

LOS ANÁLISIS A PRIORI EN LA CONSTRUCCIÓN DE UN INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN PARA EL TEMA “INTERVALOS DE CONFIANZA”

Anido de López, Mercedes y Terán, Teresita E.
Facultad de Ciencias Económicas y Estadística – U.N.R. - Argentina
teresitateran@hotmail.com

Campo de investigación: Probabilidad, estadística y combinatoria; Nivel educativo:
Superior

Resumen

En este trabajo se presentan los “análisis a priori” de problemas desarrollados como test de evaluación en el tema Intervalos de Confianza. Esta evaluación forma parte de una investigación cuyo objetivo es indagar el significado de los Intervalos de Confianza para alumnos de un primer curso de Estadística en la Universidad Nacional de Rosario. En el marco de la teoría de Godino (1999) se trata de conjeturar por medio de esta evaluación la presencia de distintos elementos de significado: extensivos, ostensivos, actuativos, intensivos y validativos, que son reveladores de la comprensión del tema. El tema Intervalos de Confianza es utilizado en la resolución de situaciones problemáticas en las distintas especialidades, ya sea en investigaciones o en el propio desarrollo de la práctica profesional, de allí su importancia.

El problema de investigación y marco teórico

La inferencia estadística es una de las grandes ramas de la Estadística y una herramienta metodológica fundamental en las ciencias empíricas.

Sin embargo, ya desde su comienzo se han descrito numerosos errores en la aplicación de la inferencia estadística en la investigación, con las consiguientes implicaciones sobre la validez de los resultados obtenidos. Yates (1951), por ejemplo, sugirió que los científicos dedicaban demasiada atención al resultado de sus contrastes, olvidando la estimación de la magnitud de los efectos que investigaban.

Numerosos trabajos de investigación indicarían que estas falencias perduran. Podríamos pensar que esta situación se debe a una enseñanza insuficiente del tema, a pesar de que la estadística es una asignatura obligatoria en la mayor parte de las licenciaturas e ingenierías.

En el marco teórico de Godino (1999) los objetos matemáticos, en nuestro caso, los Intervalos de Confianza emergen de la actividad de resolución de problemas.

Godino y Batanero (1994) introducen dos tipos de entidades primarias: prácticas significativas y significado de un objeto para los cuales postulan dos dimensiones interdependientes: personal e institucional.

Una práctica es significativa para una persona o para una institución si desempeña una función en la resolución del problema o si es útil para comunicar, validar o extender la solución a otros problemas.

En la construcción del significado y la comprensión sobre un objeto matemático (concepto, procedimiento, proposición, etc.) intervienen diversos tipos de objetos:

- Los problemas y situaciones de donde surge dicho objeto.
- Las expresiones del lenguaje, gráficos, manipulativos y cualquier otra representación del mismo.
- Sus definiciones, propiedades, y relaciones con otros objetos.

- Las acciones y procedimientos para resolver problemas y operar con el objeto.
- Los argumentos que damos para probar las propiedades o validar las soluciones a los problemas.

Godino y Batanero (1994), definen los siguientes tipos de objetos que se ponen en juego en la actividad matemática y que llamaremos *tipos de elementos de significado* y facilitan su análisis:

Extensivos: las situaciones y campos de problemas de donde emerge el objeto (situaciones-problemas, aplicaciones), de donde se induce y hacia donde se aplica la noción de Intervalo de Confianza y su contexto.

Ostensivos: representaciones materiales utilizadas en la actividad matemática (términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos); en ellas se incluyen en general las entidades lingüísticas/notacionales, por ejemplo, la notación de los Intervalos de Confianza, la notación de las distintas distribuciones que se utilizan, las gráficas de la función de densidad de dichas distribuciones, etc. Estos elementos ostensivos o representacionales se pueden observar y manipular y tienen una doble función, por un lado sirven para evocar los objetos abstractos inobservables, por otro, se usan para operar con ellos (en representación de los correspondientes objetos matemáticos) y producir resultados aplicables a dichos objetos.

Actuativos: procedimientos y estrategias para resolver los problemas (procedimientos, algoritmos, operaciones), se ponen de manifiesto, por ejemplo a través de los diversos procedimientos que se realizan cuando se efectúa una representación gráfica o una simulación.

Intensivos: propiedades características y relaciones con otras entidades: definiciones, teoremas y proposiciones (conceptos, proposiciones), como por ejemplo, las ideas de estadístico, parámetro, población o muestra en relación a los intervalos de confianza.

Validativos: tipos de argumentaciones para validar proposiciones (demostraciones, comprobaciones, justificaciones).

Descripción del estudio

Como nuestra investigación se centra en el significado de los Intervalos de Confianza para los alumnos universitarios, una de las preguntas que nos formulamos es ¿cuál es la comprensión de los alumnos en el tema en un primer curso de Estadística en la Universidad? ¿Qué elementos de significado se revelan en una evaluación? Para contestar estas preguntas elaboramos una primera evaluación completada individualmente por los alumnos.

Esta primera evaluación fue elaborada con el fin de detectar las dificultades que poseen los alumnos y los errores más frecuentes en el tema Intervalos de Confianza. A su vez, a través de errores y aciertos indagar sobre los elementos del significado personal de los alumnos en el tema Intervalos de Confianza.

Se siguieron en la confección de esta evaluación los lineamientos propuestos por Cruise, Dudley y Thayler (1990) en el libro “Una guía de recursos para la Estadística Introdutoria”, como así también los cuestionarios elaborados por Vallecillos (1999) y Tauber (2000).

Con estos aportes, sumados a nuestra experiencia personal como docente, esbozamos la evaluación exploratoria con preguntas abiertas, cerradas y de opción múltiple.

Se sometió a consulta con profesores del Departamento de Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística, y se tomó a título de prueba a un grupo de alumnos avanzados de la carrera de Estadística. Los aportes que resultaron de estas consultas llevaron al diseño de la evaluación definitiva, que se estructuró de acuerdo a los siguientes lineamientos en cuanto a contenidos:

- a) los campos de problemas cuya resolución hace surgir la idea de los intervalos de confianza (Elementos extensivos),
- b) las definiciones, propiedades de los Intervalos de Confianza y su relación con otros conceptos (Elementos intensivos),
- c) las representaciones gráficas, numéricas, verbales, algebraicas de los intervalos de confianza a través de una doble función simbólica e instrumental (Elementos ostensivos),
- d) las técnicas específicas realizadas para la resolución de problemas (Elementos actuativos),
- e) las solicitudes de interpretación, argumentación, justificación y síntesis (Elementos validativos).

Esta evaluación se llevó a cabo por alumnos pertenecientes a las carreras de: Contador Público, Licenciatura en Economía, Licenciatura en Administración, Licenciatura en Estadística (Facultad de Ciencias Económicas y Estadística U.N.R.); Ingeniería Industrial (Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura U.N.R.) y Medicina Veterinaria (Facultad de Ciencias Veterinarias U.N.R.).

La evaluación contiene nueve ítems y veinticinco subítems. Durante el diseño del cuestionario de evaluación se elaboró una tabla detallada donde se especifican por ítem el o los elementos de significado que entran en juego.

A continuación presentamos el análisis previo de algunos de los problemas.

PROBLEMA 2

- a) Escribe simbólicamente el nivel de confianza correspondiente al nivel de significación α .
- b) Escribe simbólicamente el valor crítico de t (bilateral) correspondiente a un nivel de confianza $(1-\alpha)$, para escribir un Intervalo de Confianza para la media poblacional, basado en una muestra de tamaño n .
- c) Escribe simbólicamente el intervalo que contenga al verdadero valor poblacional μ con una confianza de $(1-\alpha)$ en el caso de que $n > 30$.

El objetivo del problema 2 es:

- Saber si el alumno conoce la simbología a utilizar en función de los elementos teóricos proporcionados.

Este problema comprende el análisis sólo de elementos ostensivos que se refieren en la pregunta 2.a a la expresión simbólica del nivel de confianza; en la 2.b la expresión simbólica del valor crítico de t bajo determinadas condiciones y en la 2.c a escribir en forma simbólica un intervalo de confianza para μ bajo determinadas condiciones.

Si bien todos los ítems requieren la utilización de una notación simbólica, esperamos mayores errores en el punto c) por cuanto la escritura completa de un intervalo de confianza es más compleja que la de sus elementos por separado.

PROBLEMA 5

Se realizó un ensayo con suplementación con sorgo molido en la alimentación de novillos para estudiar las posibilidades de superar la baja disponibilidad de forraje durante el período invernal en la pradera. Se necesita estimar la ganancia en peso de los animales obtenida con este tipo de alimentación. Los datos relevados son los siguientes:

62 – 64 – 60 – 85 – 70 – 64 – 83 – 99 – 87 – 65 – 74 – 89 – 86 – 91 – 75 – 63 –
78 – 85 – 68 – 73

$$\diamond n = 20$$

$$\bar{x} = 76.05Kg.$$

$$S = 11.47Kg.$$

- a) Calcula un intervalo de confianza del 95% para el promedio de ganancia de peso de la población.
b) ¿Este intervalo del 95% de confianza contiene el verdadero valor promedio de la ganancia de peso en Kg.?

Verdadero Falso No se sabe

- c) Con respecto a este intervalo específico no se sabe si cubre al verdadero valor.

Verdadero Falso

- d) Si se desea disminuir el error de estimación un 10%. ¿Cuál debería ser el tamaño de la muestra?

Son objetivos del problema 5 saber si el alumno es capaz de:

- Estimar un intervalo de confianza para la media poblacional.
- Determinar el tamaño de muestra necesario para obtener un intervalo de confianza deseado.

En la pregunta 5.a se estudiaron elementos extensivos, actuativos, ostensivos e intensivos. El elemento extensivo correspondió al análisis del problema de donde surge la estimación de un intervalo de confianza para la media poblacional, el elemento actuativo se refirió al cálculo utilizando operaciones algebraicas para hallar el intervalo de confianza correspondiente. Los elementos ostensivos se refirieron al empleo de la simbología adecuada: $\bar{x}, S, n, t_{\frac{\alpha}{2}; n-1}$. En

los elementos intensivos se evaluó la comprensión de la definición de intervalo de confianza para la media poblacional.

Los problemas 5.b y 5.c correspondieron a elementos intensivos con las mismas características expresadas en el ítem 5.a.

La pregunta 5.c corrobora lo expresado en el punto 5.b.

En la pregunta 5.d se analizan elementos actuativos e intensivos. Los elementos actuativos corresponden a las operaciones algebraicas necesarias para el cálculo del tamaño de muestra, y los elementos intensivos a la determinación del tamaño de muestra para estimar un intervalo de confianza para la media poblacional.

En la elaboración se supuso que los errores más frecuentes provendrían de la primer parte del problema por la falta de aprehensión del concepto de los intervalos de confianza, y en la segunda parte, por una falta de dominio de la relación entre el error de estimación y el tamaño muestral.

PROBLEMA 6

Una caja contiene un gran número de bolillas rojas y azules. Un estudiante es asignado a la tarea de construir un intervalo de confianza para la proporción de bolillas rojas en la caja. Éste toma una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 100$, de las cuales 53 son rojas y calcula:

$$\left[0,53 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,53 \cdot 0,47}{100}}; 0,53 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,53 \cdot 0,47}{100}} \right] = [0,43; 0,63]$$

Concluye que el intervalo de confianza del 95% de la proporción de las bolillas rojas en la muestra es de $[0,43; 0,63]$. Cuando el profesor le corrige; pone mal. Detecta el error en la conclusión.

El objetivo del problema 6 fue:

- Detectar la capacidad de argumentación que poseen los alumnos en base a sus conocimientos sobre la estimación de un intervalo de confianza para la proporción poblacional.

Se presenta como situación problemática una aseveración aparentemente resuelta con un error conceptual y se solicita que lo determine y explique la naturaleza del error. Si bien entran en juego elementos ostensivos, predominan los intensivos y sobre todo la capacidad de argumentación (validativos).

Suponemos que los errores cometidos en este problema se deberán a una falta de incorporación del concepto de estimación en general, y de los intervalos de confianza en particular.

PROBLEMA 9

Existen varias maneras de reducir la amplitud de un intervalo. Indica cuál de estas opciones es verdadera:

- Manteniendo el mismo nivel de confianza, la misma variancia y aumentando el n .
- Manteniendo el mismo tamaño de muestra n , la misma variancia y aumentando el nivel de confianza.

El objetivo del problema 9 fue:

- Discriminar entre distintas aseveraciones, teniendo en cuenta las características de los intervalos de confianza y sus relaciones entre el nivel de confianza, la variancia y el tamaño muestral, cuál es la correcta.

El alumno debe aquí indicar la opción correcta, teniendo en cuenta las características de los intervalos de confianza y la relación entre los distintos elementos que intervienen en su construcción. Se analizan aquí solamente elementos intensivos referidos a las características de los intervalos de confianza.

Conclusión

En este trabajo se han presentado los análisis Teóricos previos y el análisis a priori de una Ingeniería Didáctica (Artigue, 1990).

Este análisis a priori ha estado constituido por la elección del profesor orientado a una detección de los elementos de significado que debe poseer el alumno para la comprensión del concepto de Intervalos de Confianza.

Creemos que este análisis puede constituir un aporte para la evaluación de la comprensión de conceptos estadísticos en otros temas.

Bibliografía

Artigue, M. (1990). Ingénierie Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9(3), 281-307. La Pensée Sauvage: Grenoble, Francia.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.

Cruise, J., Dudley, R. y Thayer, J. (1984). *A resource guide for introductory statistics*. Dubuque, Iowa: Kendall/Hunt.

Godino, J. (1998). Un modelo semiótico para el análisis de la actividad y la instrucción matemática. Comunicación presentada en el *VIII Congreso Internacional de la Asociación Española de Semiótica*. Granada.

Godino, J. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en didáctica de la matemática. En T. Ortega (Ed.), *Actas del III Simposio de la SEIEM* (pp. 196-212). Valladolid.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 14(3), 325-355.

Tauber, L. (2001). La construcción del significado de la distribución normal en un curso de análisis de datos. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla, España.

Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidence on learning difficulties about testing hypotheses. *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty-second Session of the International Statistical Institute*. Tome 58, Book 2 (pp.201-204). Helsinki, Finland: International Statistical Institute.