LA VISUALIZACIÓN COMO ESTRATEGIA PARA LA COMPRENSIÓN

Gloria N. Suhit
Facultad Regional Bahía Blanca – U.T.N. - Argentina
gsuhit@criba.edu.ar
Campo de Investigación: Visualización; Nivel Educativo: Medio y Superior
Palabras clave: visualización, constructivismo

RESUMEN

En este trabajo se muestran los primeros pasos del proyecto de investigación que tiene como meta el diseño de una propuesta para la enseñanza – aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral (de una variable). Se espera que su implementación, entre otros aspectos, mejore la **comprensión de los conceptos** fundamentales del Cálculo a través del **tratamiento y conversión de las distintas representaciones de los conceptos,** promueva el uso de la **visualización matemática** como estrategia para la formación adecuada de los conceptos, sirva de soporte a los estilos de matematización de las materias de las carreras de ingeniería

La propuesta focaliza su acento en la **visualización,** considerando que la visualización matemática favorece un enfoque global, integrador, de las representaciones de varios sistemas, facilitando la formación adecuada de los conceptos y la resolución de problemas no rutinarios.

INTRODUCCIÓN

Los problemas relacionados con el aprendizaje de la matemática, de la matemática necesaria tanto para la vida diaria como para el desarrollo del pensamiento matemático y la valoración por esta forma de pensamiento, tienen diversos orígenes y se sitúan en diferentes niveles.

Coincidiendo con los resultados de numerosas investigaciones es posible aseverar que en la mayoría de los cursos y en los distintos niveles, prevalece:

- ✓ La presentación de la disciplina como algo acabado, cerrado y alejado de la realidad.
- ✓ El uso de métodos didácticos apoyados fuertemente en la *memoria* y la *algoritmia,* sobre valorando los precedimientos analíticos
- ✓ Una *excesiva prioridad al marco algebraico o al numérico*, dejando de lado la utilización de los significados en los dominios verbal y visual
- ✓ *Lo exámenes* donde se evalúan las competencias correspondientes a los dominios algebraico y/o numérico
- ✓ El *estilo expositivo* en el desarrollo de la clase, que estimula un *aprendizaje pasivo.* Los alumnos se habitúan a la recepción de los conocimientos y no se los orienta a generarlos
- ✓ El desarrollo *lineal de los temas*, que aún guardando relaciones entre sí, no le son debidamente destacadas al estudiante, por lo que éste no los incorpora como un todo integrado, como un sistema que da cuenta de la lógica de la disciplina

características de una enseñanza acorde con la concepción formalista de la matemática, posición filosófica dominante hasta hace poco tiempo.

Para esta visión lo importante es que el alumno *aprenda matemática,* interesa que *domine un conjunto de técnicas cada vez más complejas y variadas* y sea capaz de aplicarlas tanto dentro como fuera de la matemática, ***en lugar de que se esfuerce por obtener significados personales a través de la educación matemática***..

La experiencia muestra que este modelo de transmisión del conocimiento no asegura que el mismo es incorporado tal como se lo enseña y fundamentalmente que los alumnos tienen grandes dificultades para transferir esos conocimientos "supuestamente aprendidos" a nuevas situaciones.
En particular, en los últimos años, numerosas investigaciones realizadas sobre la enseñanza de los principios del Cálculo muestran que, si bien los estudiantes pueden realizar en forma mecánica algunos cálculos de derivadas e integrales y resolver problemas rutinarios, no dominan los aspectos conceptuales fundamentales de este campo de la matemática, aún los que acreditan el curso.
En concordancia con investigaciones sobre esta temática y las continuas observaciones de los docentes de otras áreas sobre la deficiente preparación en matemática de los estudiantes, es importante destacar ,como lo afirma Pulido (2004) **"el bajo nivel de articulación entre lo que se enseña en los cursos de Cálculo y la manera cómo este conocimiento (la matematización) participa en otras áreas de la ciencia donde el Cálculo debe ser el soporte"**
También es fundamental tener presente que los conceptos matemáticos, a diferencia de los de otras disciplinas, no se pueden abordar directamente, por lo que se requieren formas que los representen. Algunos autores han mencionado la importancia de las diferentes representaciones semióticas en la adquisición de un concepto y su incidencia en la resolución de problemas, entre otros: Duval (1998), Hitt(1998) .

El conocimiento de esta realidad nos plantea la necesidad de indagar y reflexionar sobre: el proceso didáctico en la construcción de los conceptos básicos del Cálculo y en particular la incidencia de la visualización matemática como estrategia para la comprensión con el objetivo de elaborar una propuesta para mejorar la enseñanza – aprendizaje del Cálculo Diferencial que, entre otros aspectos

- favorezca la **comprensión de los conceptos** fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral a través del **tratamiento y conversión de las distintas representaciones de los conceptos.**
- facilite el **aprendizaje significativo** mediante una **enseñanza sistémica de las habilidades básicas de la matemática**
- sirva de soporte a los **estilos de matematización** de las materias de las carreras de ingeniería

para finalmente implementarla en nuestros cursos de primer año de ingeniería

MARCO TEÓRICO

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (según el análisis de Moreira, 2000), la teoría de las representaciones de Duval (1998) (retomada en Hitt ,1998) y las tendencias actuales en filosofía de la matemática conforman el marco teórico desde donde iniciamos nuestro camino.

Actualmente se le reconoce un triple carácter a la matemática : ***como actividad humana***, comprometida con la resolución de ciertas situaciones problemáticas; ***como lenguaje simbólico*** **y** ***como un sistema conceptual lógicamente organizado y socialmente compartido***, emergente de la actividad de matematización,

Si se considera a *la matemática como una construcción humana* que surge como consecuencia de la necesidad del hombre para dar respuesta a ciertos problemas, que pueden referirse al mundo natural y social o bien pueden ser internos a la propia disciplina, se plantea la necesidad de establecer un acercamiento a la génesis y desarrollo histórico de los conceptos, con la intención de analizar como surgen y evolucionan progresivamente los objetos matemáticos (conceptos, procedimientos, teorías,…) reconocer los usos sociales a los que están asociados desde sus orígenes y mostrar cómo, para dar solución a los problemas, la matemática diseña "**modelos**" como recurso metodológico de conocimiento, interpretación y/o explicación de la realidad.
También, como ya lo mencionamos, es importante tener presente que los conceptos matemáticos, a diferencia de los de otras disciplinas, no se pueden abordar directamente, por lo que se requieren formas que los representen.
Por lo tanto es fundamental considerar el desarrollo y los valiosos aportes de la teoría relacionada a la aprehensión de los objetos matemáticos a través del tratamiento y conversión de las representaciones de estos objetos.
Investigaciones sobre visualización matemática y el papel de las imágenes mentales han puesto de manifiesto la importancia del uso y coordinación de diversos registros de representación semiótica para la formación adecuada de los conceptos.
En este sentido Duval (1998) destaca que: " *el funcionamiento cognitivo del pensamiento humano se revela como inseparable de la existencia de una diversidad de registros semióticos de representación."*
Pero si la coordinación de varios registros de representación semiótica aparece como fundamental para la aprehensión conceptual de los conceptos, es necesario que el objeto no sea confundido con sus representaciones y que se le reconozca en cada una de sus posibles representaciones.
Al respecto Duval (1998) señala: "*La comprensión (integradora) de un contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación y esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de conversión"*

Por lo tanto la distinción entre un objeto y su representación, es un punto estratégico para la comprensión de la matemática. Duval(1998) lo subraya : *"no puede haber comprensión en matemática si no se distingue un objeto de su representación………pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy distintas".*

En este contexto, es posible afirmar que, como lo sugiere Duval (1998) :

"El análisis de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas y de los obstáculos a los cuales se enfrentan los alumnos , conduce a reconocer que se deben al hecho que no hay ***noésis sin sémiosis*** *……., es decir, sin el recurso a una pluralidad al menos potencial de sistemas semióticos, recursos que implica la coordinación de esos sistemas semióticos por parte del sujeto mismo"*

En tanto se puede observar, en los diferentes niveles de enseñanza, que se quiere enseñar matemática como si la sémiosis***(****aprehensión o producción de una*

representación semiótica) fuera una operación sin valor con respecto a la néosis *(aprehensión conceptual de un objeto)*.
Entendiendo el aprendizaje como construcción del conocimiento, se reconoce la elaboración personal del mismo, como también que conocer implica también comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento. Por lo tanto en esta interacción juega un rol fundamental la negociación de significados, porque facilita la socialización de los significados personales, proceso en el que los "otros significativos", los agentes culturales, son elementos imprescindibles para provocar los reajustes en los conocimientos y favorecer la construcción de *aprendizajes significativos*.
La propuesta de **aprendizaje significativo** (en contraposición a rutinario, mecánico, de consignas) se basa en el principio, que formula Ausubel (1983) : ***"El factor más importante que influencia el aprendizaje es aquello que el aprendiz ya sabe, averíguese eso y actúese en consecuencia"***
El **aprendizaje significativo es un proceso personal de elaboración de significados**, por lo tanto se trata de encontrar la forma de ponernos en contacto con lo que el alumno ya sabe, interactuar con ese conocimiento para resignificarlo y, a partir de allí, posibilitar nuevas construcciones.
La ***interacción*** con los procesos a partir de los cuales es posible construir los conceptos es lo que permite reconstruir una serie de ***relaciones***, diferenciaciones o interacciones de los conocimientos previos para construir los nuevos.
Si acordamos que la construcción del conocimiento es un proceso, que no es lineal, … que tiene avances y retrocesos, avances y rupturas …… entonces la ayuda pedagógica mediante la cual el docente orienta al alumno a construir significados y a atribuir sentido a lo que aprende también debe concebirse como un proceso: proporcionando al alumno una información organizada y estructurada, ofreciéndole modelos de acción a imitar, formulando indicaciones y sugerencias más o menos detalladas para resolver ciertas tareas o permitiéndole que elija y desarrolle de forma totalmente autónoma determinadas actividades de aprendizaje.

En síntesis, siguiendo a Ausubel, la tarea docente debe consistir en programar las actividades y situaciones adecuadas que permitan conectar activamente la estructura conceptual de la disciplina con la estructura previa del alumno,

PRIMEROS PASOS DEL DISEÑO

En nuestra propuesta, apoyándonos en las consideraciones precedentes, le otorgamos gran importancia al lenguaje gráfico e intentamos establecer una fuerte correlación entre el lenguaje algebraico y el lenguaje gráfico, ya que la visualización matemática permite una visión global, integradora, de las representaciones de varios sistemas.
Partimos de la premisa que **comprender un concepto matemático** consiste en conocer sus principales **representaciones**, el significado de cada una de ellas, operar con las reglas internas de cada sistema, **convertir o traducir unas representaciones en otras** y le otorgamos **gran importancia al lenguaje gráfico**, intentando establecer un isomorfismo operativo entre el lenguaje algebraico y el lenguaje gráfico. (Cantoral et al, 2003)
Por otra parte no asumimos la existencia de los objetos matemáticos sin un uso, sin un proceso de significación y de resignificación progresiva. Así , por ejemplo, el **concepto**

de derivada tiene un alto grado de complejidad y sólo puede comprenderse dentro de una red simultánea de otros conceptos.
Comprender la diferenciación supone comprender el concepto de función, y éste, la noción de variable, la cual supone el concepto de número y fundamentalmente, al enfoque que se le da al concepto de límite, principal obstáculo del concepto derivada
Reconstruimos el concepto de derivada, siguiendo su génesis histórica, como una primera introducción al concepto de límite de una función. Mediante una serie de situaciones geométricas y numéricas se obtiene una primera aproximación a los límites en relación con la variación de las funciones. Aunque aquí también aparecen los obstáculos epistemológicos del concepto de límite, este aparece como un instrumento que permite resolver el problema de cómo varía la función en un punto y se evitan parte de los aspectos formales.
Para introducir el concepto de derivada utilizamos, acordando con la propuesta de Azcárate (1996), la siguiente secuencia:

- Situaciones geométricas y numéricas que permitan una aproximación al concepto de límite
- Tasa media de variación
- Velocidad media
- Tasa media de variación y pendiente de una recta
- Cuerdas y tangentes
- Tasa instantánea de variación
- Velocidad instantánea
- Función derivada de una función.

Y considerando el significado de la derivada en un punto como
a) pendiente de la recta tangente b) medida de la variación instantánea de la función en dicho punto
calculamos, a partir de la gráfica, la derivada de las funciones elementales.
El planteo de diversas situaciones problemáticas nos permite inferir algunas reglas básicas del cálculo diferencial
En esta primera etapa intentamos dar significado a los resultados que se obtienen. Las reglas de derivación de funciones compuestas, inversas, de productos y cocientes entre funciones, se trabajan en una segunda etapa, después de formalizar el concepto de límite .
Quedan también pendientes los contenidos relativos a los procesos de integración, cuyo análisis se realizará en el próximo periodo lectivo.
A modo de síntesis podemos concluir que, fundamentalmente centramos la atención en las nociones matemáticas, no como objetos ya construidos, sino como herramientas que permitan a los alumnos abordar eficaz y efectivamente los problemas de su área de interés, teniendo presente que la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral se proyecta a futuros usuarios del tema, no hacia expertos del mismo.

BIBLIOGRAFIA

Ausubel, D.; Novak, J. ; Hanesian,H. (1983) *Psicología Educativa : un punto de vista cognoscitivo.* México Editorial Trillas.

Moreira, Marco A. (2000) *Aprendizaje significativo : teoría y práctica.* Madrid. Visor.

Duval,R. (1998) Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp173-201) México. Grupo Editorial Iberoamericano.

Azcárate, C. y Deulofeu, J.(1996) *Funciones y gráficas*. Madrid. Editorial Síntesis.

Cantoral, R.; Farfán, R.; Cordero, F.; Alanis, J.; Rodriguez, R.; Garza, A. (2000) *Desarrollo del pensamiento matemático*. Madrid. Editorial Trillas.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2001) *FUNCIONES : visualización y pensamiento matemático*. Prentice Hall. México.

Hitt, F. (1998) Visualización matemática: representaciones, nuevas tecnologías y curriculum. *Revista de Educación Matemática*. Vol. 10, N° 2 .México. Grupo Editorial Iberoamérica. S.A

Pulido, R. (2004) *Matemática educativa en la Ingenieria.* Conferencia especial RELME 19.Uruguay