EL USO DE MATERIALES EDUCATIVOS EN LA FORMACIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Guillermo Jaime Liu Paredes
Colegio Villa María –La Planicie- Lima Perú
gliu@mail.vmaria.edu.pe

Campo de investigación: Modelación matemática; Nivel educativo: Medio básico y Medio superior.

RESUMEN

El uso de materiales didácticos y recursos visuales para la enseñanza y aprendizaje de la matemática se viene haciendo más frecuente, pues se está obteniendo mejores resultados en el logro de procesos de aprendizaje más dinámicos y efectivos. Esto se está dando principalmente en los niveles de primaria y secundaria; pero también ya se viene replanteando con éxito en los niveles de la educación superior, aprovechando los avances en las tecnologías de la información y la comunicación.

Para el presente trabajo, la idea es aprovechar los sentidos, principalmente el tacto y la vista, como ayuda para la construcción de conocimientos. Se busca mostrar que los alumnos pueden desarrollar sus capacidades de encontrar regularidades y de formular generalizaciones.

INTRODUCCIÓN:

Cuando vamos a tratar un determinado tema, cualquiera que sea el curso, en numerosas ocasiones el profesor presenta cierto material para llamar y captar la atención o para motivar al alumno, por lo general, solo se logra de manera parcial que el alumno perciba dicho objetivo, la falta de acción para el descubrimiento hace que muchas veces se torne insuficiente. Sin embargo la manipulación de un material concreto hará despertar mejor los sentidos y agudizará su mente para resolver un problema y así alcanzar ese objetivo central en matemáticas, la generalización. En este caso estamos hablando de los bloques de Cuisenaire, que se constituyen en un medio importante en la búsqueda de determinadas relaciones entre ellos en el afán de lograr no solo una mejor atención sino un aprendizaje significativo.

Los bloques de Cuisenaire vienen en envases con un conjunto de piezas de material sintético, como son triángulos, cuadrados, trapecios, paralelogramos de dos tipos y hexágonos, con los cuales hemos diseñado un conjunto de varias actividades.

A través de los bloques de Cuisenaire, los alumnos, observando un pequeño conjunto de reglas, como en cualquier juego, buscarán de manera adecuada, iniciar los pasos fundamentales para la ejecución de la actividad programada. Esta primera etapa contribuye a romper la vieja tradición del profesor expositor. La idea es empezar con algo muy concreto para luego pasar a lo abstracto. La abstracción comienza a producirse cuando el alumno llega a captar el sentido de las manipulaciones que hace con el material. Este es un paso fundamental para motivar que los alumnos descubran conceptos matemáticos observando relaciones de regularidades y formando generalizaciones.

Por otro lado mediante la modelación matemática, el alumno puede explorar fenómenos semejantes a la realidad, e incluso le brinda la oportunidad de crear, manipular e interpretar situaciones imaginarias al considerar datos irreales. Esto crea una visión más amplia de los fenómenos de las ciencias, favoreciendo así la comprensión de conceptos. Pues los modelos matemáticos sirven para predecir lo que sucedería en una situación real, tanto en condiciones normales, como al modificar algún factor que intervenga en el modelo (Monchón & Rojano, 1998).

Es evidente como también propone la filosofía constructivista, que para los alumnos no hay aventura mas apasionante que la del descubrimiento y que la mejor manera de disfrutarla es cuando él mismo ha sido capaz de experimentar dicho descubrimiento

A continuación incluiremos solo 5 preguntas de las 13 que tiene esta Actividad y así dar un resumen de como alumnas entre 16 y 17 desarrollaron trabajando con dos piezas simultáneamente triángulos y hexágonos, lo escrito en negrita e itálica es el desarrollo hecho por las alumnas y en Relme19, en el Taller que lleva este mismo nombre.

TRIÁNGULOS Y HEXÁGONOS PRIMERA PARTE

MATERIALES.- triángulos y hexágonos, cinco piezas de cada uno. Observa que son polígonos regulares y asume que sus lados son iguales y de longitud uno.

OBJETIVOS

1. Encontrar regularidades y expresarlas algebraicamente
2. Resolver problemas y demostraciones usando generalizaciones.

INSTRUCCIONES: Completa la TABLA (1) siguiendo las siguientes instrucciones

a) Toma un triángulo y halla su perímetro, n=1.
b) Toma un hexágono, únelo al triángulo por un lado y halla el perímetro de esta segunda figura, n=2.
c) Sobre la última figura, agrega otro triángulo a un lado del hexágono y halla su perímetro.
d) Continúa uniendo hexágono, triángulo, etc. en forma alternada. Cada vez que se agrega un triángulo o hexágono debes unirlo a la última pieza agregada y no debe ser unida por un lado a ninguna pieza anterior a la última.

I. PERÍMETROS: TABLA (1)

Figura (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Perímetro (P)	3	7	***8***	***12***	***13***	***17***	***18***	***22***	***23***	***27***

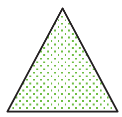

Figura 1 (n=1)

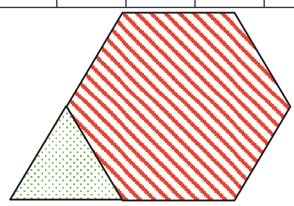

Figura 2 (n=2)

II. TRIÁNGULOS: Observa los lugares impares de las figuras (n) de la TABLA (1). Estos corresponden a los casos en que se ha ido añadiendo un triángulo.

Completa la TABLA (2). Los valores se deben extraer de la TABLA (1).

- En la primera fila aparece el número de triángulos (t) que se han ido agregando en forma sucesiva.

- En la segunda fila aparece el lugar de la Figura (n). **Lugares impares**.
- En la tercera, el perímetro correspondiente, ya sea por el número de triángulos $P_1(t)$ agregados o por el lugar que ocupa la Figura impar $P_2(n)$.

T A B L A (2)

Triángulos (t)	1	2	3	4	5	6
Figura (n)	1	3	5	*7*	**9**	***11***
Perímetro $P_1(t)$, $P_2(n)$	3	8	***13***	***18***	***23***	***28***

1) Expresar **n** en función de **t :** **n** $= 2t - 1$
2) Expresar el perímetro en función de **t:** $P_1(t) = 5t - 2$

3) Expresar el P en función de **n** (n es impar) : $P_2(n) =$ **?**

Primera Forma:

Despejando t de: $n = 2t-1$; $\dfrac{n+1}{2} = t$

Reemplazando t en $P_1(t) = 5t - 2$

$P_2(n) = 5\left(\dfrac{n+1}{2}\right) - 2 = \dfrac{5n+1}{2}$ ***O sea:*** $P_2(n) = \dfrac{5n+1}{2}$ $\forall n \in N; n : impar$

Segunda Forma:

Los valores del perímetro corresponden a una secuencia de primer orden o una función de primer grado (ecuación de la recta), de la forma $P_2(n) = an + b$ **.**

Tomando dos pares ordenados (figura; perímetro) se forma un sistema de dos ecuaciones con dos variables para hallar las constantes a, b.

$$\left.\begin{array}{ll}(1,3) \rightarrow & a + b = 3 \\ (3,8) \rightarrow & 3a + b = 8\end{array}\right\} \quad a = \frac{5}{2} \; ; \; b = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad P_2(n) = \frac{5n+1}{2}$$

III. **SUMA DE PERÍMETROS** : usa la TABLA (2) y completa la siguiente. Observa sólo

los lugares impares. Corresponden a los triángulos que se agregan en forma sucesiva.

TABLA (3)

Triángulos (t)	1	2	3	4	5	6
Figura (n)	1	3	5	*7*	***9***	***11***
Suma de Perímetros $S_1(t)$, $S_2(n)$	3	11	***24***	***42***	***65***	***93***

Observación: $S_1(t)$, es la suma de los perímetros en función del número de triángulos usados,

$S_2(n)$ es la suma de los perímetros en función de los lugares impares que ocupan las figuras. Si trabajamos en función de n (n=impar)

Para n = 1. El perímetro es 3.

Para n = 3. Se debe sumar el perímetro de la primera figura con el perímetro de la tercera.

Para n = 5. Se debe sumar el perímetro de la primera figura con el perímetro de la tercera y la quinta, y así se hará sucesivamente en forma acumulada, para los siguientes.

9) Hallar una expresión o fórmula para la Suma de perímetros: $S_1(t)$ (en función de t) : ***Como la secuencia correspondiente a los perímetros: 3 , 11 , 24 , 42 , 65 , 93 , …….. es de segundo orden. Proviene de una función de segundo grado.***

O sea: $S_1(t) = at^2 + bt + c$

Para hallar las constantes: a, b ,c tomamos tres pares ordenados (triángulo, perímetro) y los reemplazamos en la función y resolvemos un sistema de tres ecuaciones con tres variables:

$$(1,3) \rightarrow a + b + c = 3$$
$$(2,11) \rightarrow 4a + 2b + c = 11$$
$$(3,24) \rightarrow 9a + 3b + c = 24$$

Restando la segunda de la primera y la tercera menos la segunda, obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} 3a + b = 8 \\ 5a + b = 13 \end{array}\right\} 2a = 5 \rightarrow a = \frac{5}{2}\ ;\ b = \frac{1}{2}\ ;\ c = 0$$

Como consecuencia obtenemos la fórmula:

$$S_1(t) = \frac{5}{2}t^2 + \frac{1}{2}t = \frac{5t^2 + t}{2}$$

10) Demostrar que si a la suma de los perímetros $S_1(t)$, se le agrega el siguiente término correspondiente al perímetro , se obtiene: $\dfrac{5t^2 + 11t + 6}{2}$

Teniendo en cuenta parte de la TABLA (2) . Primera y tercera filas.

Triángulos (t)	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***……***	***t***	***t + 1***
Perímetro	***3***	***8***	***13***	***18***	***23***	***…..***	***5t – 2***	***5(t+1)-2***

A la suma de los perímetros desde (1) hasta(t) triángulos, le sumamos el siguiente valor del perímetro:

$$S_1(t) + P_{t+1} = \frac{5t^2 + t}{2} + 5(t + 1) - 2$$

$$= \frac{5t^2 + t}{2} + 5t + 3 = \frac{5t^2 + 11t + 6}{2}$$

CONCLUSIONES:

- Durante el año 2004 trabajé con toda una promoción de alumnas de Cuarto de secundaria (cuatro secciones) varias actividades relacionadas a los bloques de Cuisenaire hasta el mes de octubre. Después de 8 meses, en junio del 2005, quisimos comprobar qué tanto recordaban o habían aprendido en la modelación de fórmulas. Por ello, volvimos a trabajar con este mismo grupo de alumnas, aunque esta vez sólo lo hicimos con la mitad de participantes (dos secciones), y realizamos la actividad que ya hemos detallado. Los resultados fueron exitosos, pues casi todos los grupos terminaron la actividad, y aquellos grupos que no lo hicieron, manifestaron en la encuesta que se les tomó que el problema no fue la dificultad sino el tiempo.

- Esto nos permite afirmar que sí es posible lograr un aprendizaje significativo, cuando existen y se dan condiciones favorables para que los estudiantes trabajen por sí mismos y el profesor actúe sólo como un guía. Pues sino: ¿cuál sería la explicación al hecho de que las alumnas hicieran el trabajo sin grandes dificultades?

- Podemos observar que esta Actividad y afines involucran varios conceptos como son: sucesiones, ecuaciones de primer grado: de una variable, de dos variables y de tres variables, ecuaciones de segundo grado, funciones de primer grado y segundo grado, demostraciones (incluyendo la demostración por inducción matemática como se muestra de manera soslayada en la pregunta 10), finalmente conceptos geométricos de áreas y polígonos convexos. Todos estos objetos matemáticos refuerzan la parte cognitiva y contribuyeron en la modelación matemática del problema.

- Si uno de los objetivos de la matemática es la resolución de problemas, la modelación lograda a través de estos materiales, no solo involucra esta actividad sino que cambia la práctica docente y permite revertir el bajo gusto por el aprendizaje de las matemáticas. Es decir, vemos que si es posible que la motivación sea básicamente intelectual, mas que afectiva o emocional (por ejemplo, el asombrarse o deslumbrarse con manipular los bloques de Cuisenaire) puesto que la intención de resolver el problema parte del mismo objeto de estudio y trasciende hacia la curiosidad intelectual del alumno.

- Los bloques de Cuisenaire son un material muy rico, ya que permiten elaborar un número considerable de actividades. Cada tipo de piezas se puede trabajar de manera individual o haciendo combinaciones entre dos piezas distintas Un ejemplo de ello es el trabajo que hemos presentado con triángulos y hexágonos.

- Cuando al inicio mencionamos PRIMERA PARTE es por que de la TABLA (1) se han trabajado sólo con los lugares impares, es decir, cuando se han ido agregando triángulos uno a uno. De la misma forma una SEGUNDA PARTE incluye trabajar solo con los lugares pares, es decir, cuando se van agregando los hexágonos uno a uno. Es mas trabajar al revés, o sea iniciar con hexágonos y triángulos después dan resultados distintos. Lo que da lugar a un buen ejemplo de permutación.

BIBLIOGRAFÍA

Alcalá, M., Aldana, J., Alsina, C., & Segarra, L. (2004). *Matemáticas re-creativas* . España: Grao

Alsina, C., Catalá, C., Burgués, C. & Fortuny, J. *(1997). Invitación a la didáctica de la geometría* .España: Síntesis

Calero, M.(2003). *Educar jugando.* México: Alfaomega

Corbalán,F. (2002*) Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato.* España: Síntesis

Guzmán,M.(1999).*Tendencias innovadoras en educación Matemática* .Lima: Moshera

Martinez, A. & Rivaya, F. (1998). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría.* .España: Síntesis.