyen actividades prácticas preparatorias a la introducción de los conceptos.

Para estas actividades se impone analizar las ventajas y desventajas que proporciona la introducción de las técnicas de cálculo, que en concordancia a los criterios de diversos autores Guzmán (1991), Legañoa (2001), etc. se sintetizan en: la computadora proporciona la respuesta con rapidez y seguridad por lo que se ahorra una gran cantidad de trabajo. Posibilidad de ilustrar gráficamente. Permite desarrollar el pensamiento conjetural. Puede trabajarse en los procesos de pensamiento que han conducido a esas soluciones. En cuanto a los riesgos que se corren con una aplicación incorrecta: la enseñanza de conceptos abstractos en el momento incorrecto puede ser peligrosa; las respuestas se proporcionan demasiado pronto, es decir sin insistir en la necesidad de pensar primero; la existencia de programas de computación puede mejorar la calidad de nuestra enseñanza, pero también existe una fuerte posibilidad de mantenerse dentro de los esquemas de la enseñanza tradicional, por tanto, su efecto puede ser más aparente que real; es un riesgo importante que la incorporación de tales procesos de pensamiento en la mente del estudiante pueda ser entorpecida mediante un uso inadecuado del mismo.

Teniendo en cuenta estos elementos, se requiere profundizar en el estudio de esta temática.

Se parte de los *Principios al concebir la enseñanza con el uso de la computadora* tal y como fueron enunciados por Legañoa (2001):

Principio de la Integración. La computadora no puede sustituir al maestro, ni al libro de texto. No puede reemplazar ninguno de los recursos que se posee para llevar a cabo el proceso, ella se integra a esos recursos, aportando posibilidades nuevas.

Principio de la Racionalidad. La computadora debe usarse en aquellas áreas que hacen uso de las potencialidades que ella ofrece en la activación del proceso de aprendizaje (simulación de procesos, cálculo, interacción con el alumno, etc.).

Principio del Diseño Programático del Contenido. Usar la computadora para ilustrar ejemplos del currículum actual no es suficiente. Hay que analizar el currículum asumiendo la disponibilidad de las computadoras y sus potencialidades, realizando el diseño programático del contenido teniendo en cuenta estos elementos.

Principios del Doble Papel del Maestro. En el proceso docente al maestro le corresponde el papel de guiar y mediatizar los saberes socioculturales que debe aprender a interiorizar el alumno. Esto significa que debe enseñar en un contexto de interactividad propiciando que los alumnos reconstruyan el conocimiento.

Principio de la Interactividad del Alumno. El alumno interioriza el conocimiento, primero en el plano interindividual y posteriormente en el plano intraindividual. Por ello el uso de la computadora debe concebirse de forma tal que permita la interacción entre los alumnos y entre estos y el profesor.

Principio de la Caja Transparente. La computadora debe dar la posibilidad de evaluar y de autoevaluar a los alumnos en cada etapa del proceso con el fin de que los alumnos detecten sus preconcepciones erróneas y puedan modificarlas.

A estos aspectos de tipo estratégico, debe unirse la comprensión de cuáles deben ser las *Funciones de la Computadora en la Enseñanza*:

1. Provocar la contradicción dialéctica entre la predicción de lo que el alumno piensa que va a suceder y la realidad, acercándolo a la verdadera formación del concepto y no solo al cálculo.
2. Propiciar el proceso de construcción de los nuevos conceptos a partir de las acciones que los alumnos realizan.
3. Propiciar el paso de lo particular a lo general y de aquí a lo particular nuevamente. Se consolida el proceso de asimilación.
4. Propiciar el descubrimiento de nuevas relaciones y la formulación de nuevas leyes desconocidas para él, por las potencialidades de cálculo de la computadora.
5. Propiciar el reforzamiento de los procesos de inducción-deducción, abstracción- concreción.

Es necesario, a partir de estos elementos, determinar las: *Acciones en el Proceso.*

- A partir del conocimiento de las principales dificultades del tema, determinar los conceptos que se quieren afianzar, visualizar y desarrollar.
- Determinar el momento más apropiado del tema para desarrollar las actividades con la computadora. Fundamental en este sentido es el laboratorio y las demostraciones de clases.
- Determinar el conocimiento previo que es necesario dominen los alumnos con la computadora.
- Selección de las tareas.
- Determinar las preguntas más apropiadas para motivar y dirigir la observación de los estudiantes y el proceso de razonamiento, antes, durante y después del laboratorio u otras actividades que se organicen.
- Determinar las preguntas de seguimiento que pueden ser usadas para evaluar el desarrollo de la comprensión del nuevo concepto.

III. Algunas Propuestas de Actividades Docentes

A manera de ejemplo de cómo utilizar el Laboratorio de Computación en actividades prácticas preparatorias para la introducción de los conceptos, se muestra el tratamiento del Concepto de Límite. Previo a la introducción de éste se incluyen actividades para el:

- Estudio de gráficas de funciones, analizando su tendencia al aproximarse a un punto.
- Desarrollo de habilidades en el trabajo algebraico con funciones y cálculo de incrementos.

- Cálculo de valores funcionales en puntos próximos a un punto dado.

Para el tema se sugieren actividades de laboratorio donde el estudiante experimente y haga conjeturas relativas a su comportamiento, dado conjuntos de valores o su representación gráfica, de modo que se contribuya al desarrollo intuitivo.

De manera análoga, previo a la introducción del concepto de Derivada, se incluyen clases donde se trabaja en:

- Cálculo de incrementos de funciones, cocientes de incrementos (razones de cambio).
- Determinación de razones de cambio medias en problemas concretos (Velocidad media, pendiente de rectas secantes a una curva, etc.).
- Cálculo de límites de razones de cambio medias, casos particulares de indeterminaciones del tipo $(0 / 0)$.

Otro aspecto a tener en cuenta es que el estudiante, en la enseñanza precedente, desde la primaria, ha afianzado la preconcepción de que los resultados, para que sean correctos, deben ser exactos, ha desarrollado habilidades en la solución exacta de ecuaciones, sistemas de ecuaciones, etc.

Aunque este estudiante posteriormente recibirá elementos de Matemática Numérica, en el momento de estudiar un concepto determinado, debe hacerse el estudio multifacéticamente, es decir, tanto analítica, como gráfica y numéricamente. Aunque más adelante, se estudiarán los métodos numéricos, para lo cual se requerirá la obtención de determinados algoritmos de cálculo, la obtención de estos se fundamenta en la comprensión de dichos conceptos, por lo cual no debe desaprovecharse este momento, pues más adelante habrá un mayor distanciamiento de los conceptos, teoremas, etc., que permiten desarrollar dichos algoritmos, lo que puede incidir negativamente en la comprensión adecuada de los mismos. Es por ello que se sugiere desarrollar también Laboratorios de Computación para aplicar los métodos numéricos a la solución de problemas vinculados a la especialidad. Por ejemplo, Laboratorios para:

- Solución aproximada de ecuaciones. (Métodos de Bisección y Newton)
- Aproximación de Funciones. (Ajuste de Curvas e Interpolación)

Estas clases deben ser precedidas de actividades en la que se oriente la utilización del asistente en el tipo de problemas a resolver, y para que el alumno verifique las condiciones en que pueden aplicarse los algoritmos, las condiciones de convergencia, y para que pueda “correr” manualmente estos algoritmos, lo cual permite que, al utilizar posteriormente el asistente, no lo asuma como una “Caja negra” en la resolución de los problemas.

Por último, es necesario reafirmar en que en esta Disciplina el estudio de los conceptos matemáticos no son un fin en si mismos, sino un medio para la modelación y resolución de problemas de la práctica profesional, por lo que no constituye un objetivo el que se conviertan en “calculadores” de límites, derivadas, etc., “resolvedores” de Sistemas de Ecuaciones, de Ecuaciones Diferenciales, etc. Es por ello que debe darse a la Computadora el papel que le corresponde en este sentido, y mostrar a los estudiantes cómo utilizar los asistentes Matemáticos (DERIVE, MATLAB, etc.) como Medio de cálculo, y permitir la utilización de Tablas, Calculadoras o Computadoras en cualquier tipo de trabajo o evaluación, para que pueda utilizar la Matemática de forma creativa.

Conclusiones

En este trabajo se ha mostrado cómo puede perfeccionarse el trabajo en la formación de los conceptos en la Enseñanza de la Matemática, aprovechando las ventajas del desarrollo científico – tecnológico, y teniendo en cuenta los principios al concebir la enseñanza con el uso de la

computadora, las Funciones de la Computadora en la Enseñanza y las Acciones a desarrollar en el Proceso. En particular se presenta una experiencia desarrollada en la Disciplina Matemática, en la Carrera Ingeniería en Informática, en la que se describe la utilización de una nueva concepción en la utilización del Laboratorio de Computación.

Asimismo, se ha expuesto cómo utilizar los asistentes matemáticos en varias formas:

- Para la formación de conceptos.
- Para el desarrollo de la visualización.
- Para el estudio de aspectos, propiedades, etc. relativos a un concepto.
- Como herramienta de cálculo.
- En los Métodos Numéricos.

Referencias bibliográficas

- De Guzmán, Miguel. (1991). Los riesgos del ordenador en la enseñanza de la matemática. *Actas de las Jornadas sobre enseñanza experimental de la matemática en la Universidad*. Universidad Politécnica de Madrid.
- Collel, A.E. (1994). Educación Matemática. Vol. 6. No. 2.
- Wenzelburger G, E. (1993). Didáctica. Cálculo Diferencial. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Blanco Sánchez, R. (1998). Subsistema didáctico de la Disciplina Matemática para Ciencias Técnicas, fundamentado en las leyes de la Asimilación y la Teoría del Conocimiento. Tesis de Doctorado no publicada.
- Skemp, R. (1980). Psicología del Aprendizaje. Madrid: Editorial Morata.
- Davidov, V.V. (1988). La Enseñanza Escolar y el Desarrollo Psíquico. Editorial Progreso.
- Portuondo P., R. (1999). Teoría de la Formación por Etapas de las Acciones Mentales. Una metodología de la Enseñanza para el Tercer Milenio. Antología de la Zona Educativa del estado de Yaracuy, Yaracuy, Venezuela.
- Alvarez de Zayas, C. (1999). La Escuela en la Vida". La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- de Guzmán, Miguel. (1993). Tendencias innovadoras en Educación Matemática. Organización de Estados Americanos para la Educación y la Cultura. Disponible en: <http://www.oei.es/edumat.htm>
- Jiménez Martínez, R. (1999). Utilización de las Cadenas Temáticas en la Enseñanza del Cálculo Diferencial. Tesis de Maestría no publicada.
- Legaña Ferrá, M. (2001). Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación: un desafío para la educación. Ponencia presentada ante el Centro de Estudios de Ciencias de la Educación "Enrique José Varona" Universidad de Camagüey. Cuba.
- Pérez G., O. (1999). *La evaluación del aprendizaje en la enseñanza de la Matemática para Ciencias Técnicas*. Tesis de Doctorado no publicada. Universidad de Camagüey, Cuba.
- Vazquez Cedeño, R. (1998) "La Resolución de problemas y tareas docentes de matemáticas para Ciencias Técnicas". Tesis de Doctorado no publicada.