Algunos elementos a tener en cuenta en el momento de construir los números fraccionarios desde la relación parte-todo

Lucy Guzmán Toro
Estudiante Licenciatura en Matemáticas
San Juan de Pasto
Universidad de Nariño
lucyguzman14@yahoo.es

Resumen

Las figuras geométricas se constituyen en el aprendizaje de las matemáticas en importantísimos soportes intuitivos sobre los cuales se puede apoyar maneras de proceder en aras de enfrentar una problemática específica en el aula de clase. Sin embargo, este papel brilla por su ausencia en las apuestas de enseñanza que se realizan en los textos escolares y en consecuencia en las que se desarrollan en las clases de matemáticas de la educación básica. Un lugar, entre varios posibles, en que las figuras pueden encontrar un espacio en el que se reflexione sobre sus posibilidades es el de la construcción de los números fraccionarios desde la relación parte-todo. En el presente documento, pretendemos llamar la atención sobre la forma en que las figuras pueden constituirse en una herramienta heurística que permite cargar de sentido y significado el aprendizaje de los números fraccionarios y contrastar dicho rol con el que se le da a estas representaciones en los textos escolares.

La reforma de la matemática moderna implementada en el mundo occidental en la década de los sesenta, se caracterizó, entre diferentes aspectos, por una fuerte tendencia a dejar de lado cualquier referente figural en el aprendizaje de las matemáticas. Esta manera de pensar la educación de las matemáticas suscitó la desaparición de la geometría dentro de los currículos escolares, no sólo de la educación primaria y secundaria, sino también en la universitaria. En consecuencia, por un lado, la geometría hasta hace unos años prácticamente desapareció de las clases de matemáticas; y del otros, los currículos de matemáticas en la educación básica y los correspondientes a los programas de formación de Licenciados tanto de matemáticas como de educación primaria, se caracterizaron por dejar de lado cualquier tipo de acercamiento al mundo de las figuras, la visualización que ellas permiten y de la geometría en general.

La mayoría de los educadores que en la actualidad movilizan pensamiento matemático en la educación básica han tenido una formación matemática que es producto de la Reforma de las Matemáticas, por tanto, los referentes geométricos que ellos posen son mínimos, más aún en lo que respeta al importantísimo papel que juegan las figuras geométricas en el aprendizaje de las matemáticas, este último brilla por su desconocimiento. En consecuencia, el único camino a seguir en aras de planear e implementar una clase de matemáticas apunta a asumir las apuestas de enseñanza que en los textos escolares se proponen, son estos manuales, no los profesores, los que deciden qué, cómo y cuándo enseñar, qué logros evaluar, que indicadores introducir, qué tipo de actividades privilegiar, etc. Es en este sentido que las apuestas de enseñanza privilegiadas por los textos escolares que circulan en el medio educativo colombiano, se constituyen en importantes referentes a tener en cuenta en aras de discriminar las maneras de enseñar la geometría que se privilegian en las aulas escolares.

Por otra parte, desde hace unos años existe una fuerte preocupación por dar un lugar a la geometría en los currículos escolares, en especial los que corresponden a la educación básica. Pero, nos encontramos con una amplia variedad de contenidos y formas de pensar, que son de gran importancia para el aprendizaje de las matemáticas, y que la mayoría de las veces su movilización sobrepasa los tiempos escolares disponibles, entonces ¿Cómo lograr dar un lugar en los currículos escolares que permita una verdadera reflexión al mundo de la geometría? En la presente investigación asumimos que una forma que permite superar dicha dificultad se relaciona con un aprendizaje de la geometría centrada en la visualización de las figuras geométricas, articulada esta con el desarrollo de otros tipos de conocimientos propios de las matemáticas, tal como lo es el aritmético, en particular en la construcción de los números fraccionarios.

El trabajo que daremos a conocer a continuación centra su atención en los anteriores aspectos, Se reflexiona sobre el papel que juega la visualización de las figuras geométricas en la construcción de los números fraccionarios y se analiza las maneras cómo los textos escolares hacen uso de estas representaciones al introducir a los estudiantes en el aprendizaje de este objeto matemático.

El marco teórico sobre el cual se realiza la investigación asume de una parte, que los objetos matemáticos son objetos a los cuales no se les puede acceder de manera sensorial, sino a través de representaciones[1]; además, que el aprendizaje de la geometría, en particular, debe estar centrado en el desarrollo de tres tipos de actividades cognitivas: la construcción, el razonamiento y la visualización *Ibid,*, Por otra parte, en relación al objeto matemático en cuestión: los números fraccionarios, se asumen resultados de diferentes investigaciones[2] donde se pone en evidencia que el aprendizaje de los números fraccionarios debe realizarse bajo diferentes tipos de contextos, entre los que se encuentran: la relación parte-todo, la relación como razón, la interpretación como cociente y la interpretación como operador. Dada la importancia del primero de los contextos señalados arriba en relación al desarrollo de los otros tres, la investigación se desarrolló en torno al papel que juegan las figuras geométricas en las apuestas de enseñanza de los números fraccionarios desde la relación parte-todo[3] que se movilizan en algunos textos escolares de mayor uso en la ciudad de pasto.

Las figuras en la construcción de los números fraccionarios desde la relación parte-todo

A continuación expondremos a través de dos actividades el papel que puede jugar las figuras geométricas como soporte intuitivo en dos aspectos que se caracterizan por su complejidad en el aprendizaje de los números fraccionarios: el establecimiento de una relación de orden y la resolución de un problema de enunciado.

[1]DUVAL, R. *Semiosis y pensamiento humano*. Traducción realizada por Myriam Vega Restrepo. Cali. Colombia. Artes Gráficas Univalle. 1999.

[2]Linares, S. *Matemáticas: Cultura y aprendizaje. FRACCIONES 4*. Editorial Síntesis. Octubre 2000. Pág. 53

[3]Se concibe que las fracciones se presentan si un todo ha sido dividido en partes iguales, Es decir, bajo esta interpretación la fracción indica la relación existente entre el número de partes y el número total de las partes que representa el todo; donde el todo recibe el nombre de unidad. La relación parte-todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes iguales o congruentes según el tipo de unidad (continua o discreta) sobre la cual se hace referencia.

Actividad 1:

Encuentro 10 números fraccionarios que al mismo tiempo sean mayores que 1/4 y menores que 1/3

Al tratar de dar solución a la cuestión planteada mediante la utilización de las figuras geométricas, se puede proceder de la siguiente manera: en primera instancia, se hace necesario representar la unidad por medio de una figura geométrica: un rectángulo de dimensiones específicas. Posteriormente, representar dos veces dicha unidad. Sobre una de ellas introducir dos segmentos paralelos a los lados horizontales de la unidad, mientras que en la otra, se hace necesario introducir tres segmentos paralelos a sus lados verticales, obteniéndose en cada una de estas representaciones un fraccionamiento en partes rectangulares, representándose en cada caso las fracciones 1/3 y 1/4. (Observar fig.1)

Figura 1

Un segundo paso, se hace necesario sobreponer las dos figuras rectangulares mostradas en la fig. 1 entre sí. Así, perceptualmente, la unidad queda dividida en doce partes de forma cuadrada congruentes entre sí, cada una representando la fracción 1/12 (observar la fig.2). De esta manera, se puede observar que un cuarto de la unidad, se encuentra conformado por tres de estos cuadrados mientras que un tercio está conformado por cuatro. En consecuencia, se establece que la diferencia entre 1/3 y 1/4 es un cuadrado, es decir, un doceavo de la unidad.

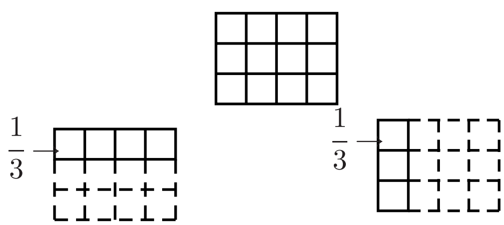


Figura 2

A partir de lo anterior se puede deducir que para hallar cualquier expresión algebraica que cumpla con la condición: *ser mayor que un cuarto y menor que un tercio*, basta con adicionarle a la menor de las dos una fracción que sea menor que 1/12. Una posible opción sería adicionarle a un cuarto (que está representado por tres cuadrados que a su vez son 3 (1/12) de la unidad) la mitad de uno de los cuadrados que representan la fracción 1/12 de la unidad.

Existen muchas maneras de dividir un cuadrado en dos partes congruentes, es decir en la mitad. De forma arbitraria escogemos dividirlo en dos triángulos rectángulos, tal como se observa en la figura 3.

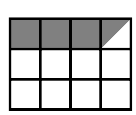


Figura 3

Por otra parte, la fracción un tercio que se encuentra representada por cuatro de estos cuadrados, es decir 4(1/12) de la unidad, se pueden representar mediante 8 zonas triangulares. Para identificar qué fracción de la unidad nos representa cada subfigura rectangular basta con dividir cada uno de los doce cuadrados en dos triángulos rectángulos obteniendo así 24 representaciones triangulares. Luego cada una de estas se expresa con la expresión aritmética 1/24; en consecuencia, las fracciones un cuarto y un tercio se pueden también escribir respectivamente como 6(1/24) y 8(1/24) de la unidad, por lo tanto, si a 6/24 le adicionamos una subfigura triangular (es decir 1/24) obtenemos la primera fracción: 7/24 que cumple la exigencia pedida. Procediendo de manera similar a la expuesta en los párrafos anteriores se obtienen el resto de fracciones pedidas.

Esta forma de proceder con la actividad planteada, permite que los estudiantes tengan una representación clara de lo que ocurre en la relación de orden con los números fraccionarios; además por su construcción permite trabajar con las fracciones equivalentes; es de gran importancia, recalcar que aunque el lenguaje simbólico es un tanto similar con los números naturales, los procesos y su forma de representación son totalmente diferentes.

Actividad 2: Arizabela tiene un galón de leche, obsequia la mitad a María Paula. Posteriormente, le obsequia a Paola la mitad de lo que le quedó. Por último le ofreció a Stephania las tres cuartas partes de lo que le quedaba del galón de leche. ¿Qué fracción del galón de leche quedó?

Para resolver el problema se hace necesario representar figuralmente la unidad, en este caso el galón de leche. Escogemos un rectángulo, la introducción de un segmento sobre su superficie permitirá dividirla en dos partes congruentes entre sí. De esta forma, la organización perceptiva de la figura se transforma, el todo pasar a constituirse de dos figuras rectangulares: A y B; A es la cantidad que Arizabela le regaló a Maria Paula y B es lo que queda en el galón de leche. (Ver figura 4)

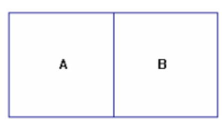


Figura 4

En este momento se deb realizar un cambio de unidad, B pasa a ser la nueva unidad sobre la cual se ha de centrar la atención. Se procede a dividirla en dos partes iguales: C y D (observar fig.5). Donde D es la parte que le corresponde a Paola, que es la mitad de la leche que quedaba después de lo que recibió Arizabela.

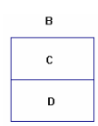


Figura 5

Por último, se realiza un nuevo cambio de unidad, se toma como nueva unidad a C, que es lo que sobra del galón de leche. Después se divide en cuatro partes iguales: E, F, G, H. para darle a Stephania las tres cuartas partes, es decir, F, G y H. Por lo tanto, lo que sobra del galón de leche queda representada por la parte E. (Ver Figura 6)

Finalmente, la configuración de la unidad C debe ser sobrepuesta en la unidad B, de donde se obtiene una figura que está parcialmente fraccionada. De manera similar se hace la superposición del fraccionamiento de C sobre las partes que fueron repartidas a las amigas de Arizabela,

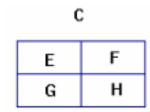


Figura 6

es decir, a las partes A y B. Por lo tanto, la unidad inicial se encuentra fraccionada en 16 figuras rectangulares y cada una de ellas representa 1/16 de la unidad. Es así, que la subfigura rectangular designada por la letra E es una de esas 16 partes de la unidad, por consiguiente, la fracción de leche que quedó en el galón es 1/16 (Ver Figura 7).

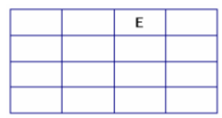
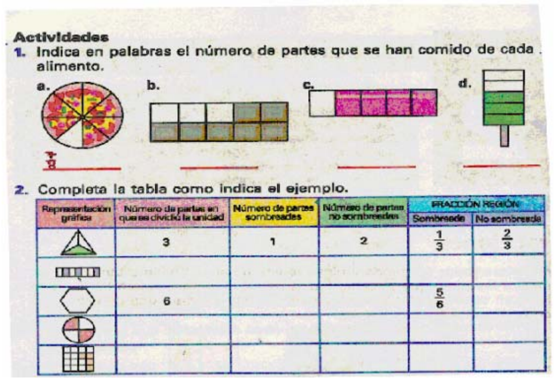


Figura 7

Las dos procedimientos puestos en juego atrás indican cómo las figuras se constituyen en una brújula que genera ideas ante el desarrollo de una problemática donde intervienen los números fraccionarios, son estas representaciones las que cargan de sentido y significado el aprendizaje de los fraccionarios. Estos dos ejemplos nos permiten clarificar a qué hacemos referencia cuando afirmamos que la geometría podría encontrar un lugar de importancia en los currículos escolares: es a través de la visualización que estas representaciones permiten, que podemos articular lo geométrico con lo numérico, en consecuencia, lograr en los mismos tiempos escolares la movilización de dos formas de pensar diferentes. Sin embargo, es importante plantear a continuación la siguiente pregunta ¿si se recurre a las figuras y a su visualización en las clases de matemáticas al movilizar pensamiento aritmético? O de manera más puntual ¿las figuras geométricas si juegan un papel protagónico en las apuestas de enseñanza que se realizan en las aulas escolares? La manera como los textos escolares hacen uso de las figuras geométricas en el las apuestas de enseñanza que ellos hacen de los números fraccionarios, se constituye en un importantísimo lugar que nos puede dar pistas en torno a dar respuesta a las preguntas arriba planteadas.

Las figuras geométricas en las apuestas de enseñanza que algunos textos escolares hacen de los números fraccionarios

En lo que sigue presentamos una actividad extraída de un texto escolar en la cual se pone de manifiesto la manera cómo en los manuales escolares se acostumbra a introducir los números fraccionarios. Las figuras y la relación parte-todo se encuentran presentes. Se podrá observar, que el papel que juegan las figuras geométricas en los procedimientos antes mostrados y el que se pone en acto en las actividades a presentar, es de naturaleza diferente. En el primero de los casos se constituyen en representaciones dinámicas que juegan como soportes intuitivos y que comandan los procedimientos a realizar, caso diferente sucede en los textos escolares, en ellos las figuras son por el contrario representaciones estáticas, que poco o nada aportan a un aprendizaje significativo y comprensivo de los números fraccionarios. Tal es el caso, en el que estas representaciones juegan como lugares cuya única funcionalidad es permitir acciones tales como el de conteo.

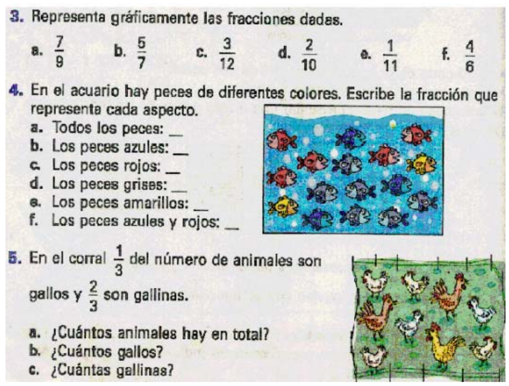


En un primer momento se pide a los estudiantes representar aritméticamente la fracción concerniente a la parte del alimento que se han comido, es decir de la parte de la unidad que en los figuras aparece pintada de color blanco. El estudiante debe leer bien la consigna ya que en los ejemplos anteriores se han centrado solamente en la fracción que representa la parte que de color diferente al blanco. La actividad está orientando a realizar un doble conteo: uno que dé cuenta del número de partes que conforman la unidad, el otro, que permita determinar el número de partes que han sido comidas. En ningún momento la consigna, ni la organización perceptiva de las figuras en cuestión, exigen una transformación figural para lograr la solución a la problemática planteada en el texto. Es en este caso que afirmamos que las figuras juegan como representaciones estáticas, su único fin es servir de instrumentos sobre los cuales se cuente y, posteriormente, se organicen dos valores, uno debajo del otro, separados por un vinculo. Esta es la forma en que las figuras aparecen en la mayoría de los textos escolares; en consecuencia, en las clases de matemáticas donde se pretende desarrollar un aprendizaje de los números fraccionarios.

En la segunda parte de esta actividad se presenta una tabla en el cual se encuentran una gama figuras geométricas previamente fraccionadas y algunas de sus partes se encuentran coloreadas, en la consigna se pide completar la tabla teniendo en cuenta la información dada en la primera fila. Esta parte de la actividad no se diferencia de la primera, igualmente, para desarrollar la actividad basta con realizar un simple conteo sobre las figuras y establecer la fracción correspondiente tanto de la parte coloreada como en la blanca. El único momento en que el estudiante no realiza solamente un conteo es en la tercera fila de la tabla, en este caso la figura es un hexágono cuyo fraccionamiento no ha sido dado previamente, en este caso quien resuelve esta parte de la actividad debe aplicar un tratamiento sobre la figura, debe dividirla en 6 partes congruente entre sí y luego colorear, podríamos afirmar que en este momento la figura juega de manera diferente a los casos anteriores, de cierta manera deja de ser una representación estática, pero, es sólo ilusión, pues basta con observar los valores dados en las tabla y a partir de ellos llenar los espacios vacios, de esta manera podemos observar que la figura, en este caso, es un simple adorno que no dice nada, que no posibilita ningún tipo de tratamiento y mucho menos que se constituya en un soporte para poder llenar los espacios vacios. En este caso la figura no juegan un rol en el desarrollo del problema planteado.

Posteriormente, en la tercera parte de esta actividad, la situación se invierte, ahora se representa aritméticamente una fracción y se pide construir su correspondiente representación figural. No es de extrañar que en el intento de resolver este momento de la actividad los estudiante recurran a figuras rectangulares y ayudados de las cuadriculas de sus cuadernos realicen el fraccionamiento adecuado y logren la representación pedida. La exigencia figural, igual que en los casos anteriores es mínima.

En las dos partes a seguir las figuras desaparecen del escenario y se da lugar a los dibujos de animales, el todo deja de ser continuo y pasa a ser discreto. Igualmente el conteo se constituye en el modo de actuar a privilegiar. Centremos la atención en la segunda de estas partes, sí nos detenemos a observar detenidamente el dibujo del corral donde se encuentran los animales, podemos ver que él por sí mismo nos dá la información para responder las tres preguntas hechas, no es necesario ninguna reflexión explicita sobre los números fraccionarios, basta con contar los animales presentes en el dibujo para dar las respuestas pedidas. En este caso no hay figuras y la escritura aritmética no es el camino más propicio para resolver la problemática planteada.



Conclusión

Las figuras geométricas son un importantísimo soporte intuitivo sobre el cual sustentar la construcción de los números fraccionarios desde la relación parte-todo en la educación básica. Pero, las apuestas de enseñanza sobre los números fraccionarios que se privilegian en los textos escolares tienden a ignorar esta importantísima cualidad, en consecuencia, las figuras son utilizadas como representaciones estáticas al servicio de actividades de conteo o sencillamente desaparecen en dichos intentos de enseñanza. Teniendo en cuenta que estos manuales escolares, en la mayoría de los casos, se constituyen en el referente a seguir en la planeación y ejecución de las clases de matemáticas en la educación básica, se hace necesario generar espacios de reflexión en el que participen los educadores en ejercicio y que les permita reconocer las posibilidades de este tipo de representaciones posibilita en el aprendizaje de las matemáticas y en consecuencia, ellos mismos hagan uso de ellas y diseñen situaciones de aula donde se articule lo geométrico.

Bibliografía

[1] DUVAL, R. *Semiosis y pensamiento humano*. Traducción realizada por Myriam Vega Restrepo. Cali. Colombia. Artes Gráficas Univalle. 1999.

[2] GUZMAN, L y INSUASTI, A. *El papel del registro semiótico de las figuras en la construcción de los números fraccionarios*. Universidad de Nariño. Proyecto de investigación en curso. 2007.

[3] MARMOLEJO, G. *Algunos Tópicos a Tener en Cuenta en el Aprendizaje del Registro Semiótico de las Figuras Geométricas: Procesos de Visualización Y Factores de Visibili-*

dad. yecto de Investigación. Grupo de Educación Matemática. Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle. Febrero de 2007.

[4] ____________________ *Procesos de Visualización en el Desarrollo de Pensamiento Espacial y Métrico*. Publicado en Revista Redma No3. Universidad del Valle.

[5] ____________________ *Figuras y Visualización.* Video didáctico sobre la complejidad existente en el aprendizaje del registro semiótico de las figuras. Producto de la articulación entre las investigaciones Enunciación y Significación de las Matemáticas en la Educación Básica y Construcción del Área de Superficies Planas Desde una Perspectiva Semiótica: Factores de Visibilidad y Procesos de Visualización. Septiembre 2003.

[6] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Matemáticas: Lineamientos curriculares.* Santa fé de Bogotá. Panamericana Formas e impresos. 1998.

[7] ____*Estándares Básicos de competencias en matemáticas.* Revolución Educativa Colombia Aprende. Santa fé de Bogotá. 2006

[8] PADILLA. V. *L'influence dé une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques.* These U.L.P: Strsbourg. 1992

[9] VIVAS, S y Otros. *Multiáreas 4*. Grupo Norma . SANTA Fé de Bogotá. 2000.