

# EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

**Oscar Augusto Pabón Ramírez**

*Profesor*

*Área de Educación Matemática*

*Instituto de Educación y Pedagogía*

*Universidad del Valle*

**Diana Marcela Gómez**

*Estudiante Lic. en Educación*

*Básica, Énfasis en Matemáticas*

*Instituto de Educación y Pedagogía*

*Universidad del Valle*

**Edilberto Sarmiento Sarmiento**

*Profesor*

*Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas*

*Universidad de Nariño*

## Resumen

En esta conferencia se presenta un método geométrico para resolver ecuaciones cúbicas empleado hacia el siglo XII por Omar Al- Khayyam (matemático y poeta árabe); para tal efecto se hace indispensable conocer el "estado del arte" de la resolución de ecuaciones hacia el siglo XII, resaltando particularmente los aportes de las civilizaciones Babilónica, Egipcia, Griega, Hindú y Árabe. Se presenta un ejemplo detallado, algunas conclusiones de este sucinto estudio y algunas proyecciones.

*Ignorante que presumes de sabio: preocupado te veo entre el infinito del pasado y el infinito del porvenir. Quisieras poner límite entre estos dos infinitos y detenerte...*

*Siéntate antes bajo un árbol con un cántaro de vino y olvidarás tu importancia.*

Omar Al-Khayyam

## Introducción

La Didáctica de las Matemáticas ha venido evolucionando notoriamente en las últimas décadas, gracias a la paulatina consolidación del campo de la Educación Matemática, entendido éste como un campo interdisciplinario de investigación. Sin embargo, a pesar de estos avances teóricos, se advierten resistencias de diversa índole para problematizar desde una perspectiva didáctica, la naturaleza experimental de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Como una alternativa a esta situación han empezado a explorarse propuestas experimentales<sup>1</sup>, tales como los Clubes de matemáticas y los Laboratorios de Matemáticas.

Estas aproximaciones a la dimensión experimental en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas parten del reconocimiento del aprendizaje de las matemáticas como un proceso constructivo, lo cual significa que los alumnos tienen, descubren y crean habilidades y conocimientos matemáticos, y que por lo regular lo hacen en el marco de las actividades sociales

---

<sup>1</sup>Algunas de estas propuestas abordan esta problemática fundamentalmente a través de la vinculación dinámica de las representaciones del conocimiento matemático implicado en los experimentos. Se señala que este tipo de propuestas requieren para desarrollar todo su potencial recurrir a la conexión dinámica de las diferentes representaciones posibles del conocimiento matemático: numérica, gráfica, algebraica y verbal, e inclusive icónica. Esta tipo de aproximación se asocia fundamentalmente a la integración de herramientas tecnológicas, que se consideran adecuadas para establecer dicha vinculación.

en que se proponen tal aprendizaje. Por consiguiente, la enseñanza de las matemáticas en el aula se alejaría del modelo de la transmisión de la información donde el profesor es el proveedor y los alumnos son los receptores pasivos del conocimiento y habilidades matemáticas.

De igual manera, se reconoce que los contextos significativos y auténticos juegan un papel crucial en el aprendizaje y en la enseñanza de las matemáticas. Los nuevos conceptos y habilidades serán encontrados primero en los retos que plantean las situaciones problema derivadas de experiencias de la vida cotidiana o de explorar fascinantes mundos imaginarios. Estas situaciones pueden presentarse en forma de historia, dibujo, obra (dramática), etc. Tales contextos deben seleccionarse y prepararse cuidadosamente para aumentar la probabilidad de que las invenciones y construcciones de los alumnos relacionadas con las habilidades y los conceptos matemáticos que se espera se aprendan, sean en verdad pasos útiles y apropiados para el aprendizaje. En este sentido, se señala que es esencial que los contextos de los problemas representen la diversidad, la complejidad y la ambigüedad de las situaciones problemas que los alumnos pueden encontrar fuera de la clase de matemáticas.

En la perspectiva del trabajo experimental se señala la importancia de la manipulación, los modelos visuales, los esquemas y los diagramas, que pueden ser usados como elementos para la construcción de un puente entre las nociones intuitivas de los alumnos y las estrategias informales, de un lado, y los conceptos y procedimiento de las matemáticas formales, del otro. Los alumnos mismos deben, tanto como sea posible, jugar un papel en el desarrollo y refinamiento de estos modelos y herramientas.

En general, se considera que la formación de pensamiento matemático se hace a través de la interacción social y la cooperación. En efecto, aprender y hacer matemáticas puede concebirse y practicarse no como una actividad puramente individual sino colectiva. La enseñanza grupal y el trabajo individual deben combinarse con el aprendizaje cooperativo en grupos pequeños y con discusiones en el salón. La interacción social es considerada esencial debido a la importancia que tiene para el aprendizaje y el hacer matemático el intercambio de ideas, el comparar estrategias de solución y la discusión de razonamientos. De especial significado a este respecto es que la interacción y la colaboración movilizan la reflexión, lo cual es considerado como el mecanismo básico para alcanzar niveles mayores de abstracción e interiorización.

## **1. El laboratorio de matemáticas: de la teoría a la práctica**

Desde ciertas propuestas se señala la importancia del trabajo experimental en matemáticas de manera que se puedan simular por parte de los estudiantes experiencias realizadas por los matemáticos que investigan. Se considera que el papel del estudiante en su trabajo intelectual se puede comparar por momentos con la actividad científica al considerar en el aula de matemáticas como un laboratorio, pues allí se simularía la actividad del científico, ya que saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas, sino que implica que los estudiantes se ocupen de problemas, pero en ocasiones se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles soluciones. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles.

Ahora bien, más allá de la concepción del salón de clases como un laboratorio, la idea de un escenario específicamente diseñado para el trabajo experimental en matemáticas ha cobrado una inusitada fuerza en el plano de la investigación en didáctica de las matemáticas.

El Laboratorio de Matemáticas se plantea como una estrategia pedagógica de utilización de materiales<sup>2</sup>, en la que se encuentra un conjunto de actividades matemáticas para ser desarrolladas autónomamente por los participantes a través del uso de variadas situaciones, proceso que proporciona un ambiente de aprendizaje en el que se genera la relación entre actividad matemática y material manipulativo (que recientemente contempla el uso de tecnologías informáticas y computacionales), relación que contribuye a la construcción y fundamentación de pensamiento matemático, favoreciendo así el acercamiento hacia una cultura matemática en el marco de un ambiente lúdico y recreativo:

“El Laboratorio de Matemáticas es una estrategia pedagógica de utilización del material, en la que se encuentra un conjunto de actividades matemáticas para ser desarrolladas autónomamente por los participantes a través del uso de variados materiales, proceso que proporciona un ambiente de aprendizaje en el que se genera la relación entre actividad matemática y material manipulativo, relación que contribuye a la construcción y fundamentación de pensamiento matemático. El Laboratorio es un dinamizador de construcción de pensamiento matemático a través del proceso de aprendizaje, al no tener entre su funcionalidad el de ser complemento de los procesos escolares. **Esto significa que no es para dar continuidad a los procesos que se abordan en el aula de clase**”<sup>3</sup>.

Esta consideración es de importancia central, pues se ha evidenciado en muchos casos, que las concepciones y prácticas asociadas al Laboratorio de Matemáticas, han ido derivando en otras que no estaban contempladas en su formulación programática, a saber, la consideración del Laboratorio como un escenario complementario para la enseñanza de las matemáticas. En efecto, después de un tiempo, algunos profesores no pueden resistirse a la tentación de usar el Laboratorio como un espacio físico para dictar clases, desvirtuando su principio fundamental, el de ser un escenario para “hacer matemáticas”.

Una hipótesis que puede formularse es que quizás los profesores no reconozcan tan fácilmente la naturaleza no curricular del Laboratorio, y tiendan a considerar que no es tan eficiente para promover la formación pensamiento matemático, ni es útil para la continuidad de los procesos de aprendizaje que se abordaban regularmente en la clase de matemáticas. Adicionalmente, las presiones institucionales de consecución de resultados académicos, por ejemplo, en pruebas estandarizadas, pueden llevar a desconocer que la integración del Laboratorio en la cultura institucional es un proceso de largo aliento.

Ahora bien, desde una perspectiva didáctica lo que se planea es la emergencia de un nuevo tipo de Laboratorio de Matemáticas, que pone en evidencia la profunda influencia que tienen las concepciones y prácticas tanto personales como institucionales sobre algunas propuestas de

<sup>2</sup>Se define “material” como todos aquellos objetos, juegos, medios técnicos, aparatos y medios de comunicación, que pueden ayudar a descubrir, entender o consolidar conceptos fundamentales en las diversas fases de aprendizaje. ALSINA, C. (1991). *Materiales para Construir la Geometría*. Editorial Síntesis. Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid. p.13.

<sup>3</sup>ARCE, Jorge (2004) *El Laboratorio de Matemáticas en la Escuela Normal Superior Farallones de Cali*.

innovación. Se reconoce así, que las concepciones y prácticas en relación con el Laboratorio de Matemáticas, están estrechamente asociadas a las creencias y concepciones de los profesores sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y sobre la naturaleza y el rol otorgado a las matemáticas experimentales en estos procesos.

De esta manera, es posible reconocer que sólo podrá integrarse efectivamente el Laboratorio de Matemáticas en la cultura escolar, en la medida que la propuesta responda de alguna manera a las expectativas y necesidades de los docentes, estudiantes y directivos de una institución educativa.

Se requiere entonces, un trabajo continuado de cualificación que desde una perspectiva en didáctica de las matemáticas, permita reconocer los distintos matices en las propuestas de Laboratorios de Matemáticas y de integración de recursos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

## **El Laboratorio de matemáticas para la educación básica<sup>4</sup>**

Bajo el reconocimiento de la importancia del uso de los materiales manipulativos en los procesos de construcción y *desarrollo* del pensamiento matemático para el nivel de Educación Básica, se propone el Laboratorio de Matemáticas como una estrategia pedagógica de utilización del material. Se considera que el uso del material manipulativo, juega un papel fundamental en el aprendizaje de las Matemáticas. Su correcta utilización constituye una importante base de adquisición de conceptos, relaciones y métodos matemáticos que posibilita un aprendizaje activo de *acuerdo* a la evolución intelectual del alumno.

El Laboratorio de Matemáticas establece una relación dialéctica entre materiales manipulativos y actividad matemática. La utilización de los materiales produce una actividad manipulativa en quienes los usan y, a su vez, se convierten en elementos generadores de actividad mental, dinámicas que se contraponen con la pasividad externa que manifiestan los estudiantes que escuchan la explicación de un profesor.

Desde la perspectiva del Laboratorio de Matemáticas se asumen los planteamientos de usina y Otros (1991)<sup>5</sup> con respecto a que el aprendizaje de las Matemáticas debe estar en consonancia y, a su vez, favorecer la maduración del pensamiento. Esto no se alcanza de una vez sino que, siguiendo las teorías psicológicas de Piaget, se produce por medio de una progresión natural de etapas que conllevan determinadas operaciones. Estas operaciones responden a acciones que van desde un período *concreto* con uso de material, hasta llegar a un nivel formal o abstracto, *pasando* por un periodo de representación.

## **Estrategia pedagógica de utilización del material**

El Laboratorio de Matemáticas se considera una estrategia pedagógica de utilización del material que contribuye a la construcción de pensamiento matemático, al generarse procesos de aprendizaje que involucran una metodología experimental, permitiendo a quien aprende recorrer desde la intuición, pasando por la descripción y definición, hasta llegar al dominio de conceptos

---

<sup>4</sup>Las consideraciones sobre el Laboratorio de Matemáticas son una adaptación con propósitos expositivos del documento programático de autoría de Jorge Arce, profesor e investigador del Grupo de Educación Matemática de la Universidad del Valle.

<sup>5</sup>ALSINA, C. (1991). Op. cit p. 18

matemáticos; retomado así, el proceso que se da de lo concreto a lo abstracto por medio de la acción.

Esta estrategia pedagógica proporciona un espacio de comportamiento a los participantes, para asumir procesos o maneras de construir un concepto de una forma gradual y personal de aprendizaje.

El Laboratorio de Matemáticas es un sistema localizado en el proceso de aprendizaje, más que en un proceso de enseñanza. Su filosofía hace hincapié en aprender Matemáticas “Haciendo Matemáticas”. Esto significa que quien aprende desarrolla diversas habilidades y utiliza diferentes estrategias; de tal manera que al construir sus ideas matemáticas recolecta información, descubre o crea relaciones, discute ideas, plantea conjeturas y constantemente evalúa y contrasta resultados en contextos dinámicos.

El aprendizaje de las Matemáticas en esta estrategia pedagógica, se realiza por medio de la vista, el tacto, la expresión, la comunicación y la interiorización. Propuesta que derrumba la idea que las Matemáticas constituyen una disciplina alcanzable sólo en condiciones muy especiales de concentración y atención, donde no hay cabida al error, al juego ni a la imaginación.

Desde estas consideraciones, el Laboratorio de Matemáticas plantea el desarrollo de las manipulaciones, las construcciones, el estudio del mundo real, la exploración y el descubrimiento del espacio físico y las situaciones lúdicas, entre otras actividades.

Con relación a las posibilidades que ofrece en la formación de maestros y la investigación en Educación Matemática, el Laboratorio de Matemáticas se convierte en un lugar que dinamiza formas de *producción de conocimiento* a través de actividades investigadoras, de resolución de problemas, de utilización de la lúdica, del desarrollo de procedimientos de investigación y de técnicas de colaboración.

Las actividades del laboratorio se centran en proporcionar a los participantes autónomos un espacio para desarrollar sus propios procesos de aprendizaje en el *marco* de un ambiente lúdico y de Creatividad, elementos que facilitan y contribuyen a la construcción de distintas formas de pensamiento matemático.

Las actividades matemáticas que se desarrollan en el Laboratorio de Matemáticas tienen un *carácter* experimental, recreativo y lúdico y se desarrollan con el apoyo de materiales manipulativos. La relación entre actividades matemáticas y materiales manipulativos crea un ambiente para “Hacer Matemáticas”. Por ello, se proponen actividades matemáticas que permiten asumir una actitud de investigación, abordar la formulación y resolución de problemas, realizar procesos de experimentación y asumir *procesos de* colaboración y de socialización; todas estas actividades como formas de producción de pensamiento matemático.

Así, más que la idea de un espacio donde se hacen diversos procedimientos y pasos para llegar a un resultado, se plantean actividades de Laboratorio que ponen énfasis en el hecho que quien participa lo hace de manera activa al construir sus propios conocimientos.

En el Laboratorio de Matemáticas, los materiales se asumen como una “herramienta metodológica” que permiten generar la relación con la actividad matemática y los conceptos matemáticos, a través del uso continuo de abundantes materiales que permite un acercamiento significativo al pensamiento matemático.

## ¿Qué son las Matemáticas en el Laboratorio?

El Laboratorio de Matemáticas, desde la perspectiva de estrategia pedagógica, contribuye a abandonar la “creencia” que las Matemáticas es una disciplina acabada, fría y austera que le da poco espacio al juicio y a la creatividad; que se le asocia con la certeza, se le identifica como campo donde se pueden obtener respuestas correctas rápidamente y, se relaciona su estudio, con un conjunto fijo de conocimientos pulidos y finalizados.

Estas ideas poseen una influencia cultural y frecuentemente se reflejan en la enseñanza de las Matemáticas, razones que hacen que la disposición del ambiente del aprendizaje de las Matemáticas sea la de un espacio que solo necesite del papel y el lápiz, lo que conduce a establecer la relación con el *recordar* y aplicar reglas *correctas* a las preguntas de los profesores y a la veracidad de las mismas.

Contraria a la concepción anterior, el Laboratorio de Matemáticas asume las Matemáticas como una construcción social, es decir, que se pueden abordar como una forma de pensamiento abierto y con margen para la creatividad, cuya ejercitación hay que desarrollar, respetando la autonomía y el ritmo de cada persona.

De otra parte, se considera que las Matemáticas se desarrollan en diversos ámbitos, según los participantes y espacios en el que se realice la construcción de esta disciplina; al respecto Vasco, C. (1994)<sup>6</sup> desde una posición teórica y analítica hace referencia a que existen al menos tres ramales de una trenza diacrónica de las Matemáticas, estas son: Matemáticas Cotidianas, Matemáticas Escolares y Matemáticas de Investigación.

El interés del Laboratorio es trabajar en los dos primeros ramales, en cuanto es un espacio que si bien no tiene las disposiciones escolares, aborda los contenidos matemáticos que se tienen en consideración para la Educación Básica. A su vez, permite aportar a la relación entre el conocimiento cotidiano y escolar.

Ahora bien, el tomar distancia de unas Matemáticas en las que sus objetos se encuentran en un mundo ideal ya predeterminados y considerar la existencia de por lo menos de tres ámbitos del quehacer matemático, que tienen acercamientos diferentes, relaciona al Laboratorio de Matemáticas con la afirmación De Guzmán (1989) sobre la concepción de las Matemáticas y su quehacer ordinario:

“La Matemática, en su quehacer ordinario, se asemeja mucho de lo que en el pasado se pensó a las otras Ciencias Empíricas. También ella procede por aproximaciones sucesivas, por experimentos, por tentativas, unas veces fructuosas, otras estériles, hasta que va alcanzando una forma madura, aunque siempre perfectible”<sup>7</sup>.

## Naturaleza de las Matemáticas

El Laboratorio de Matemáticas, en el ámbito escolar, no ha sido considerado como posibilidad significativa de construcción del pensamiento matemático; más aún, desde la concepción de las

---

<sup>6</sup>VASCO, C. (1994). La Educación Matemática una Disciplina en Formación. En: Revista Lecturas Universitarias. p.87

<sup>7</sup>DE GUZMÁN, M. (1989). Tendencias Actuales de la Enseñanza de la Matemática. En: Studia Paedagogica. Revista de Ciencias de la Educación. N°21. Universidad de Salamanca. Salamanca. p.20

Matemáticas que habitualmente se maneja, una opción como ésta para una disciplina considerada tan abstracta y exacta, no tiene posibilidad ontológica.

El Laboratorio de Matemáticas se distancia de posiciones que asumen a las Matemáticas como entidades reales y que existen independientes del sujeto. Posiciones que consideran a las actividades matemáticas que se realizan en el mundo de la experiencia, contraproducentes en el proceso de aprehensión de los conceptos matemáticos.

Al concebir los objetos matemáticos, como objetos que gozan de una realidad en un mundo ideal, independiente del hombre y que existen desde siempre de manera inmutable y perfecta, se cierran las posibilidades de validar pedagógicamente cualquier tipo de actividad práctica que involucre interacción con la realidad material, con la realidad permisiblemente sensible.

Desde el punto de vista formal, se muestran las Matemáticas completamente independientes del hombre y ajenas a los procesos socioculturales que definitivamente la marcan y determinan. Esta manera de entender las Matemáticas marca una ruptura entre lo científico y lo humanístico, lo cual resulta pedagógicamente contraproducente cuando se muestran las Ciencias Naturales y las Matemáticas de un lado y las Ciencias Sociales de otro, ya que esta forma fragmentada de acercarse al conocimiento no da cuenta, de manera íntegra y completa, de los procesos de construcción que llevaron a dicho conocimiento. Además de vincular problemas de estatuto y de poder, en donde lo humanístico se pone bajo lo científico.

El Laboratorio de Matemáticas hace un distanciamiento a la anterior concepción de las Matemáticas, al abordar las Matemáticas como el resultado de una construcción social, concepción de las Matemáticas que la plantea como una disciplina que se construye a través de complejos *procesos* sociales donde el hombre y las condiciones culturales del momento juegan un papel fundamental. Esta mirada conlleva a plantear a las Matemáticas como una disciplina flexible, cambiante y producto humano (Romber, 1992)<sup>8</sup>. Concepción que tiene consecuencias importantes en su aprendizaje, al aceptar que quien aprende, puede crear o desarrollar sus propios conocimientos, en este caso los conocimientos matemáticos.

A través de esa posición filosófica de las Matemáticas se reconoce el rol vital que la **experiencia** ha jugado como elemento movilizador de las teorías Matemáticas y se destaca la labor del hombre con sus dudas e imperfecciones en el proceso de elaboración teórica. Desde aquí, las Matemáticas aparecen ligadas a problemas del mundo real y a otras disciplinas que la nutren, la obstaculizan o la viabilizan. Se puede mencionar algunas en particular, las cuales a lo largo de la Historia de las Matemáticas aparecen vinculadas a los procesos de génesis, evolución y recepción de los conceptos matemáticos: la Filosofía, la Física, la Astronomía y la Religión.

Las repercusiones de esta forma de concebir las Matemáticas en el campo de la Educación, son radicalmente diferentes a las posibles incidencias desde la visión platónica. Un profesor que considere las Matemáticas como un producto acabado y exacto, transmitirá esta concepción a sus estudiantes a través de un discurso frío y técnicamente elaborado, donde el educando siente que no puede intervenir creativamente ni transformar, sólo puede descubrir. Pero si el profesor se enfrenta al saber matemático como producto de un proceso de negociación de significados, de transformación en los conceptos, de acercamiento a las funciones de las Matemáticas en

<sup>8</sup>ROMBER, T. A. (1992). Perspective on Scholarship and Research Methods. In D. Grows (Ed), Handbook of Research Mathematics Teaching and Learning. The National Council of Teachers of Mathematics. New York. Macmillan. pp.49-64

contextos particulares, a reconocer la transposición del conocimiento de un lugar científico a un lugar escolar, muestra que esta disciplina es dinámica y atractiva para ser construida por quien aborda los procesos de aprendizaje.

Otra de las implicaciones pedagógicas desde la concepción Social constructivista de las Matemáticas se puede observar en la forma de evaluar los procesos de aprendizaje. De una evaluación donde se califica el resultado (mirada platónica) se pasa a un análisis valorativo del proceso que lleva a dicho resultado; y donde el error no se castiga sino que se constituye en un elemento clave del cual se aprende.

De otro lado, se establecen relaciones muy interesantes entre el saber, el profesor y el alumno donde ninguno se impone arbitrariamente sobre el otro. El profesor y el libro por ejemplo, dejan de ser las autoridades académicas para el estudiante y se convierten en orientadores que motivan y dan viabilidad a la construcción de conocimientos matemáticos. El saber matemático se constituye así, dentro del Laboratorio, como una construcción humana posible de realizar por quien aprende, donde se incorporan elementos didácticos que permiten a los participantes del Laboratorio hacer Matemáticas.

Bajo estas consideraciones, los estudiantes participan activamente en el desarrollo de las ideas Matemáticas, discuten y plantean problemas, proponen ejemplos y contraejemplos, elaboran juicios de valor, argumentan desde su propia posición, fabrican estrategias de resolución de problemas, analizan y resuelven; en general, construyen conocimientos matemáticos. De la misma manera como los matemáticos elaboran teorías matemáticas con base en motivaciones y problemas que se presentan en una realidad particular, realidad no sólo referida al mundo sensible sino también a una materialidad intrínseca a la teoría. Es así, como resulta de vital importancia pedagógica crear un espacio de aprendizaje que simule este tipo de realidad condicionada a los intereses y cotidianidades de los participantes, de tal manera que a su nivel puedan construir Matemáticas.

## Ambiente de aprendizaje

El Laboratorio de Matemáticas crea espacios que le ofrecen a los participantes - niños, jóvenes y adultos - un ambiente de aprendizaje donde se desarrollan como sujetos autónomos, que usan sus propias capacidades y posibilidades para producir pensamiento y utilizarlo en su vida. Dándose los procesos de aprendizaje en un contexto donde se construye un saber matemático a partir de un hacer. En este ambiente se considera el aprendizaje como parte de una experiencia lúdica que le permite al participante transformar sus sistemas de referencia frente al saber matemático.

Los procesos de pensamiento matemático que se generan en el ambiente de Laboratorio están íntimamente ligados a los procesos de explicación, sin duda la forma como se presentan, se significan y se piensan dichos pensamientos por parte de los actores de una situación dada (en especial situaciones donde se desarrolla conocimiento) determinan las dinámicas que se generan frente a los niveles de explicación. En ese sentido Maturana y Varela (1990)<sup>9</sup> plantean que la explicación de conceptos se basa en proposiciones que permiten la re-formulación y la recreación de un fenómeno o sistema de conocimientos aceptables por una comunidad a través de los grupos de validación. Frente a este hecho y tomando en consideración los planteamientos de

---

<sup>9</sup>MATURANA, H. y VARELA, F. (1990). El árbol del conocimiento. Debate. S.A. Madrid.



Maturana y Varela (1990), es importante señalar que el Laboratorio, como espacio pensado desde la transversalidad del currículo, permite la explicación de conceptos si se mira desde la perspectiva de la re-formulación de las acciones a través de los materiales, además de los procesos de pensamiento que se generan con las actividades. De esta manera, es posible pensar en las transformaciones que pueden sufrir los sistemas de representación de los participantes del Laboratorio de Matemáticas.

El espacio del Laboratorio de Matemáticas considera el papel que los procesos de comunicación tienen en la construcción del pensamiento matemático. En tanto, que la comunicación entre pares permite que se puedan transformar los saberes que los participantes tengan sobre un concepto determinado y pueda ponerlo en relación con los *procesos* de argumentación de *otros*.

El Laboratorio al propiciar la experimentación con diferentes materiales permite la organización de un ambiente de aprendizaje mucho más flexible y, en cierta forma, imprevisible. Al no estar fijado de antemano, las situaciones que se produzcan tienen carácter único: lo que ocurra en una sesión de Laboratorio con un material concreto puede que no ocurra en otras. El tipo de problemas que se generen a partir de él puede ser diferente de unos grupos a otros y, posiblemente, distintos de los que ya se tienen previstos.

## Transversalidad al currículo

El Laboratorio se aleja de los procedimientos institucionales del aprendizaje y es transversal al currículo oficial de Matemáticas, lo cual le permite circular entre las posibilidades que le ofrece el apartarse de la linealidad de los contenidos establecidos y abordar conceptos que intervienen en el nivel de la Educación Básica, sin ninguna restricción de tiempos didácticos o indicadores de logros y prerrequisitos impuestos por el grado.

Contraria a la rigidez institucional, el Laboratorio es un dinamizador de construcción de pensamiento matemático a través del proceso de aprendizaje, al no tener entre su funcionalidad el de ser complemento de los procesos escolares. Esto significa que no es para dar continuidad a los procesos que se abordan en el aula de clases, como en el caso de las Ciencias Naturales que el Laboratorio es utilizado para complementar la teoría discutida en clase.

## La experimentación en las matemáticas

Experimento es una palabra que no es usual asociar con las Matemáticas, más comúnmente se suele hablar de los experimentos refiriéndose a las Ciencias Experimentales o al conocimiento del medio en la etapa de Educación Primaria. Estas consideraciones hacen que el carácter revelador o transformador que tienen los experimentos, no se aborden en el aprendizaje de las Matemáticas.

El experimento es un factor pedagógico en el aprendizaje, al tener gran fuerza en la primera toma de contacto del niño con algunas ideas matemáticas que están estrechamente ligadas a fenómenos físicos de la vida cotidiana. Por ejemplo, horizontal, vertical, ángulo, minuto, rapidez y mínima distancia serán conceptos cuando hayan sido dotados de sentido y no a través de un aprendizaje meramente verbal. Un minuto ha de ser experimentado como “la duración de un ángulo ha de ser experimentado como una disposición de dos palillos o varillas; la horizontal no como una línea, sino como un estado físico. Una caminata de ocho kilómetros tiene probablemente en esa etapa de construcción de las ideas elementales, menos sentido que una caminata de dos horas

(Hernán y Carrillo, 1991)<sup>10</sup>.

Experimentar con las Matemáticas representa, entre otras cosas, inventar, crear a partir de los propios medios para hallar caminos de solución a problemas que se han planteado, generado la opción de realizar descubrimientos<sup>11</sup>. En el nivel de inicio de la construcción del pensamiento matemático, esta toma de contacto no tiene que ver mucho con definiciones o reconocimientos de conceptos, sino más bien con la formación incipiente de ideas en las que, tal vez más que nunca, lo esencial es el significado.

Es en el desarrollo del experimento cuando se ponen de manifiesto las propiedades que serán las notas del concepto; de ahí que convenga variar el contexto y los materiales utilizados para favorecer una abstracción más completa y más estable<sup>12</sup>.

Las Matemáticas tienen mucho de común con las Ciencias Experimentales. La producción en Matemáticas se hace en procesos en los que conjeturas, rectificaciones, ensayos, revisiones, demostraciones y errores se entremezclan de manera escasamente lineal. Intuiciones, analogías, imágenes, preguntas son tan importantes durante la producción matemática como lo son la deducción y el rigor lógico. Es sólo al final cuando ha de exponerse el resultado en formas de supuestos iniciales, definiciones y teoremas, cuando la lógica de la deducción debe limpiar de errores y cuando las otras formas de razonamiento deben ceder la prioridad a la deducción. El hecho de que los objetos que las Matemáticas consideran no sean objetos físicos materiales tampoco es exclusivo de las Matemáticas. Todas las Ciencias tratan conceptos, esto es, objetos mentales, sean estos gravitación, plusvalía, fotosíntesis, oxidación, recursividad, polisemia o complejo de Edipo.

El elemento esencial donde las Matemáticas se alejan de lo experimental reside en que las experiencias no intervienen en la validación de los resultados matemáticos. La experimentación jamás dilucidará la verdad del axioma de las paralelas, la existencia de los números negativos o del valor de la afirmación de que la suma de los ángulos de un triángulo es un ángulo llano; simplemente porque en el mundo físico no hay paralelas ni hay números.

Es en eso que las Matemáticas son autónomas, en que la validez de sus resultados depende en última instancia, de su estructuración interna, de la que la no-contradicción es el requisito sine qua non. En este sentido, la experimentación matemática es sobre todo experimentación mental; si para investigar o exponer un teorema acerca del triángulo o acerca de las funciones continuas se utiliza la imagen gráfica de un triángulo o el ejemplo de una determinada función, ese uso es siempre marginal, un apoyo sensitivo, un material para hacer más sencilla la comunicación. Un espejo nunca dirá lo que es una simetría, ni una plomada dirá lo que es una vertical; hay simetrías que no son especulares y verticales es un término relativo -en latitudes y longitudes hay verticales distintas-.

Ante estas posiciones, es necesario establecer diferencias entre el construir Matemáticas en el ámbito de la investigación y el hacer Matemáticas en los procesos de aprendizaje en los niveles escolares; porque los conceptos no se adquieren en un instante, se forman en procesos en los que

---

<sup>10</sup>HERNÁN, F. y CARRILLO, E. (1991). Recursos en el aula de matemáticas. Editorial Síntesis. Madrid. Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. N° 34. p.9

<sup>11</sup>BATLLE, A y OTRAS. (1996). Experimentos en clase de matemáticas de primaria. En: UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas. Laboratorio de Matemáticas. N° 7. Graó. Barcelona. p.8

<sup>12</sup>HERNÁN, F. y CARRILLO, E. (1991). p.38

el conflicto cognitivo y las experiencias (tanto convergentes como contrapuestas) son agentes mentales imprescindibles. Y ocurre con frecuencia que la evidencia sensible es antagónica con las construcciones matemáticas.

Estas posibilidades implican aceptar, como constante didáctica, el error experimental, la intuición equivocada, la conjetura insuficientemente fundada. Convirtiéndose en momentos didácticos de importancia para generar proceso de aprendizaje.

Las actividades matemáticas que se presentan en el Laboratorio tienen alguna intención y van directamente encaminadas a potenciar los procesos de experimentación e indagación matemática, reuniendo características como:

- Ofrecer un atractivo a los participantes del Laboratorio, para que puedan integrarlas fácilmente en su mundo y buscarles solución o explicación.
- Generar la posibilidad de provocar el desarrollo de razonamientos propios y creativos.
- Tener un carácter marcadamente abierto para poder acoger distintos caminos de solución, que puedan plantear los distintos participantes.
- Propiciar la oportunidad de expresar de distintas formas las vías de solución y de explicación, utilizando quizás distintos lenguajes.
- Dar la posibilidad de trabajar con distintos tipos de materiales, no únicamente con papel y lápiz.

Por todo ello, el contexto experimental es imprescindible en el aprendizaje de los conceptos y en el establecimiento de conexiones entre ellos. Es así como la actitud experimental; por ejemplo, al aceptar el error y la imprecisión, sin la intención de instalarse definitivamente en ellos, considera didácticamente valioso que quien aprende construya algunos materiales, porque los problemas que se le presentan durante la construcción servirán para dar significado a los conceptos que intervienen en la representación que existe en el material. La actitud experimental, permite que para un pensamiento eficaz lo importante no sea estar siempre en lo cierto (si es que tal cosa pudiera darse), sino estar en lo cierto al final (Hernán y Carrillo, 1991)<sup>13</sup>.

## Estructura básica del laboratorio de matemáticas

De acuerdo al documento pragmático, la estructura del Laboratorio de Matemáticas se encuentra compuesta por **Mesas de trabajo** y, las relaciones entre dos o más mesas de trabajo constituyen una **Sección**.

De manera esquemática se muestra en la figura N°6 la estructura básica del Laboratorio de Matemáticas, que está conformado por las mesas M1 a M8 ya su vez están relacionadas de la siguiente manera:  $M_1, M_2, M_7$ ;  $M_5$  y  $M_6$ ;  $M_3$  y  $M_4$ , relación que da como resultado las secciones  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  respectivamente: De forma algorítmica las secciones son resultado de las siguientes operaciones:

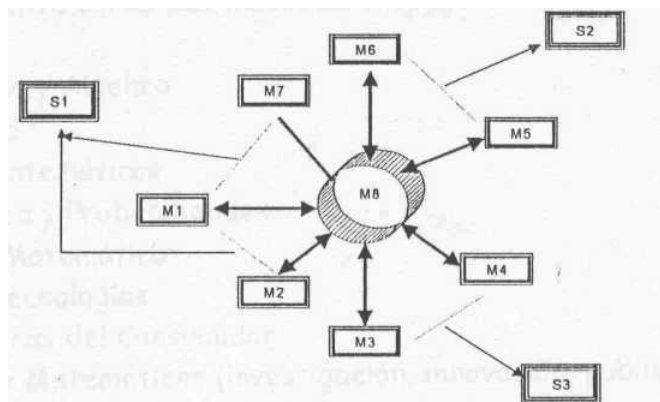
<sup>13</sup>HERNÁN, F. y CARRILLO, E. (1991). p.48

$$M_1 + M_2 + M_7 = S_1$$

$$M_5 + M_6 = S_2$$

$$M_3 + M_4 = S_3$$

(+ Simboliza la relación entre las mesas).



## Las Mesas de trabajo

Las mesas de trabajo son consideradas como un espacio fijo o móvil, donde se proponen y desarrollan las actividades matemáticas del Laboratorio. Comprenden un conjunto de materiales, como elementos concretos, juegos, acertijos y montajes, que generan desde lo concreto un desarrollo gradual de la construcción de conceptos y habilidades para el planteamiento y resolución de problemas, desarrollo de intuiciones matemáticas y exploración de concepciones creativas frente a problemas. Estas actividades y materiales constituyen aspectos importantes en la formación de pensamiento matemático. Una mesa puede integrar varios manuales (documentos de trabajo para los estudiantes y profesores) y materiales. Inicialmente se diseñan ocho mesas de trabajo. Siete de las mesas de trabajo, se considera, cubren en su mayor parte los lineamientos y contenidos básicos propuestos para el *área* de Matemáticas de la Educación Básica; al tener que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las Matemáticas. Estos procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, entre otros. Las mesas de trabajo en referencia son:

1. Juegos matemáticos
2. Aritmética y álgebra
3. Geometría
4. Estadística y probabilidades
5. Prensa y matemáticas
6. Nuevas tecnologías

7. Matemáticas del consumidor
8. Furgón de matemáticas (investigación, innovación, publicaciones, etc.)

De otra parte, para estructurar completamente el Laboratorio se dispone de una Mesa organizada y equipada, denominada **Furgón de Matemáticas**, cuya función es coordinar las mesas restantes para darles soportes investigativos, facilitar la innovación y divulgar sus logros y desarrollos.

## Bibliografía

- [1] C. Alsina, *Materiales para Construir la Geometría*. Colección matemáticas: Cultura y Aprendizaje, Editorial Síntesis, 1991, Madrid.
- [2] J. Arce, *El Laboratorio de Matemáticas en la Escuela Normal Superior Farallones de Cali*, 2004.
- [3] A. Battle et al., *Experimentos en clase de matemáticas de primaria*, UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas. Laboratorio de Matemáticas. 7, 1996, Barcelona.
- [4] M. De Guzmán, *Tendencias Actuales de la Enseñanza de la Matemática*, Studia Paedagógica. Revista de Ciencias de la Educación, 21, 1989, Universidad de Salamanca, Salamanca.
- [5] F. Hernán and E. Carrillo, *Recursos en el aula de matemáticas*, Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje, Editorial Síntesis, 34, 1991, Madrid.
- [6] H. Maturana and F. Varela, *El árbol del conocimiento*, Debate S.A., 1990, Madrid.
- [7] T.A. Romber, *Perspective on Scholarship and Research Methods*, D. Grows (Ed), Handbook of Research Mathematics Teaching and Learning. The National Council of Teachers of Mathematics, 1992, 49-64, Macmillan, Nueva York.
- [8] C. Vasco, *La Educación Matemática una Disciplina en Formación*, Revista Lecturas Universitarias, 1994.