

## CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS A TRAVÉS DEL PLEGADO

Mónica Lorena Micelli

Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González"

monikmathis@gmail.com

Argentina

**Resumen.** El presente trabajo forma parte de una investigación que se está llevando a cabo sobre el estudio de las técnicas del Origami en la clase de Matemática. La investigación se enmarca dentro de los lineamientos de la construcción social del conocimiento matemático, la Socioepistemología. Se entiende por Origami a la técnica del plegado de papel y se considera que en el desarrollo de esta actividad se construyen determinados conceptos matemáticos en escenarios no académicos que pueden incluirse en la clase de geometría.

**Palabras clave:** origami, construcciones geométricas, modelos geométricos

**Abstract.** The present work is part of an research is carried out on the study of Origami's techniques in the Math classes. The research is framed within the lines of the social construction of the mathematical knowledge, the socioepistemology. The Origami is a technique of paper folding. We think in these activities with Origami the students can build math concepts in non academic scenes. These techniques can be taken in the geometric classes.

**Key words:** origami, geometric building, geometric models

### Introducción

Origami es la disciplina que permite crear diferentes objetos, animales o personajes reales e imaginarios, a partir de una hoja de papel. El fin no es sólo tomar a esta disciplina como una mera recreación sino que la propuesta que aquí se presenta se encuadra en el marco de la Socioepistemología pues permite analizar de qué forma influyen los conocimientos adquiridos fuera de la escuela y pueden ser empleados como un recurso para la construcción o aplicación de conceptos geométricos. Para esta ponencia se propone trabajar con Origami, disciplina que se desarrolla en escenarios no académico pero que puede transformarse en una práctica que se traslade a escenarios académicos con una intencionalidad didáctica, especialmente para la construcción y desarrollo de contenidos de la Geometría

### Aproximaciones teóricas

Como se ha dicho el trabajo se desarrolla desde la mirada de la Socioepistemología y para ello se presentan algunos términos propios de esta teoría para luego explicar qué se entiende por Origami.

La Socioepistemología, como sistema teórico para la investigación en Matemática Educativa se ocupa específicamente del problema que plantea la constitución del saber matemático entre la población. Es importante precisar que en este enfoque, asumimos la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular,

técnico o culto, pues en su conjunto constituyen la sabiduría humana (Cantoral y Reyes, 2013, p.1).

En este marco se reconocen dos clases de escenarios distintos: el académico y el no académico. Para comprender el primero se toman las palabras de Crespo Crespo quien incluye en estos escenarios académicos tanto a los escolares como a los científicos y amplía la idea planteando que son:

aquellos en los cuales el conocimiento científico es intencionalmente central, ya sea a través de actividades matemáticas de investigación o de enseñanza. En estos escenarios uno de los objetivos explícitamente planteados por sus actores es la construcción del conocimiento, en nuestro caso, el conocimiento matemático (Crespo Crespo, 2007, p.38).

Mientras que los escenarios no académicos

el conocimiento científico no es central de manera intencional, pero eso no significa que en ellos no se pueda construir y manejar este tipo de conocimiento, e incluso influir en la construcción de conocimiento que se lleve a cabo en un escenario académico (Crespo Crespo, 2007, p.38).

Los conceptos matemáticos y los procesos asociados que se desarrollan en el aula de matemática pueden provenir de estos escenarios no académicos. Al respecto Cantoral y Reyes manifiestan:

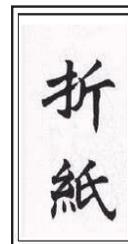
los conceptos y procesos matemáticos que se ponen en funcionamiento en un acto didáctico pueden no ser propiamente objetos matemáticos en el sentido clásico, el saber culto, típicamente aceptados por la comunidad matemática o en el ámbito de la noosfera educativa que se expresa en la currícula oficial, en forma explícita o tácita, sino son más bien se trata de nociones, preconceptos, acciones, actividades y prácticas que participan de otros ámbitos de la actividad humana como la construcción de artefactos, las innovaciones tecnológicas, los diseños de ingeniería, las ciencias, las técnicas, las artesanías, las actividades comerciales, entre otras. Actividades que en su conjunto son extraídas de prácticas socialmente compartidas de índole cultural (Cantoral y Reyes, 2013, p.2).

Bajo esta mirada se parte en esta investigación de entender al Origami como una actividad extraída de una práctica, culturalmente reconocida. Una actividad que se origina y desarrolla fuera del aula pero que esto no quita que sus técnicas requieran de conceptos matemáticos que pueden llevarse al aula para ser trabajados en relación a un contexto geométrico. Para entender un poco

más sobre qué se entiende por la técnica del Origami a continuación se describe en qué consiste esta actividad.

### Algunas consideraciones sobre el Origami

Se conoce bajo el nombre de Origami al arte japonés en el cual se dobla el papel para construir figuras variadas. La palabra Origami se traduce de “ori” como doblado y “kami” como papel. En español esta técnica es conocida con el nombre de Papeloflexia, “palabra de origen latino que deriva de papiro (papel) y flectere (doblar)” (Blanco y Otero, 2005, p.1). Aunque se supone que el origen del Origami es japonés, hay que remontarse hasta el lugar en donde se inventó del papel, China,



entre el siglo I ó II y recién en el siglo VI llega a Japón tan sólo para las clases más pudientes, ya que el papel era muy valioso por aquella época. Entre los siglos XIV y XVI, el papel se hizo más accesible, pero dicha actividad seguía teniendo características particulares en cada clase social, cada una poseía un adorno que la distinguía. Recién en el período 1603 -1867 desaparece esta distinción y el Origami pasa a ser una actividad para todos por igual. En esta época surge la base para la construcción de la grulla (“zuru”), símbolo popular Japonés. Luego, son los árabes los que traen esta disciplina desde Asia para toda Europa y desde España se extiende a toda América latina (Royo, 2002).

Existen distintas clases de Origami, clasificando las técnicas según distintos aspectos como: su finalidad, el papel utilizado y la cantidad de piezas de papel empleadas (Leal, Suárez, Fernández y Moreno, 2010).

*Según su finalidad:*

- Artístico: las figuras son de distinta naturaleza: animales, flores, personas o formas abstractas, pero todas ellas tienen por objetivo ser un objeto de ornamentación.
- Educativo: las construcciones de las figuras tienen por objetivo el estudio de propiedades geométricas.

*Según la forma del papel:*

- A partir de un papel con forma de cuadrado (clásico) pero así también puede ser rectangular o triangular.
- A partir de tiras largas de papel.

*Según la cantidad de papeles empleados:*

- Tradicional: donde se emplea un solo trozo de papel cuadrado y no se permiten ni tijeras ni pegamentos
- Modular: donde se emplean varios trozos de papel los cuales se pliegan para formar módulos o pequeñas unidades que luego se ensamblan para crear figuras complejas. Estos módulos pueden ser basados en las caras, vértices o aristas del sólido geométrico construido.

Según la construcción obtenida:

- Figuras planas
- Figuras volumétricas

Estas técnicas que conforman el Origami fueron estudiadas por matemáticos y han propuesto un conjunto de axiomas, por ejemplo Huzita propone los siguientes axiomas para el Origami:

- 1) Dados dos puntos A y B construibles, podemos construir la línea que los une;
- 2) El punto de coincidencia entre dos líneas construibles es construible;
- 3) Dado un segmento delimitado por dos puntos construibles, su mediatriz es construible;
- 4) La bisectriz del ángulo formado por dos líneas construibles es construible;
- 5) Dados dos puntos A y B y una línea r construible, la línea que pasa por A y que refleja a B sobre r es construible;
- 6) Dados dos puntos A y B construibles, y dos líneas construibles r y s, la línea que refleja al punto A en r y B en s, si es que existe, es construible (Royo, 2002).

### ¿Por qué trabajar con Origami en la clase de Geometría?

“Durante la segunda mitad de este siglo, la geometría parece tener una pérdida progresiva de su posición formativa central en la enseñanza de las matemáticas de la mayoría de los países. Este decaimiento ha sido tanto cualitativo como cuantitativo” (Villani, 2001, párr. 21). Estas razones llevaron a buscar nuevos recursos didácticos para la clase de Geometría, siendo el Origami una alternativa que está al alcance de todos pues no requiere gran cantidad de materiales, solo papel. El primero libro que se conoce donde se presenta el doblado y cortado de papel en un contexto matemático es *Wakoku Chiyekurabe* de Kan Chu Sen. Este libro se publicó en 1721 y presenta una variedad de problemas que incluyen un razonamiento matemático (Ferreira de Oliveira, 2004).

Desde el punto de vista didáctico aplicando técnicas de Origami se puede trabajar:

- Construcción de figuras planas como tridimensionales

- Identificación de elementos de las figuras, tales como: lado, ángulo interior, diagonal, base media, etc. Con respecto a la construcción de poliedros se requiere identificar: caras, aristas y vértices.
- Pasaje del plano al espacio y del espacio al plano.

A su vez, en algunas construcciones pueden trabajarse conceptos geométricos como por ejemplo: paralelismo, perpendicularidad, simetría, bisectriz de un ángulo, mediatriz de un segmento, etc.

Por otro lado, su práctica favorece las destrezas motoras y perceptivas, siendo algunos de sus beneficios:

- Coordinación bilateral
- Coordinación ojo - mano
- Destreza manual
- Incremento de fuerza digital
- Percepción figura fondo
- Posición en el espacio del papel en relación al sujeto (Rodríguez y Fernández, s/f).

La construcción implica seguir una serie de pasos motrices que tienen un orden específico en una secuencia determinada. Relacionado con estas acciones que el Origami fomenta puede decirse que favorece el desarrollo cognitivo basado en las palabras de Piaget quien sostenía que “la actividad motora en la forma de movimientos coordinados es vital en el desarrollo del pensamiento intuitivo y en la representación mental del espacio” (citado en Leal et. al, 2010, p.9).

Describiendo los beneficios del orden cognitivo puede mencionarse:

- Cumplimiento de directrices orales, escritas o gráficas
- Interpretar signos y símbolos
- Desarrollo del pensamiento lógico
- Aumento de la atención
- Favorecer el ejercicio de la memoria

Además puede verse no solo como una acción para realizarse en forma aislada sino también como una actividad cooperativa, favoreciendo el trabajo en pequeños grupos en el aula como así también fomentando el gusto por lo estético y lo creativo muchas veces ausente en la clase de Matemática.

## Metodología

Para esta investigación se han estudiado distintas construcciones, especialmente aquellas relacionadas con Origami modular y en base a dichas construcciones se han seleccionado algunas construcciones sobre las cuales se ha confeccionado una secuencia de actividades con la intención de implementarlas en las clases de Enseñanza de la Matemática en el Profesorado de Nivel Primario. El objetivo de la implementación es analizar como los estudiantes, futuros docentes, resuelven la secuencia para luego en una segunda etapa puedan reflexionar sobre qué conceptos matemáticos están presente en estas actividades de diseño.

A continuación a modo de ejemplo se presenta una actividad diseñada en esta investigación para trabajar con técnicas de Origami modular para la confección de una “caja de base cuadrada”.

*Actividad: Caja modular de base cuadrada*

Construye cuatro módulos iguales según los pasos que se describen a continuación

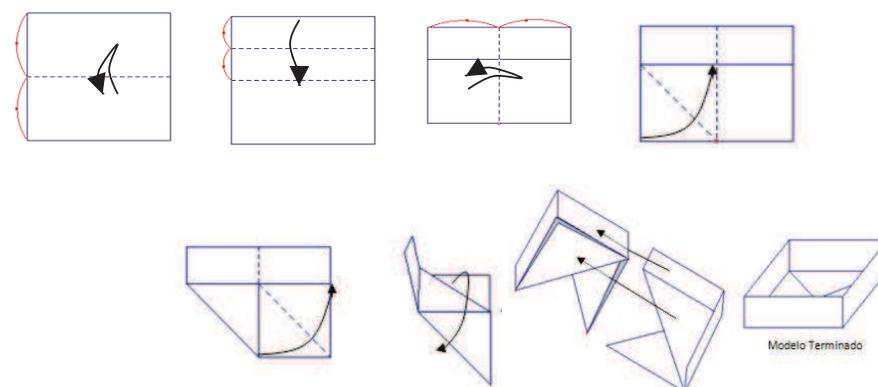


Figura 1: Construcción de una caja de base cuadrada

1. Si necesitásemos una caja con una altura de 6 cm. ¿Qué medidas debe tener el papel para dicha construcción? justifica
2. Calcula el volumen de la caja en función del lado  $l$  de cuadrado de papel
3. Si se duplica el lado del cuadrado, ¿se duplica el volumen? Justifica tu respuesta.
4. Se quiere construir una caja de base cuadrada de 10 cm de lado, ¿cuánto tendría que medir la pieza de papel que utilizaríamos en la confección de cada módulo?
5. Para construir una caja cúbica que modificaciones habría que hacer en la pieza de papel antes de seguir el mismo procedimiento detallado más arriba. Explica los pliegues que sufrirían alguna modificación menor y explica cual sería en cada caso.

6. Para construir una caja cúbica de 12 cm de lado, ¿cuáles son las medidas de cada una de los cuatro cuadrados de papel necesarios? ¿Cuántos cm<sup>2</sup> se necesitan para su construcción? Pruébalo construyendo una caja con los pasos que modificaste en la actividad anterior.

La investigación que se presenta en este artículo se encuentra en proceso. Las etapas realizadas hasta el momento tienen que ver con la selección de las construcciones modulares para elaborar a partir de ellas una secuencia de actividades. Los pasos a seguir en esta investigación son: la implementación de la secuencia en el ciclo 2014 en la clase de Enseñanza de la Matemática del Profesorado de Nivel Primario de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Luego de esta implementación se confeccionarán los instrumentos necesarios para analizar los resultados obtenidos. Además se tiene pensado entrevistar a determinados estudiantes que intervinieran en la implementación de la secuencia para complementar la información obtenida de las producciones realizadas.

### Algunos comentarios a partir de este trabajo

Llevar la técnica del Origami a la clase de Matemática, más precisamente al momento de hacer Geometría, significa proponer un método de trabajo con un valor cultural que favorece el desarrollo de nociones espaciales, destrezas manuales y a su vez fomenta la concentración y la creatividad. El plegado de papel es una técnica que se creó en escenarios no académicos pero que bien puede llevarse al aula como una práctica que permite visualizar figuras tanto en el plano como en el espacio.

La intención de introducir al sistema didáctico técnicas, como la del Origami, que tienen su origen muy alejado de las aulas es trabajar con los futuros docentes el reconocer al saber matemático como un saber que se ha constituido socialmente en escenarios no académicos. El enfoque de la Socioepistemología “plantea una nueva visión hacia la educación de la matemática concebida como acción áulica, partiendo de las actividades cotidianas de los individuos” (Cantoral y Reyes, 2013, p.2).

### Referencias bibliográficas

- Blanco, C. y Otero, T. (2005). Geometría con papel (papiroflexia matemática). *Sctm05*. Recuperado el 28 de marzo de 2013 de <http://imarrero.webs.ull.es/sctm05/modulo3tf/1/cblanco.pdf>
- Cantoral, R. y Reyes, D. (2013). *Socioepistemología y disciplinarización de la Matemática Educativa*. Recuperado el 20 de mayo de 2014 de <http://www.cihem2.com/docs/propuestas/pta.051.pdf>.

Crespo Crespo, C. (2007). *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología*. Tesis de Doctorado no publicada, Cicata-IPN, México.

Ferreira de Oliveira, F. (2004). *Origami: Matemática e Sentimento*. Recuperado el 28 de marzo de 2013 de [http://educarede.homedns.org/educa/img\\_conteudo/File/CV\\_132/2004-10-18\\_-\\_Origami-Matem\\_tica\\_e\\_sensibilidadel.pdf](http://educarede.homedns.org/educa/img_conteudo/File/CV_132/2004-10-18_-_Origami-Matem_tica_e_sensibilidadel.pdf)

Leal, C., Suárez, G., Fernández, M. y Moreno, H. (2010). *El plegado en geometría. Líneas notables del triángulo*. Recuperado el 28 de marzo de 2013 de [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110452\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110452_archivo.pdf)

Rodríguez, A. y Fernández, A. (s/f). *Análisis de la actividad de Origami*. Universidad Nacional de Colombia. Recuperado el 3 de marzo de 2013 de <http://www.pajarita.org/articulos/pdfs/An%C3%A1lisis%20de%20Origami.PDF>

Royo, J. (2002). Matemáticas y papiroflexia. *Sigma* 21, 174-192.

Villani, V. (2001). *Perspectives en l'ensenyament de la Geometria pel segle XXI*. Traducción: Víctor Hernández y Martha Villalba. Recuperado el 28 de marzo de 2013 de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>