

## DE UN VIDEOJUEGO A LAS ECUACIONES DEL TIRO PARABÓLICO: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

Andrés Ruiz Esparza Pérez y Asuman Oktaç  
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados.  
andresruizep@gmail.com

México

**Resumen.** ¿Es posible partir de un videojuego para enseñar matemáticas o física? En el presente diseño de actividades didácticas se parte precisamente del conocimiento intuitivo que puede generar en el alumno el uso del videojuego "AngryBirds", para darle significado y aplicación a lo que en él acontece, y que en escenarios escolares se estudia como la "función de posición" o bien, las ecuaciones del tiro parabólico.

Se presenta una propuesta didáctica para el estudio del tiro parabólico a partir de un ambiente lúdico en un entorno tecnológico. Se toma como base el videojuego mencionado, el cual, por una parte, recrea dicho fenómeno físico y, por otra, conforma un marco de referencia para los significados del fenómeno en cuestión. Ante estas ventajas, se propone observar el fenómeno desde este ambiente para poner al estudiante en una situación de modelación de movimiento

**Palabras clave:** tiro parabólico, modelación – graficación, Geogebra

**Abstract.** Is it possible from a video game to teach mathematics or physics? In the present design of educational activities are just part of intuitive knowledge that can generate in students using the video game "AngryBirds" to give meaning and application to what happens on stage, and that in school settings is studied as the "function position" or, parabolic shot equations.

We present a didactic proposal to the study of parabolic shot from a playful atmosphere in a technological environment. It builds on the game mentioned, which, on the one hand, recreates this physical phenomenon and on the other, forms a framework for the meanings of the phenomenon in question. Given these advantages, aims at observing the phenomenon from this environment to put the student in a state of motion modeling.

**Key words:** parabolic shot, modeling – use of graphs, Geogebra

### Introducción

Una de las recurrentes preguntas en las clases de matemáticas es sobre la aplicación o utilidad de los conceptos abordados en el aula para la vida real. Por lo general, al no recibir respuesta satisfactoria a esta cuestión, se genera cierta desmotivación para el estudio de los contenidos. El presente diseño plantea una situación que puede considerarse una aplicación de un concepto previamente abordado en clase, y más aún, involucra un elemento con el que muchos alumnos están familiarizados dado su carácter lúdico. Se parte del videojuego llamado "AngryBirds", en el cual se impulsan desde una resortera unos pájaros (a modo de proyectil) con el propósito de derribar unos cerdos que se encuentran lejos de ellos. El lanzamiento describe un tiro parabólico, de modo que puede ser retomado para su uso educativo. El diseño parte de algunos elementos de dicho juego para analizar la situación física que se plantea y a partir de ello, poder darle significado y utilidad a los conceptos involucrados en el fenómeno.

### Conceptos, población y propósitos

Los conceptos matemáticos y físicos que se abordan propiamente son el tiro parabólico y sus ecuaciones de movimiento son:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\text{sen}(\alpha)t$$

$$x = v_0\text{cos}(\alpha)t$$

De tales temas se presupone un conocimiento general y de algún modo intuitivo. Es por eso que la propuesta desarrolla estos tópicos para darle un significado gráfico y hasta cierto punto útil. El diseño está pensado para estudiantes de tercer o cuarto semestre de bachillerato, que han llevado al menos un curso introductorio de geometría analítica, en donde han estudiado las ecuaciones cartesianas de curvas como la recta y la parábola. Se presuponen también nociones de física elemental, como las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniforme y particularmente, del tiro parabólico. Estos temas también son abordados usualmente entre el tercer y cuarto semestre.

Es posible también aplicarlo para estudiantes de bachillerato que han cursado ya los contenidos de precálculo (por lo general, en cuarto o quinto semestre) y que hayan estudiado las funciones reales de variable real, en especial, la función cuadrática. De modo general, se requiere que los estudiantes dominen lo suficiente las ecuaciones de lugares geométricos, como la parábola; que manejen las funciones trigonométricas elementales (seno y coseno) y sean capaces de despejar variables de las ecuaciones. Los propósitos que se persiguen en el diseño son, por un lado, de índole matemática: manipular el modelo matemático de una situación física real, para obtener –o bien– predecir resultados. En el aspecto didáctico, se pretende contribuir a la formación de un pensamiento y lenguaje variacional mediante el estudio de un fenómeno de variación y cambio.

### Consideraciones teóricas

Particularmente, el interés por la modelación matemática se ha incrementado en la educación desde hace unas décadas, debido a los alcances de las matemáticas en su relación con otras ciencias (Suárez, 2008). De igual modo, el uso de la tecnología en el aula es un fenómeno que se ha venido dando junto con el desarrollo de la tecnología misma y su alcance cada vez más extendido hacia todo tipo de público. Sin embargo, Lavicza (2010) comenta que a pesar de las grandes inversiones en recursos tecnológicos para las escuelas, realmente su integración ha sido mucho menor que la esperada en la década de los 80's. A pesar de ello, su uso es una realidad en muchas de las instituciones del sistema educativo.

En ese mismo estudio, Lavicza reporta los principales propósitos para los cuales se recurre al software (en particular, los llamados Computer Algebra Systems o CAS), entre los cuales se

puede mencionar: visualizar conceptos matemáticos, actividades de experimentación, resolver problemas de la vida real, checar soluciones de problemas, entre otros. En el presente diseño, se recurre a tales propósitos en uno u otro momento.

Por otra parte, la tecnología es una herramienta que hace dinámica la actividad matemática, con tal potencialidad que uno podría considerar que facilitaría el aprendizaje de las matemáticas (Briceño, 2013). El uso frecuente de la tecnología posibilita las representaciones gráficas y algebraicas de las funciones, pero no necesariamente ayuda a los estudiantes a construir una articulación eficiente entre dichas representaciones. (Dagher, 2010, citado en Briceño, 2013). El presente diseño considera el uso de la tecnología y de las gráficas para dotar de significados a los contenidos expuestos, y vincularlos con el fenómeno que acontece realmente, de modo que sea posible articular sus diferentes representaciones.

Como ya se mencionó, uno de los propósitos atiende a la formación de un pensamiento y lenguaje variacional (PyLVar). Para acceder al pensamiento y lenguaje variacional se precisa entre otras cosas del manejo de un universo de formas gráficas extenso y rico en significados por parte del que aprende. El conocimiento superficial de la recta y la parábola no resultan suficientes para desarrollar las competencias esperadas en los cursos de análisis. (Cantoral & Farfán, 1998). Además,

el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional entre los estudiantes precisa de procesos temporalmente prolongados. Supone el dominio de la matemática básica y de los mecanismos del pensamiento asociados, pero exige diversas rupturas con estilos del pensamiento prevariacional. Dichas rupturas (...) deben permitir la matematización de la predicción de los fenómenos de cambio. (Cantoral y Farfán, 2003, p. 37).

Es así que Briceño (2013) subraya que las investigaciones y los diseños donde se pone en juego la variación llevan a desarrollar el PyLVar en los participantes, ya que justamente dicho pensamiento se desarrolla por hacer uso del conocimiento a través de sus prácticas que van desarrollando en la situación. Se pretende construir una epistemología orientada hacia las prácticas, donde el participante hace uso de su conocimiento y lo resignifica para desarrollar un PyLVar, es decir, una matemática que sea funcional.

Finalmente, (Briceño, 2013) considera tres aspectos que norman una integración tecnológica en una situación de modelación de movimiento en un escenario de difusión del conocimiento, representados en un diagrama de Venn, los cuales han sido considerados también para la elaboración del diseño:

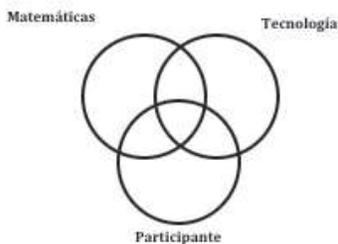


Figura 1: Consideraciones de la integración tecnológica en (Briceño, 2013)

1. En la intersección de la matemática con la tecnología, considera aquellas significaciones variacionales o construcciones que surgen con relación al pensamiento variacional al usar la tecnología en un escenario específico.
2. En la intersección de la tecnología con el participante, se busca la integración de la tecnología al participante para construir conocimiento matemático.
3. En la intersección del participante con la matemática, se considera afectar su conocimiento cotidiano para generar un conocimiento que sea funcional sobre ideas variacionales, es decir, el desarrollo del PyLVar.

De igual manera, se asume la hipótesis de Suárez (2008), según la cual la variación se resignifica a través de la categoría Modelación – Graficación. Es así que se plantea una propuesta de modelación de movimiento, en la cual se acentúa la relación entre el fenómeno a estudiar, su modelo matemático y la gráfica de dicho modelo, elementos que concurren en el mismo entorno del software y de la propuesta didáctica.

### El diseño

La propuesta didáctica consta de tres momentos, a saber: exploración; discusión; interpretación y aplicación. Para la implementación de la actividad, se sugiere trabajar en parejas, para poder comentar y discutir los resultados, y hacer más ágil la toma de datos desde el software. La secuencia comprende una hoja de trabajo y cuatro archivos de GeoGebra diseñados *ex profeso*. La hoja de trabajo comprende a su vez cuatro secciones, las cuales se corresponden con los archivos de GeoGebra, y que se detallan a continuación.

- a) En la primera sección, correspondiente al momento de exploración, se retoma el ambiente del videojuego y se explica cómo está siendo simulado en el software GeoGebra. Además de ser exploratoria, esta primera sección indaga en los conocimientos previos del alumno, al indagar sobre los parámetros que se están manipulando en el juego, y que a su vez determinan la trayectoria del proyectil.

b) En el segundo momento se pretende generar una discusión sobre la variación de los parámetros en el contexto del juego, en este caso, retomando una situación que ocurre en pantalla para analizar la relación entre los parámetros del tiro. A ello corresponde la segunda sección de la hoja de trabajo, donde se demandan ya valores que han de obtener por medio de la manipulación del software. En ella se retoman los parámetros acordados en la sección anterior y se piden valores específicos de dichos parámetros para lograr golpear los objetivos del proyectil. Una vez recolectados los datos, se abre una pregunta para la discusión en parejas: si esos valores reportados son únicos o no, y por qué.

Se espera que los participantes puedan determinar distintos pares de valores para los parámetros de modo que con ellos logren impactar al objetivo. En cuanto a la última pregunta, la discusión que se espera es en cuanto a la variación de los parámetros. Por ejemplo, si disminuye uno, tiene que aumentar el otro, o viceversa. Dada la popularidad del juego, aquí podrían reportarse respuestas “casuísticas”, o bien, que serían posibles dentro del contexto del juego. Por ejemplo, que al tirar un cerdo éste puede tirar a otro, o el pájaro rebota, u otras situaciones similares que se dan dentro del videojuego, pero que no son simuladas en el software.

c) El tercer momento propone problemas tradicionales de este contenido escolar para resolverse en el entorno mismo del software. Además, incorpora la gráfica de posición del objeto, lo cual da pie al estudio de la función de posición y su relación con el fenómeno físico en cuestión. Así, en la tercera sección de la hoja de trabajo, se exploran aspectos variacionales en los participantes, a través de cuestionamientos sobre el cambio de las variables. Para ello, se recurre a una circunstancia que es usual en el videojuego: la trayectoria del último pájaro tirado se deja visible, de modo que el jugador pueda mejorar el siguiente tiro. A partir de eso, lo primero que se pide es igualar la trayectoria de un proyectil (que está ilustrada en la pantalla), y con ese par de parámetros, hallar otro par que mejore el tiro y logre impactar en el punto marcado como objetivo. Se explora a continuación la variación de un parámetro dejando fijo el otro.

La cuarta sección de la hoja de trabajo remite a un diseño en GeoGebra que permite visualizar dos situaciones; por una parte, el fenómeno real (de lado izquierdo), el cual se encuentra incluso ambientado por el entorno del videojuego. Por otra parte, de lado derecho se encuentra la ecuación de posición del objeto (o función de altura) que se obtiene de la fórmula discutida previamente, y ambientada como si fuera un pizarrón de clase tradicional. Tal distinción se hace intencionalmente para resaltar la diferencia entre la trayectoria del ave (el fenómeno que ocurre en realidad) de la función que determina su altura.

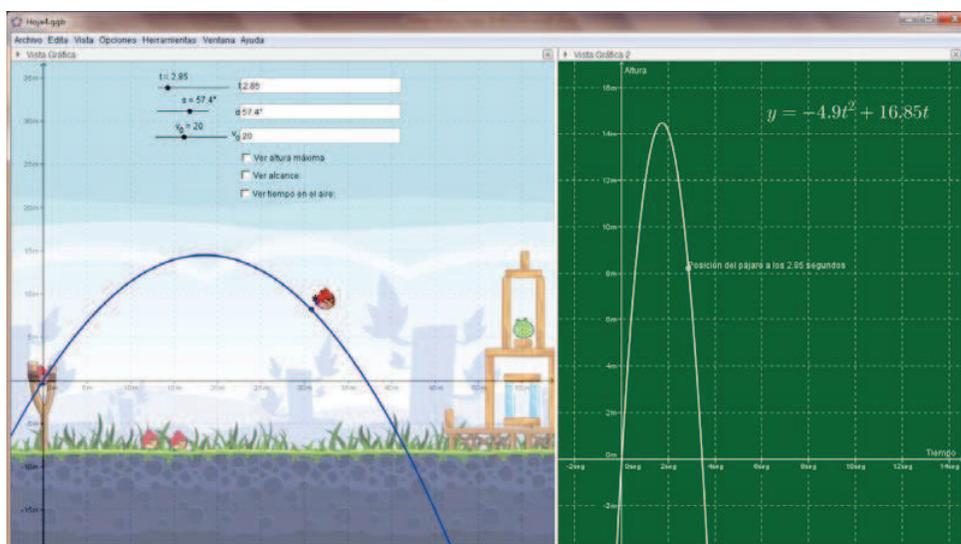


Figura 2: Entorno de la "Hoja4.ggb"

En la última sección, se pretende trabajar analíticamente y poder observar y/o comprobar los resultados en el software. Se plantean cuatro primeros problemas, los cuales se pide resolverlos de modo aproximado usando el software, de modo que pueda visualizarse en el software lo que demanda el problema. Los segundos cuatro problemas, se pide que se resuelvan de modo analítico, usando las ecuaciones antes mencionadas, y que los resultados sean comprobados en el software

### Resultados preliminares

Se aplicó una prueba piloto para un grupo de diez estudiantes de quinto semestre de bachillerato, en la Preparatoria "Mons. Luis Miguel Cantón Marín" de la ciudad de Mérida, Yucatán, México. Se reportan la validación de los momentos de acuerdo a lo que se esperaba para cada uno.

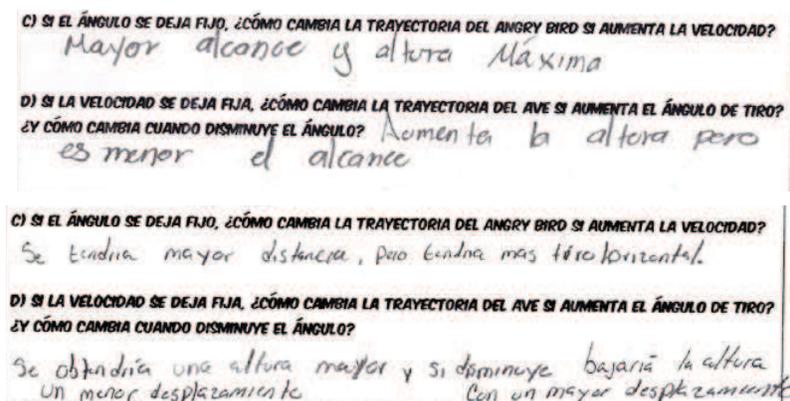
- Para el momento de exploración, todos los alumnos lograron identificar e indicar las variables del fenómeno en cuestión, términos de ángulo, ángulo de tiro, o bien, velocidad y/o fuerza.
- En el momento de discusión, los estudiantes coinciden en la no unicidad de los parámetros para generar un tiro similar. Algunos adelantan ya en este momento estimaciones sobre el efecto de la variación de un parámetro sobre el otro:

LOS VALORES QUE ENCONTRASTE SON ÚNICOS, O PUEDEN SER OTROS? EXPLICA POR QUÉ Y COMPARA TU RESPUESTA CON TUS COMPAÑEROS

*Al disminuir el ángulo, la velocidad tiene que aumentar para alcanzar el objetivo.*

*Creo que menor Ángulo mayor V.I. en altura y distancia.*

c) En el momento de interpretación y aplicación, dos de las parejas de trabajo establecen la correspondencia esperada en el análisis preliminar, esto es, identifican la relación entre los parámetros ángulo y velocidad que se dan en el contexto del juego, y por tanto, del tiro parabólico. La referencia a la trayectoria dibujada por el proyectil anterior permite tener un apoyo para establecer dicha relación:



La distinción en el entorno de la Hoja4 de GeoGebra de la trayectoria (lado izquierdo) y la función de posición (derecho) permitió establecer una correlación entre el fenómeno estudiado y una de las funciones que habitualmente se estudia. El mismo diseño contribuyó a distinguir el trazo de la trayectoria, y la representación gráfica de la función. Esto se observó al solicitar datos del entorno del software que remitían indistintamente a la simulación del tiro o a su función de posición.

### Conclusiones

De acuerdo con lo investigado y con la secuencia didáctica propuesta, se pueden establecer algunas conclusiones preliminares: En primer lugar, y como ya se ha dicho, el diseño parte de una situación conocida y familiar para el alumno, que en este caso es un videojuego. Ciertamente se corre el riesgo de que el estudiante pierda su atención en los detalles de dicho juego, de modo que se ha buscado minimizar los factores que puedan distraer la atención del alumno en su aplicación. El uso de la tecnología juega un papel de simulador y para la interpretación de los conceptos. Simulador en el sentido que atiende a un fenómeno real, que si bien puede ser observado directamente, no podría ser medido tan fácilmente y, por tanto, modelado. Y es también interpretador ya que permite la visualización gráfica de lo que ocurre, y darle significado a lo que se manipula algebraicamente. Por otro lado, se permite distinguir la diferencia entre la trayectoria del proyectil y la gráfica de su función de posición, relación que suele ser confusa en los primeros acercamientos. Finalmente, considera en el alumno la formación de un pensamiento

y lenguaje variacional, dado que el fenómeno de estudio en cuestión involucra la predicción del movimiento, lo cual resulta un elemento fundamental en el desarrollo de dicha estructura mental.

### Referencias bibliográficas

Briceño, E. (2013). *El uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos*. Tesis inédita de doctorado. Cinvestav – IPN. México.

Cantor, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y Lenguaje Variacional en la introducción al análisis. *Épsilon*, 14(3), 353 – 369.

Cantor, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27 – 40.

Lavicza, Z. (2010). Integrating technology into mathematics teaching at the university level. *ZDM Mathematics Education*, 42, 105 – 119.

Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

El juego “AngryBirds” puede consultarse en <http://chrome.angrybirds.com/>