Algunos problemas inversos

Carlos Orlando Ochoa
Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas
Bogotá D.C, Colombia
oochoac@udistrital.edu.co

Milton Lesmes Acosta
Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas
Bogotá D.C, Colombia
mlesmes@udistrital.edu.co

Resumen

Se consideran algunos elementos de la Geometría Elemental presentes en la labor docente que pueden motivar el aprendizaje.

Presentación

En matemáticas es usual mantener un camino que se torna ortodoxo cuando se tratan de presentar los fenómenos inherentes a una temática específica; consideramos que la inversión de las hipótesis o su cuestionamiento a la manera de [3] o la disminución del número de datos en la información inicial en un problema propuesto, motiva el aprendizaje dando una sensación de cambio de ambiente en el sujeto que aprende, se tiene una respuesta, pero... cuál es su génesis? Cuál es la fenomenología inherente? Se exhiben aquí algunos ejemplos con estos propósitos.

1. Del Movimiento parabólico

Cuando se lanza un objeto desde un punto P, es posible hallar el alcance y el conjunto de puntos Q por donde pasa el objeto en su recorrido conociendo la velocidad y el ángulo de lanzamiento.

1.1. Problema inverso

Dados los puntos P y Q, hallar velocidades y ángulos de lanzamiento que hacen posible que el objeto lanzado desde P pase por Q.

2. De los puntos notables de un triángulo

Es bien sabido que dado el $\triangle(A, B, C)$ ciertos segmentos y rectas notables son concurrentes, el punto de concurrencia en cada caso es lo que llamamos aquí *punto notable*.

2.1. Circuncentro

Las mediatrices de los lados de un triángulo son concurrentes (cf. [1], [5]), su punto de concurrencia es el *circuncentro* del triángulo; así, dado $\triangle(A, B, C)$, su circuncentro se nota con O y como está en todas las mediatrices equidista de los puntos A, B y C.

2.1.1. Problema inverso

Dados los punto A, B y O se pide hallar C. Esta cuestión se presta para discutir en torno a las condiciones que deben cumplir los puntos dados y la naturaleza del conjunto de soluciones.

2.2. Incentro

Las bisectrices de los ángulos de un triángulo son concurrentes (cf. [1], [5]), su punto de concurrencia es el *incentro* del triángulo; así, dado $\triangle(A, B, C)$, su incentro se nota con I y como está en todas las bisectrices está a igual distancia de los lados del triángulo.

2.2.1. Problema inverso

Dados los punto A, B e I se pide hallar C. Esta cuestión se presta para discutir en torno a las condiciones que deben cumplir los puntos dados y la naturaleza del conjunto de soluciones.

2.3. Ortocentro

Las alturas o sus prolongaciones de un triángulo son concurrentes (cf. [1], [5]), su punto de concurrencia es el *ortocentro* del triángulo; así, dado $\triangle(A, B, C)$, su ortocentro se nota con H.

2.3.1. Problema inverso

Dados los punto A, B y H se pide hallar C. Esta cuestión se presta para discutir en torno a las condiciones que deben cumplir los puntos dados y la naturaleza del conjunto de soluciones.

2.4. Baricentro

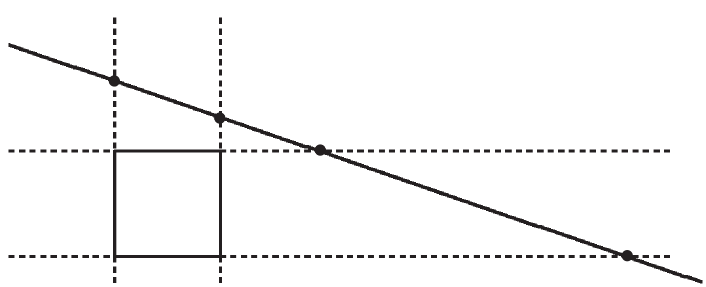
Las medianas de un triángulo son concurrentes (cf.), su punto de concurrencia es el *baricentro* del triángulo; así, dado $\triangle(A, B, C)$, su ortocentro se nota con G.

2.4.1. Problema inverso

Dados los punto A, B y G se pide hallar C. Esta cuestión se presta para discutir en torno a las condiciones que deben cumplir los puntos dados y la naturaleza del conjunto de soluciones.

3. Un cuadrado

Se tienen un cuadrado y una recta que no es paralela a los lados del cuadrado; las prolongaciones de los lados del cuadrado insersecan a la recta en cuatro puntos.



3.0.2. Problema inverso

Dados los punto A, B, C y D de una recta, se pide hallar un cuadrado tal que las prolongaciones de los lados pasen por los puntos dados de la recta[1].

4. De sistemas de numeración

Sean $x \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$, se quiere escribir x en base n; si $x \in \mathbb{Z}$ se usa el algoritmo que se inspira en los procesos de agrupación, si $|x| > 1$ con su parte entera el ejercicio ya está resuelto; el problema adquiere relevancia cuando $|x| < 1$. Se asume ahora que x es una fracción y además que $0 < x < 1$.

Transformar una fracción en una expresión con con dígitos repetidos requiere un pequeño algoritmo que se inspira en la división; así, dado x, su forma decimal periódica se obtiene iterando el proceso que sigue:

1. *Paso 1*: Obtenga la diferencia entre x y su parte entera $[x]$, i. e. halle $x - [x]$,
2. *Paso 2*: La parte fraccionaria de x es $x - [x]$, multiplique la parte fraccionaria de x por 10 y practique el *Paso 1*.

Dé significado a este algoritmo expresando en forma decimal las fracciones $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{7}{11}$. Use el algoritmo anterior para obtener la expresión binaria de las fracciones $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{9}$ $\frac{3}{13}$.

Bibliografía

[1] Heinrich W. Guggenheimer, *Plane Geometry and Its Groups*, Holden-Day, San Francisco, 1967.

[2] María Victoria Gutierrez S.,*Notas de geometría*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 1992.

[3] Imre Lakatos,*Pruebas y Refutaciones*, Alianza Editorial, Madrid, 1986.

[4] Carlos Orlando Ochoa C., *Momento Geométrico*, Universidad Distrital, Bogotá, 1999.

[5] Carlos Orlando Ochoa C. y Otros, *Nociones de Geometría con Plegado*, Criterio, Bogotá, 2003.

[6] J. Piaget, G. Choquet, J. Dieudoné, R. Thom y otros, *La Enseñanza de las Matemáticas Modernas*, Alianza Editorial, Madrid, 1978.

[1] Este problema fue propuesto por nuestro dilecto amigo y profesor Miguel Sandoval quien por esta época ofrecía el curso de Geometría I.