TEORIA DOS NÚMEROS: AMPLIANDO OS CONCEITOS NO ENSINO MÉDIO

Lisandra de Oliveira Sauer e Rosvita Fuelber Franke
Universidade Luterana do Brasil- Brasil
licasauer@terra.com.br, rosvitafranke@ig.com.br

Campo de Investigación: Pensamiento algebraico; Nivel Educativo: Medio

Resumo

O presente artigo relata uma comunicação científica derivada de uma pesquisa em que se explorou qualitativamente o pensamento aritmético e a importância de conceitos de Teoria de Números, em uma turma piloto de 12 alunos voluntários iniciantes do curso licenciatura em Matemática da ULBRA. O propósito de tal investigação foi o de identificar como os alunos resolvem certos problemas matemáticos que necessitam de conhecimentos prévios, sem terem padrões estabelecidos e como procedem após rever esses conceitos. Para a fundamentação da pesquisa foram aplicadas atividades, primando pela linguagem matemática e pela construção de conceitos, utilizando a metodologia resolução de problemas. Consideramos esse estudo de vital importância, pois os tópicos desenvolvidos estimulam a curiosidade e a compreensão dos conteúdos matemáticos abstratos.

Palavras chaves: Ensino e Aprendizagem, Teoria dos Números, Pensamento Aritmético.

Introdução

Nas últimas décadas o Brasil passou por vários processos de transformação, o que gerou a necessidade de desenvolver pesquisas em metodologia no ensino da matemática. Mobilizados e motivados por essa necessidade investigamos e elaboramos atividades referentes à Teoria de Números, que estuda a relação entre os Números Inteiros. Essas relações podem ser desenvolvidas de forma a estimular nos alunos de nível médio o interesse pela matemática, aprimorando seu raciocínio lógico, fazendo com que o mesmo desenvolva a capacidade de manipular conceitos e propriedades de forma clara e objetiva, procuramos sempre que possível relacionar a teoria algébrica com a geométrica utilizando a metodologia resolução de problemas.

Segundo Celina Veira e Rui Vieira (2001), "a resolução de problema surge como um contexto para os alunos usarem as suas capacidades de pensamento, designadamente de pensamento crítico, a fim de se tornarem melhores solucionadores de problemas pessoais e sociais que envolvem conhecimentos de matemática". Concordamos com esse pensamento, no sentido de "formadores" de professores, pois é necessário ter um tempo não apenas para resolver problemas, mas para questionar métodos de resolução e debater a sua importância para que o futuro professor tenha uma posição formada de porquê desenvolver tais conceitos matemáticos com os alunos de ensino médio.

Quando falamos em discutir a relevância de conceitos matemáticos, primamos por conceitos da teoria de Números, pois concordamos com Astudillo e outros (1989), quando afirmam que com a corrente da matemática moderna tanto a geometria quanto a teoria de números ficaram relegadas nos currículos de matemática, nos últimos anos a geometria vem recuperando espaço nos currículos escolares, não ocorrendo o mesmo com a teoria de números. Temos consciência de que os temas de teoria de números estão presentes nos livros didáticos, a questão é o tratamento dado a esses temas que muitas vezes aparecem como um receituário, um algoritmo distinto de outras áreas da matemática. Existem na literatura em geral, aplicações que fogem a esse panorama e, utilizando algumas dessas aplicações, procuramos organizar uma seqüência didática que busca a evolução do pensamento matemático dos alunos licenciandos, pois, segundo Polya. (1995): "A primeira regra do ensino é saber o que se deve ensinar. A segunda, é saber um pouco mais do que aquilo que se deve ensinar".

Visando a validação da hipótese "a introdução e o desenvolvimento de atividades didáticas com a Teoria dos Números contribui na formação do professor de Matemática, possibilitando a reflexão da importância da transposição didática adequada desses conceitos no Ensino Básico", optou-se pela abordagem qualitativa, entendendo que nessa perspectiva é possível uma análise mais detalhada da situação pesquisada, possibilitando, assim, conhecer e entender as circunstâncias particulares em que o objeto do estudo se insere.

O estudo exploratório, segundo Trivinos (1987), permite aos investigadores envolvidos aumentar sua experiência em torno do problema, aprofundando seus estudos nos limites de uma realidade específica, buscando antecedentes e maiores conhecimentos para, em seguida, planejar uma pesquisa do tipo experimental.

Atividades propostas

Apresentaremos duas atividades propostas e discutidas durante os cinco encontros com os alunos voluntários do curso de licenciatura em Matemática:

a) Determinação geométrica do Máximo Divisor Comum (*mdc*)

Essa é uma aplicação do conceito de máximo divisor comum, bem conhecida, que relaciona a álgebra com a geometria, mas que mostra ao aluno a idéia de que o *mdc* de dois números inteiros é o lado do maior quadrado, de lado inteiro, que podemos decompor um retângulo de dimensões dadas. Por exemplo: Dada uma folha retangular de lados 9cm e 6cm , qual o tamanho do quadrado de lado inteiro, maior possível, pode ser decomposto essa folha?

Acreditamos que esse problema é melhor compreendido através da seguinte resolução:

Começamos construindo um retângulo de lados medindo 9u.c. e 6u.c. e traçamos quadrados tantos quanto possíveis medindo 6u.c. (figura 1) de lado, contido no retângulo inicial.

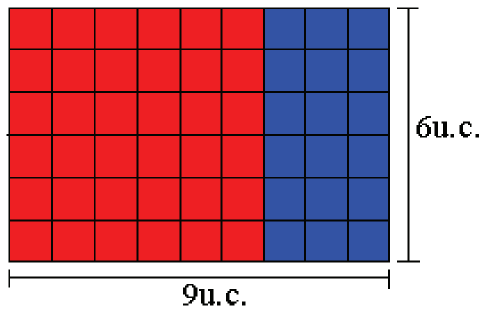

Figura 1

Obtemos um quadrado de lado 6u.c. e um retângulo de lados 3u.c. e 6u.c., isto é:

$$9 = 6.1 + 3$$

Como o resto não é zero repetimos o processo para 6 e 3, agora construído um retângulo de lados 6u.c. e 3u.c (figura 2).

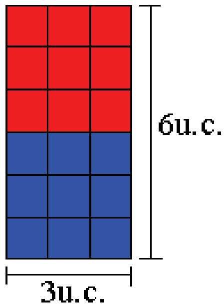

Figura 2

Obtemos dois quadrados de lado 3u.c., ou seja, $6 = 3.2 + 0$. Como o resto é 0 então a solução é 3, ou seja, o $mdc(9,6) = 3$.

b) Que dia é hoje?

Uma aplicação interessante da teoria de congruências e classes residuais é a determinação dos dias da semana em um determinado ano.

Escolhemos o ano vigente 2005.

Para viabilizar a compreensão, tomaremos como referência o mês de maio, no qual o dia 1º deste mês caiu justamente no Domingo, dia 2 na Segunda-feira, dia 3 na Terça-feira e assim sucessivamente até o dia 7 que caiu no Sábado. Como as semanas possuem 7 dias, montamos a seguinte tabela:

Tabela 1
Constantes dos dias obtidos por congruência módulo 7.

Constantes dos Dias						
DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO
1	2	3	4	5	6	0

Esta tabela nada mais é que as classes residuais módulo 7, o Sábado está na classe residual do $\overline{0}$, pois $7 \equiv 0 \pmod 7$, os dias posteriores a 7 deste mês recairão em uma dessas classes.

Utilizando o dia 13 de maio como exemplo. Sabemos que este dia é uma Sexta-feira, e por congruência obtemos, $13 \equiv 6 \pmod 7$, o que comprova a tabela acima.

Agora observe o que acontece com os demais meses.

Como maio é o mês de referência, determinamos a ele uma constante *c,* sendo $c = 0$.

Consideremos agora o dia 31 de maio, temos que $31 \equiv 3 \pmod 7$, ou seja, este dia é uma Segunda-feira, logo o dia 1º de junho cai em uma Quarta-feira, mas $1 \equiv 1 \pmod 7$, que pela nossa tabela é Domingo. Portanto, as classes não estão coincidindo com o dia da semana do mês de junho, conforme a tabela.

Para que possamos determinar o dia do mês posterior, no caso junho, devemos ajustar as classes residuais. Pegamos a constante $c = 0$, e a classe residual do último dia do mês de maio e os somamos, obtemos assim a constante do mês (junho) que por sua vez é adicionado a classe residual do dia estudado.

Portanto, a constante de junho é $c = 0 + 3 \Rightarrow c = 3$. E para 1º de junho, concluímos que 1+3=4, logo é uma Quarta-feira.

Em julho temos, $30 \equiv 2(\mathrm{mod}\,7)$, logo para calcular a constante do mês de julho, pegamos a constante de junho, $c = 3$ e adicionamos 2, $c = 3 + 2 \Rightarrow c = 5$. E para 25 de julho temos, $25 \equiv 4(\mathrm{mod}\,7)$, assim temos que $5 + 4 = 9$, que pertence a classe residual $\overline{2}$ módulo 7, logo é uma Segunda-feira.

Para o mês anterior, no nosso caso abril, devemos encontrar a classe residual do seu último dia e subtrair da constante do mês de maio, assim obteremos a constante do mês de abril.

Sabemos que abril tem 30 dias, assim $30 = 2(\mathrm{mod}\,7)$, então a constante do mês de abril é $c = 0 - 2 \Rightarrow c = -2$, mas como estamos trabalhamos com valores positivos, temos que a classe residual $-\overline{2}$ módulo 7, também é igual a classe $\overline{5}$, portanto $c = 5$. Para o dia 16 de abril temos, $16 \equiv 2(\mathrm{mod}\,7)$, portanto $5 + 2 = 7$. Como a classe do sete é a mesma de zero, logo é um Sábado.

Tomando como referência o mês de maio de 2005, obtemos os valores das constantes dos meses restantes na tabela 2.

Tabela 2
Constantes dos meses do ano de 2005,
obtidos por congruência módulo 7

Constantes dos Meses do Ano de 2005											
JAN	FEV	MAR	ABR	MAIO	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4

Obs. O mês de referência sempre terá a constante igual a zero, qualquer mês do ano pode ser tomado como referência, basta relacionar os dias da semana com as classes residuais módulo 7.

Análise dos Resultados

O experimento didático foi avaliado, pelo grupo de pesquisa, como muito positivo nos seus resultados. Os alunos estiveram, durante o trabalho de grupo, motivados e interessados na realização das atividades e 70% dos alunos investigados afirmaram que perceberam progresso no estudo de disciplinas do curso nas quais estavam matriculados, durante a implementação do experimento.

Os alunos demonstraram desenvoltura no trabalho em grupo, propiciando um clima de discussão e trocas de idéias, bem como, um ambiente favorável ao levantamento de dúvidas em todas as atividades propostas, o que é fundamental para a aplicação de uma metodologia que busca a resolução de problemas.

Observou-se que os alunos participantes do experimento encontraram dificuldades para realizar as tarefas. As atividades que exigiam aplicação direta dos conceitos foram solucionadas, porém quando as atividades exigiam uma interpretação mais detalhada e não estavam identificados os conceitos a serem aplicados, os alunos não conseguiram relacionar a teoria com a prática e a solução não foi encontrada.

Os alunos demonstraram não ter conhecimento de atividades desse tipo e nem da importância do trabalho com os conceitos referidos para o desenvolvimento do pensamento aritmético e do quanto esse conhecimento auxilia os alunos na compreensão de outros conceitos e na resolução de problemas. Os doze alunos afirmaram que reconhecem a importância das mesmas e mostraram–se receptivos a aplicação de uma metodologia de trabalho em sala de aula, como as desenvolvidas no experimento didático.

Com base nos resultados obtidos confirma-se a hipótese de que é de extrema importância o aluno, futuro professor, defrontar-se, durante sua formação, com atividades que o levem a refletir sobre uma metodologia adequada ao desenvolvimento do pensamento aritmético, qualificando, assim sua prática docente.

Referências Bibliográficas

González, T., Sierra. M., González, M. y Sánchez, A. (1989). *Divisibilidad.* Madrid: Síntesis.

Clasen, Z. (1995). Uma Interpretação geométrica do MDC. *Revista do Professor de Matemática* nº 29, 3º quadrimestre.

Polya, G. (1995). *A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático.* 2ª reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência.

Silva, A.(1987). Introdução à pesquisa em Ciências Sociais. São Paulo, Atlas.

Tenreiro, C. y Marques, R. (2001) Resolução de Problemas e pensamento crítico: Em torno da(s) possibilidade(s) de articulação. Educação e Matemática nº 62. Março/ abril de 2001.