

EL ESTUDIO DE LA FACTORIZACIÓN DE EXPRESIONES POLINÓMICAS EN AMBIENTES CAS

María Fernanda Mejía Palomino

Docente de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali

Universidad del Valle

mafanda1216@yahoo.com.ar, maferme@univalle.edu.co

Resumen

Uno de los intereses de la Educación Matemática ha girado en torno al uso de Tecnologías Informáticas de la Comunicación (TIC) en la enseñanza del álgebra, en el caso particular de esta presentación, del uso de los CAS en situaciones de aula para la enseñanza y aprendizaje de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas. Siendo necesario tener en cuenta algunos fenómenos didácticos reportados en las investigaciones, que centran su interés en la integración de los CAS en el aula de matemáticas.

Palabras claves: factorización de polinomios, Sistemas de Álgebra Computacional (CAS) y fenómenos didácticos.

1. Introducción

En ambientes generados por Sistemas de Álgebra Computacional (**CAS**¹), la factorización de polinomios tiene un tratamiento diferente a los ambientes Lápiz/Papel (L/P). Estos sistemas dan la factorización de cualquier expresión algebraica, ejecutando uno de sus comandos al determinar la expresión polinómica ya sea en los racionales, reales o complejos (Ver figura 1). El sistema también permite trabajar con diversas representaciones como el numérico o el gráfico. Algunos **CAS** son parte de las aplicaciones de las Calculadoras Simbólicas o Calculadoras Graficadoras Algebraicas (**CGA**), cuya característica principal es la portabilidad y la posibilidad de conexión de diversas aplicaciones.

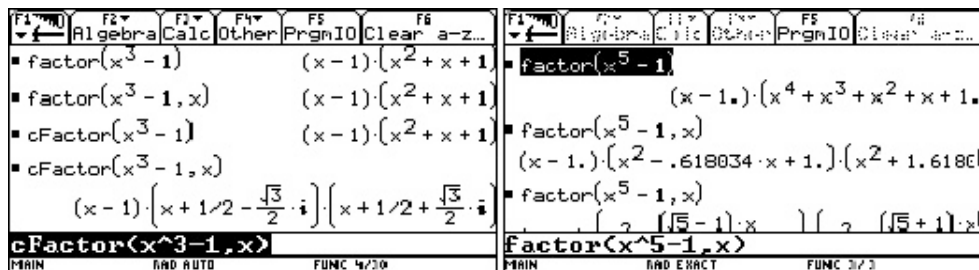


Figura 1. Diferentes factorizaciones de polinomios en una TI- 92

En los ambientes **CAS** es necesario tener en cuenta la transposición computacional, entendiéndose como las transformaciones que sufre un objeto matemático debido a las decisiones que son tomadas al diseñar un software, tales como la selección de una representación y un

¹Por su sigla en inglés Computer Algebra System

conocimiento estructurado o de los algoritmos a aplicar (Balacheff y Kaput, 1996). En la transposición computacional se requiere considerar los fenómenos didácticos que subyacen en estos ambientes.

2. Algunos fenómenos didácticos y restricciones en los ambientes CAS

La introducción de los ambientes informáticos conduce al estudio de las restricciones ligadas a la implantación de los saberes (transposición computacional). Estas restricciones tienen dos niveles: la representación y tratamiento interno de los saberes en la máquina y la representación y tratamiento en la interfase. El trabajo analítico de identificación de las restricciones es fundamental para comprender las funcionalidades posibles del saber puesto en obra en el software (Artigue, 1997, p. 139).

En cuanto a las restricciones en relación al artefacto, Rabardel (1995) distingue tres tipos: *restricciones de modos existentes*, ligadas a las propiedades del artefacto como un objeto cognitivo o material, *restricciones finales*, ligados a los objetos que pueden actuar en una transformación, y finalmente *restricciones de acción preestructurada*, ligada a la preestructuración de la acción del usuario (Trouche, 2002, p. 9).

Adicional a las anteriores restricciones Trouche y Guin (2002, p 205) distinguen tres tipos:

- restricciones internas ligadas al hardware;
- restricciones de comando ligadas a la existencia y la forma (que se puede decir de la sintaxis) de los diversos comandos;
- y por último, las restricciones ligadas a la organización del teclado y de la ventana.

Algunos problemas están en el término de la ergonomía del software, de familiaridad necesaria con el ambiente para que las preguntas no apunten hacia el manejo del software sino al trabajo matemático. Por lo que se reagrupan algunos fenómenos identificados en dos grandes categorías: los fenómenos del mecanismo de transposición de los saberes y de los fenómenos ligados a los mecanismos de adaptación de los estudiantes (ver figura 2) (Ibíd., p. 146).

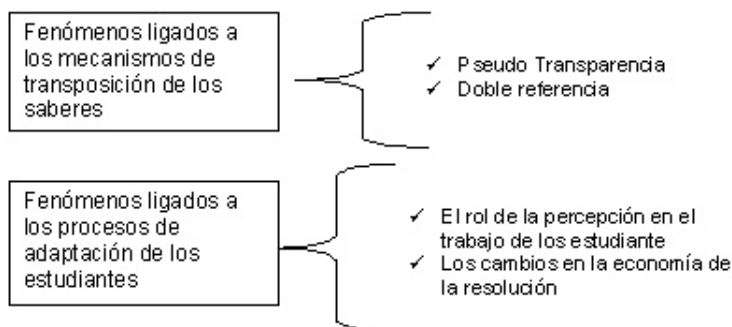


Figura 2. Fenómenos Didácticos en un ambiente CAS

El fenómeno de Pseudo Transparencia: Es el conflicto que se genera entre lo que se ingresa y lo que se ve en la interfaz del software. Son los cambios que ocurren en las maneras de representar

los objetos (interno y la interfaz). En la figura 3 se observa la omisión del paréntesis, del cambio del signo de multiplicación y de la reducción de dos signos, negativo y resta al dar Enter en el programa Derive 5 (Ibíd., p. 149).

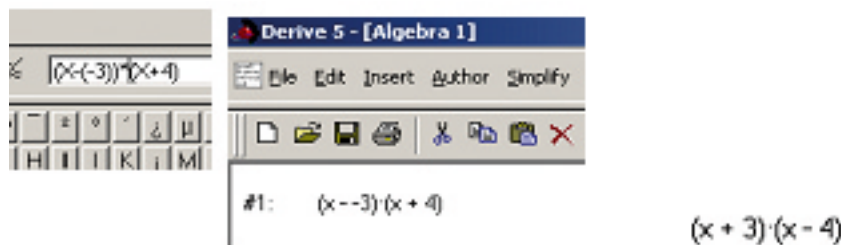


Figura 3. Omisión de signos en la interfaz de la pantalla

El fenómeno de doble referencia: se relaciona con la interpretación de un problema en dos ambientes (Ibíd., p. 152). Este fenómeno didáctico con algunas condiciones predeterminadas puede generar un contexto enriquecedor para el aprendizaje de la factorización de polinomios, como en el caso de las actividades elaboradas por Mounier y Aldon (1996) en la factorización de expresiones de la forma $x^n - 1$, reportadas por Kieran (2005) como un ejemplo que ratifica la necesidad de interpretar las respuestas dadas por un **CAS** en ambientes de **LP**.

El desarrollo de las situaciones determinó que las expresiones arrojadas por la calculadora no coincidían con la expresión general de estos polinomios bajo las técnicas de lápiz/papel. Esto hace que los estudiantes vean la necesidad de reconciliar los resultados de Lápiz/Papel y **CAS**. Conllevando a conjeturar y probar una regla para factorizar. De esa manera, el uso de **CAS** en las tareas generó la necesidad de entender ciertos aspectos relacionados con la factorización, promoviendo los conocimientos y habilidades operativas y otros procesos como la argumentación, la obtención de reglas de manipulación de expresiones algebraicas y la comunicación.

Lo novedoso de las situaciones es que hacen uso de otras funcionalidades de las **CGA** con relación a las manipulaciones algebraicas. En las investigaciones reportadas por Kieran (2003) las actividades transformacionales como la factorización poco utilizan las **TIC** y sólo en algunos casos se presenta el uso de los aplicativos de graficación de funciones; por lo que las tareas² de factorización con el uso de HOME de una calculadora TI-92 son una alternativa diferente para el desarrollo de las actividades transformacionales y el uso de **CAS**.

El rol de la percepción en el trabajo de los estudiantes: en el ambiente **CAS**, las adaptaciones perceptivas son a priori llamadas un juego en el tiempo de la relación de los ostensivos del registro gráfico y por una relación en uso ostensivo en el registro algebraico. Las adaptaciones perceptivas no se limitan al paso del registro gráfico ellas juegan en sí con el cálculo simbólico algebraico, por el camino del reconocimiento y analogías formales, en sí, el escenario didáctico no ha sido explotado (Ibíd., p. 156).

Los cambios en la economía en la resolución: los **CAS** como otros ambientes informáticos utilizados para la enseñanza de las matemáticas se les acredita sus potencialidades. En estos ambientes se ve la liberación del estudiante del trabajo técnico, para dar rienda a un funcionamiento más noble: la reflexión, la estrategia, lo conceptual, para aportar a un aprendizaje matemático más real. Pero la realidad muestra una realidad más compleja generando dos tendencias antago-

²En la Teoría Antropológica de lo didáctico corresponde a lo que hay que hacer o resolver, como una situación problema.

nistas.

- La primera favorece la distancia efectiva del deseo entre una relación de una matemática de acción.
- La segunda favorece, en sentido inverso, la economía de la reflexión de una atomización de la resolución en una multiplicidad de acciones elementales por lo que la coherencia global es difícil en una reconstrucción.

La comprensión en juego la cual esta atada a estas dos tendencias pone en fin el estudio de la economía de de los novedosos procesos de adaptación de los estudiantes, más allá de la identificación del tipo de procesos específicos (Ibíd., p. 162).

Dentro de esta categoría Trouche y Guin (2002, p. 205) identifican algunos fenómenos en un ambiente de calculadoras simbólicas:

- un fenómeno de **transporte automático**: se relaciona con la idea de que las calculadoras le van a generar al estudiante inmediatamente la respuesta solucionándole cualquier problema.
- un fenómeno de **determinación localizada**: ligada a las dificultades que se generan en el movimiento de un registro a otro y en el cambio de una aplicación en una calculadora simbólica. En algunos casos consiste en repetir el mismo tipo de técnica en la aplicación de la calculadora, haciendo algunos ajustes, aún si el tipo de técnica no es relevante.

En la integración de **CAS** es inevitable eludir los fenómenos didácticos que se ligan a los procesos mencionados. Sin embargo es necesario que el docente los conozca y determine condiciones favorables para volverlos productivos, como en el caso del fenómeno de doble referencia.

Bibliografía

- [1] ARTIGUE. M. (1997) *Le logiciel 'Derive' comme revelateur de phenomenes didactiques lies a l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage*. En: Educational Studies in Mathematics, Vol. 33, No 2, pp. 133-169
- [2] BALACHEFF, N., KAPUT, J. (1996) *Computer-Based learning environments mathematics*. Citado por Garzón, D. (2006) En: International Handbook of Mathematics Education. VA. Kluwer Academic Publisher. pp. 469-505. Disponible en <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/articulos.html?1005>. -
- [3] KIERAN C. (2005) *Interpreting and assessing the answers given by the cas expert: a reaction paper*. En: CAME. Virginia. E.U.A. Disponible en Internet: <http://www.lonklab.ac.uk/came/events/CAME4>
- [4] KIERAN, C. (2003). *The transition from arithmetic to algebra: a model for conceptualizing school algebra and the role of computer technology in supporting the development of algebraic thinking*. En: Matemática Educativa. Aspectos de la investigación actual. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados. Cinvestav IPN. México

- [5] GUIN, D. Y TROUCHE, L. (2002) *Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of instrumental orchestrations*. En: ZDM, Vol. 34 No 5, pp. 204-211.
- [6] MOUNIER, G. Y ALDON, G. “*Un problem story: factorizations de $x^n - 1$* ”. Citado por Lagrange (2000). En: International Derive Journal Vol. 3 No 3. pp. 51-61.
- [7] LAGRANGE, J. (2000) *L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement: une approche par les techniques*. En: Educational Studies in Mathematics Vol. 43 No 1, pp. 1-30.
- [8] TROUCHE, L. (2002). *An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculator environments*. En: The Didactical Challenge of Symbolic Calculators Turning a Computational Device into a Mathematical Instrument.