

DIFICULTADES EN LOS CONOCIMIENTOS DE CÁLCULO: UNA EXPERIENCIA CON PROFESORES DE BACHILLERATO DEL ESTADO DE YUCATÁN

Eddie Aparicio Landa

Universidad Autónoma de Yucatán, México

alanda@tunku.uady.mx

Campo de investigación: Formación de profesores; Nivel educativo: Medio

Resumen

En este escrito se reportan algunos resultados obtenidos en la aplicación de un diagnóstico de habilidades y conocimientos matemáticos básicos, a una muestra de 76 profesores de Bachillerato que al momento se encontraban impartiendo clases de matemáticas. De igual manera, se discute sobre el problema que tienen algunos profesores para explicar la funcionalidad y uso de algunos temas del cálculo diferencial, concretamente, se discurre sobre la regla de L, Hôpital a partir de la experiencia sostenida en un curso de capacitación docente. Las conclusiones aluden la necesidad de considerar los avances de la investigación en Matemática Educativa al momento de diseñar y desarrollar programas de formación del profesorado, sobre todo, en profesores Normalistas o de Educación Media.

Introducción

Los Bachilleratos en general, tienen una doble función, a saber: desarrollar entre los educandos un conjunto de habilidades y actitudes básicas para la realización de una actividad productiva socialmente útil y, la de proporcionar los conocimientos, lenguajes y métodos necesarios para el ingreso a estudios superiores. En el caso de matemáticas, esta doble función presenta fallas en el cometido de preparar a los jóvenes para la realización de estudios superiores. Una mirada diagnóstica sobre los conocimientos y habilidades que poseen algunos profesores del estado de Yucatán en las áreas de Álgebra, Geometría plana, Trigonometría, Geometría Analítica, Precálculo, Cálculo Diferencial y Cálculo Integral ha permitido tener una proximidad sobre la dimensión de este problema.

En el cuadro 1, se ilustran los resultados del diagnóstico aplicado a una muestra de 76 profesores del nivel medio superior con respecto a sus conocimientos matemáticos básicos.

Cuadro 1. Porcentaje de Eficiencia General y por Área temática

Área Temática	% de eficiencia
Álgebra	68.2
Geometría Plana	62.8
Trigonometría	46.9
Geometría Analítica	64.7
Precálculo	48.7
Cálculo Diferencial	34.2
Cálculo Integral	37.6

Es evidente que los profesores diagnosticados poseen serias deficiencias en el manejo de los contenidos de cálculo, así como en las áreas de trigonometría y precálculo. Se está entonces, ante el problema de que pese a la gran cantidad de escritos dedicados a los temas de formación del profesorado en matemáticas (D' Amore, Martini, 1997b, 2000) y a los avances de la investigación en matemática educativa, existe baja incidencia en los

programas de formación y actualización docente. Por ejemplo, quienes a nivel institución o dependencia son los responsables directos de la actualización, capacitación y formación del personal docente, por lo general, no tienen un programa bien definido que atienda las verdaderas necesidades del profesorado y por ende, las del alumnado. De esta manera, no solo los aportes de la investigación en matemática educativa no son considerados, sino que se minimiza el problema al mirarlo como un derivado de la endeble formación académica de los profesores del sistema educativo medio superior, maestros que en su gran mayoría son normalistas o licenciados en educación media, para el caso que nos ocupa.

En este sentido, la gran mayoría de los programas de formación para profesores de matemáticas en los bachilleratos del estado, se han enfocado más por el dominio de los conceptos (o contenidos) matemáticos que en la didáctica de los mismos. El supuesto para esto, deviene de la creencia de que los profesores normalistas o de educación media, poseen conocimientos y recursos del llamado cómo <<enseñar>> y por ende, sólo hay que proporcionarles el dominio del qué <<enseñar>> y esperar a que sean ellos mismos quienes posteriormente integrarán el qué con el cómo. Regularmente, los cursos de formación no son evaluados en tanto su aprovechamiento por parte de los participantes. A lo más, estos mismos mediante un breve cuestionario emiten un juicio sobre el desempeño del instructor y la satisfacción del curso, empero, no hay una medición real del impacto que dichos cursos tienen en la formación del profesor y consecuentemente, en su quehacer docente cotidiano.

Luego entonces, los programas de formación, actualización o capacitación docente, deben tomar para sí, el reto de “homogeneizar” profesiones, es decir, buscar que dentro de la diversidad de formación profesional de los profesores de matemáticas: ingenieros, normalistas, arquitectos, contadores, economistas y en el mejor de los casos, matemáticos; se forme a dicho profesorado para el ejercicio de la educación matemática. De otra manera, se podría decir, poco se estaría contribuyendo a la solución de los problemas reales que aquejan a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de bachillerato.

Las recientes políticas de cambio y reformas al currículo matemático escolar, han intentado pernear cambios en las prácticas educativas, insistiendo en la incorporación de tecnologías en los aprendizajes y en los aprendizajes centrado en los estudiantes. Al respecto, no hay duda de que el desarrollo de software <<educativo>> y el empleo de calculadoras con capacidades gráficas, posibilitan a que el esfuerzo de la enseñanza y la generación de aprendizajes en matemáticas, se oriente más a una comprensión significativa y aplicación práctica de los conceptos matemáticos implicados que a la simple adquisición de técnicas y algoritmos complicados de cálculo. Empero, ¿el profesor se encuentra preparado para desarrollar y orientar su práctica educativa con énfasis en los significados de los conceptos matemáticos? A juzgar por nuestra experiencia en este trabajo, no basta con incorporar tecnologías en las aulas y “modificar” el currículo matemático escolar. Habría que considerarse como indica Azcarate (1997), un análisis detallado de la formación disciplinar del profesor de matemáticas. Es decir, mirar de una manera sistémica su formación matemática y su formación en *didáctica de las matemáticas*.

Este trabajo centró la atención en los aspectos asociados al profesor: sus conocimientos matemáticos, su nivel de entendimiento de los conceptos y sus habilidades en la resolución

La experiencia

Si bien es cierto que no se define o clasifica el tipo de dificultades que tuvieron los profesores al respecto, también es cierto que no se puede ignorar la ausencia de un dominio matemático y la falta de habilidad para resolver ejercicios. Fue considerando los bajos resultados presentados en los cuadros 2 y 3 que se imparte un curso de capacitación docente en el área de cálculo diferencial a algunos profesores participantes en la prueba. Dicho curso fue desarrollado buscando ir más allá de un curso de capacitación matemática “tradicional” (regularmente enmarcado en el dominio matemático) en donde se contemplara la didáctica de la matemática. Por razones de espacio y a fin de ilustrar lo dicho, daré a modo de ejemplo, el diseño y tratamiento de un tema específico del curso, la regla de L'Hôpital.

En una de las sesiones del curso correspondientes al tratamiento de la regla de L'Hôpital, se trabajó con una serie de actividades entorno a dicha regla. Esto, con la intención de identificar el grado de conocimiento de los profesores sobre la regla, sus habilidades y sus entendimientos.

Una actividad exploratoria aplicada al inicio de la sesión a 20 profesores participantes, permitió dar cuenta de sus conocimientos, habilidades y entendimientos sobre la regla. Por ejemplo, se hicieron preguntas como las a continuación presentadas:

1.- Enuncie con la mayor precisión posible, la Regla de L' Hospital.

2.- Determine el valor de los límites indicados para cada una de las funciones dadas:

$$\text{A) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}; \quad \text{B) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\ln x}; \quad \text{C) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^2} \right); \quad \text{D) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}$$

3.- Dé una argumentación visual del porqué la Regla de L' Hospital resulta intuitivamente verdadera.

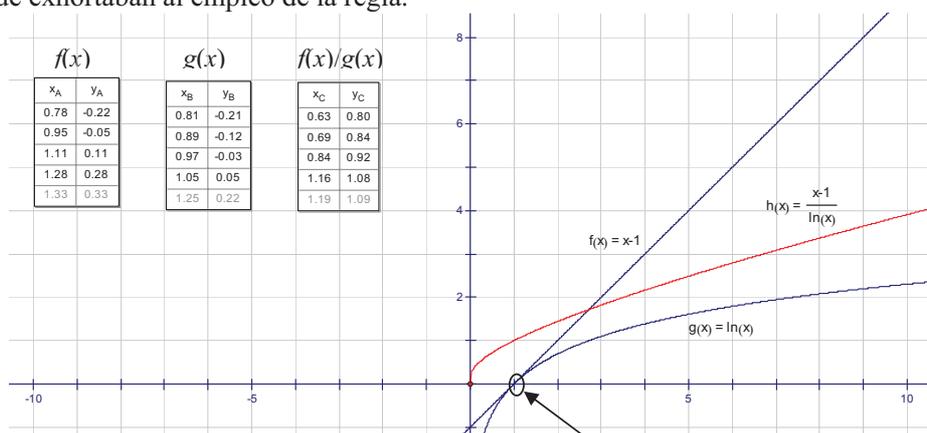
Para la pregunta 1, se encontró que el 80% de los profesores no pudo enunciar con precisión la regla. En la pregunta 2, el 100% realizó satisfactoriamente los incisos A) y B); El 70% manifestó problemas con el inciso C) y el 90% tuvo problemas con el inciso D). El 100% de los participantes, no ofreció respuesta alguna al reactivo 3.

Mirando que los profesores tenían problemas desde el recordatorio de la misma definición, se decidió iniciar por enunciar la regla y a partir de su definición, intentar generar un argumento geométrico basado en ideas infinitesimales que diera cuenta sobre la funcionalidad y deducción de la regla (véase, Cantoral, Farfán, 2004).

Se trabajó en un escenario gráfico apoyado en el uso del software Sकेchpad, 4.0 (programa de geometría dinámica) que permitiera mirar a las curvas localmente como rectas. Esto se logró mediante el uso de la herramienta *Zoom* que tiene el software y que resultó ser importante en el entendimiento de la regla. Así, el escenario contemplaba la presentación de la regla en términos simbólicos-verbales, el uso y comparación de gráficas, el análisis de

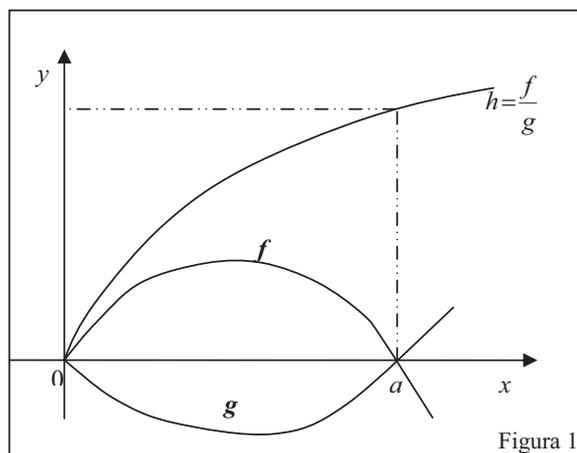
comportamientos en tablas y el planteamiento y resolución de problemas. Mostraré de manera simple, mediante fases, una aproximación al tratamiento seguido:

Fase 1. En el escenario gráfico, se desarrollaron ejemplos concretos de cálculos de límites que exhortaban al empleo de la regla.



Fase 2. Se trabajó sobre las ideas infinitesimales para dar paso a la argumentación de la funcionalidad de la regla. Así, se trabajaron casos como el siguiente:

En la figura 1, las funciones f y g cumplen las hipótesis de la regla de L' Hospital. Considerando el hecho de que $h(a+\Delta x) \approx h(a)$ cuando $\Delta x \rightarrow 0$. Establézcase un procedimiento algorítmico que haga plausible la regla de L'Hospital.



Algoritmo desarrollo por algunos profesores:

- A. $\frac{f(a+\Delta x)}{g(a+\Delta x)} \cong \frac{f(a)}{g(a)}$
- B. $\frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{g(a+\Delta x) - g(a)} \cong \frac{f(a)}{g(a)}$
- C. $\frac{\frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}}{\frac{g(a+\Delta x) - g(a)}{\Delta x}} \cong \frac{f(a)}{g(a)}$
- D. $\frac{f'(a)}{g'(a)} \cong \frac{f(a)}{g(a)} = h(a)$

Los profesores para este momento, tenían cierta claridad sobre la funcionalidad y deducción de la regla, pues se había hecho el análisis geométrico con carácter infinitesimal. Por tanto, restaba buscar la forma de vincular “formalmente”, el cociente de derivadas con el cociente de funciones. Al respecto mencionaré, que más de un profesor se cuestionó

sobre la manera en que habría de escribir su resultado, claro está, en notación de límites. Es

decir, en la forma: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}, g'(x) \neq 0.$

Conclusiones

La experiencia que derivó de un diagnóstico sobre los conocimientos y habilidades matemáticas en algunos profesores de bachillerato del estado de Yucatán, así como, de la implementación de un curso de capacitación docente en matemáticas y que se guió bajo una orientación histórica y epistemológica de los conceptos matemáticos, permite señalar que no es suficiente la intención y el deseo de mantener actualizado y capacitado al profesorado de este nivel educativo, a fin de hacer frente a los actuales desafíos de desarrollo de competencias entre los jóvenes para “garantizar” buenos aprendizajes y exitosa inserción al ámbito laboral sino, se hace también necesario, caracterizar a dichos profesores dentro de su heterogeneidad de formación profesional, precisando el tipo de formación con que cuentan, conocer su grado de dominio matemático, sus habilidades e incluso, sus inclinaciones y disposición por una formación didáctica que incluya el uso de las nuevas herramientas computacionales en matemáticas y su enseñanza.

En síntesis, para los programas de formación matemática en el nivel medio, concretamente, para profesores de bachilleres en Yucatán, se sugiere reflexionar sobre el planteamiento de una didáctica de la matemática en la formación del profesorado en donde se busque atender no sólo la diversidad de los docentes y alumnos, sino que genere diversidad por la propia vía de la enseñanza de la matemática (Andonegui, 2005). En ello, los resultados de las investigaciones en Matemática Educativa y la adecuada atención de la profesionalización del profesor (Villa, 2000), constituyen piezas importantes para el logro del objetivo social del bachillerato.

Bibliografía

Andonegui, M. (2005). Pensamiento complejo y educación matemática crítica. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18 (pp. 245-251). México: Clame.

Azcarate, P. (1997). La investigación matemática. Cuestiones sobre los procesos de formación de los profesores. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa* 3(2), recuperado en http://www.uv.es/RELIEVE/v3n2/RELIEVEv3n2_0.htm

Cantoral, R., Farfán, R. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo*. México, D.F., México.: Thomson.

D' Amore, B., Martini, B. (2000). Sobre la preparación teórica de los maestros de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(1), 33-45

L'Hôpital, M. de (1998). *Análisis de los infinitamente pequeños para el estudio de las líneas curvas*. Colección MATHEMA. México: UNAM.

Villa, L. (2000). La educación media. *Revista Mexicana de investigación Educativa* 5(10), 201-204. Obtenido en Mayo 23, 2003, de <http://www.comie.org.mx/revista/Pdfs/Carpeta12/12invest1.pdf>.