EL DISCURSO ESCOLAR. ASPECTOS DE SU FORMACIÓN

Apolo Castañeda Alonso
Cicata-IPN
apcastane@gmail.com

Campo de investigación: Socioepistemología; Nivel educativo: Superior

Resumen

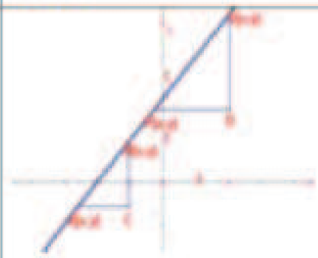
En este escrito se analizan los aspectos que configuran el discurso matemático escolar a fin de conocer su naturaleza, eminentemente social, y contribuir a los propósitos específicos de la investigación socioepistemológica que se busca, entre otras acciones, las reconstrucción del discurso matemático escolar. Este análisis se apoya de los resultados de la investigación de Castañeda, (2004) relativo al análisis de obras de texto de antaño, a su tratamiento didáctico y al fenómeno de difusión del saber en relación al idea de *máximo* de una función.

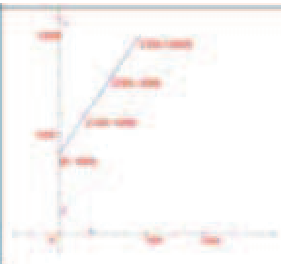
Antecedentes

Por discurso matemático escolar, Marcolini y Perales (2005) explican que se refiere a aquel discurso que se preocupa por la formación de consensos en la noosfera en torno a un saber escolar y a aspectos relativos a su tratamiento, características, incluidos aspectos de organización temática y profundidad expositiva.

En la investigación de corte socioepistemológica de Buendía (2004), se distinguen dos elementos que definen al discurso matemático escolar, por una parte los libros de texto en los que se apoya la enseñanza y por otra, el tipo de explicaciones que brinda un docente en los sistemas didácticos donde se suele basarse en experiencias cercanas del individuo para explicar un fenómeno.

Las obras escolares son un apartado del discurso matemático escolar, por lo que también están sujetos a las restricciones de la noosfera y moldean su contenido de acuerdo con las exigencias de la sociedad (Chevallard, 1991). En este tipo de obras se puede distinguir notablemente la formas tan variadas en que se abordan las ideas matemáticas; las frases, palabras, explicaciones, metáforas. Aún tratándose de un mismo saber, se perciben las diferencias entre un autor y otro. En Martínez, (2005) se presenta un análisis didáctico de la *pendiente* donde analiza el tratamiento de en dos libros de texto.

Libro de texto	Gráfica	Contexto de la gráfica
Geometría Elemental Hemmerling (2002)		En este libro se interpreta la pendiente como número invariante en el plano cartesiano mediante la geometría analítica. Tomando en cuenta la razón de la distancia entre dos puntos cualesquiera.

Álgebra Leithold (2003)		En este libro se interpreta la pendiente de la recta como la razón de cambio constante a partir de un ejemplo de costos. Afirmando que la pendiente es una constante de la recta.

Suele creerse que el discurso escolar se elabora de un fuente matemática que es inmutable al tiempo, al espacio; el saber escolar adquiere un matiz de permanencia y tiende a creerse que los esfuerzos didácticos deben orientarse a la modificación de este discurso. No obstante trabajos socioepistemológicos como en Castañeda, (2004), Buendía (2004) se refuerza la hipótesis de que ciertas prácticas son fuente de la reorganización de la obra matemática y por ende del rediseño del discurso matemático escolar.

El trabajo de Cantoral, (2001) nos ilustra con un resultado de carácter epistemológico, la formación de un discurso escolar a partir de la reinterpretación de los significados en torno al concepto de integral. Explica que la *integral* puede entenderse de diferentes maneras según se trate del programa teórico desde donde se está definiendo, la integral Cauchy-Riemann, la integral de Newton-Leibniz y la integral de Wallis *…las tres presentaciones… … no sólo difieren por la época en la que fueron desarrolladas, sino también respecto de las explicaciones de las que echan mano…* Actualmente estas visiones no coexisten dentro del discurso escolar, pues ha ocurrido una especie de *consenso* y la representación de Cauchy-Riemann es la que todos los profesores usamos en las clases. La pregunta que surgen de lo anterior es ¿Cuál de las tres formulaciones de la integral favorece el aprendizaje de los alumnos?, ¿Cómo ocurrió este elección?

La epistemología se convierte en un fuente de información para conocer la naturaleza de las ideas y permite reconocer el hecho de que la matemática ha sido construida ajena a los sistemas de enseñanza, cumpliendo con intereses y expectativas específicas, por lo que su introducción a los sistemas de enseñanza obliga a un conjunto de *transformaciones adaptativas* (Chevallard, 1991) . En este proceso ocurre un fenómeno al que Chevallard llama de *despesonalización*, en el que un saber se le desasocia de las problemáticas originales y situaciones que le daban sentido y razón (o quizá, necesidad) de ser. El resultado de este proceso es un saber transpuesto no muestra su genesis epistemológica y la naturaleza de éste queda reducida a definiciones y teoremas que sólo presentan un saber finamente construido, sin permitir recrear los conflictos, conjeturas e interpretaciones originales que le dieron los primeros significados. No obstante, la tesis socioepistemológica que se desarrolla en Castañeda, A. (2004) muestra que no se produce una *despersonalización* absoluta ya que en una transposición didáctica permanecen ciertas practicas de referencia.

Una forma de despersonalización es lo que Chevallard llama la *textualización* del saber, en el que identificamos una ruta que conduce a la formación un discurso matemático escolar, pues los saberes se organizan, sistematizan y en el caso de las obras con carácter escolar se le incorpora una *génesis ficticia* con el propósito de facilitar su estudio.

Pero fortalecer el discurso matemático escolar no se reduce a una tarea de ampliación de los conceptos o a reproducir en clase situaciones semejantes a las que vivió la humanidad en el proceso de construcción del saber. Nos debe llevar a reflexionar sobre la reorganización de la obra matemática y a cuestionar el discurso matemático escolar en busca de la reconstrucción de significados de conceptos matemáticos como productos de la actividad humana.

El trabajo de Castañeda, (2004) muestra el intrincado proceso en la construcción de un discurso escolar, en este caso el del cálculo, en en dos obras de difusión[1], el *Analice des infiniment petits* de L'Hospital y *Analitiche Institutioni* de María de Agnesi. En ellos, el saber que se dispuso para la difusión no sólo resultó de la selección (arbitraria o no) por parte de los autores sino que la sociedad académica participó legitimando ese saber, a través de una especie de *consenso*. Aparecen también diversas justificaciones, desde el ámbito sociocultural, que se vierten para definir y configurar ese saber. Nos referimos a a prácticas sociales, profesionales o domésticas. Arsac, G. (1992). Justo este fenómeno de *consenso* nos muestra la existencia de acuerdos, criterios unificados, es decir, un primer rasgo de *institucionalización*. El discurso institucionalizado tiende a reproducirse por una especie de acción hegemónica que organiza, sistematiza el saber matemático. La obra de L'Hospital es un claro ejemplo de la sistematización del saber bajo un esquema de *obra de difusión* y más aún, legitimado por la institución científica más importante de aquella época; la Academia de Ciencias.

En un ambiente de difusión encabezado por Fontenelle[2], se hizo propicia la *publicación* como medio para la *comunicación* de las ideas. La formulación del discurso escolar del cálculo no sólo proviene de la transposición didáctica del saber erudito sino que se involucran otros factores, ajenos a la noosfera, para la selección y conformación de un saber a enseñar; entre ellas las prácticas socialmente compartidas que se toman en cuenta para adaptar un saber a su versión "didáctica" permitiendo que un mayor número de personas lo puedan estudiar. L'Hospital asume la estructuración de un nuevo discurso del cálculo; intentado ser claro en la exposición de las ideas, a través de un lenguaje accesible a la población no especializada. Esto produjo la primera Transposición Didáctica del cálculo en el que las ideas aparecieron adaptadas a una circunstancia específica (de difusión) y se organizaron en una secuenciación lógica (atendiendo a la evolución y profundidad de las ideas). No se entendió el ejercicio de *difusión* como la reimpresión y publicación a gran escala de los originales de Leibniz; L'Hospital no redujo la tarea a una trascripción fiel de Leibniz ni compiló sus escritos.

El caso de la idea de *máximo* de una función

[1] Les llamamos de difusión por el propósito para el que fueron escritos, se distinguen de obras eruditas por el tratamiento ordenado, dosificado, que dan a las ideas matemáticas.
[2] Secretario de la Academia de Ciencias de París en aquella época y promotor de las publicaciones de divulgación científica.

La epistemología en general, se propone revisar la ciencia para definir su origen, determinar sus criterios de validez, revisar su consistencia lógica, predecir sucesos, entre otras acciones. Sin embargo es posible llevar esta práctica hasta niveles más específicos que las disciplinas científicas exigen, y al menos, para los matemáticos educativos, esta disciplina puede proveer de explicaciones detalladas de los procesos por los que se desarrolla una idea matemática observando en ello las condiciones y contextos pasados, los estancamientos, los momentos en los que se agregan significados ampliándose campos de estudio o los puntos en la historia en los que se descartan ideas asociadas a los conceptos en cuestión.

Situándonos históricamente nos aproximamos al origen de las ideas, sin embargo este primer acercamiento no nos permite interpretaciones más finas de aquellas situaciones, explicaciones, conjeturas que validaron y reorientaron las ideas. Siendo aún más detallados en las circunstancias que posibilitaron el origen de un saber, se reconocen nuevos elementos que intervienen como variables en las investigaciones epistemológicas; nos referimos, a los aspectos sociales y culturales que intervienen en la construcción del conocimiento. Para los socioepistemólogos, la búsqueda de evidencias no termina con ubicar la serie de sucesos que culminaron con una idea, sino hasta determinar aquellas prácticas asociadas al conocimiento que hicieron que fuera validado socialmente.

Derivado del estudio de Castañeda, (2004), abordamos el caso del *máximo* de una función. Analizamos diferentes escenario de significación de las ideas, los argumentos que se usan para definir los conceptos y el tipo de ejemplo que se aportan. Nos centramos en determinar las formas de legitimadoras dentro del discurso y los consensos logrados en torno a las ideas.

En Leibniz, G. (1683), se hace una amplia descripción del comportamiento infinitesimal en el que caracteriza al máximo por un mismo argumento *geométrico* usando dos diferentes criterios: primero a través de la *comparación de estados*, donde precisa que el máximo queda determinado por la línea GF, (ubica la mayor de las ordenadas de todas las posibles, obsérvese que en la imagen aparecen otras dos ordenadas la CD y LN). La segunda a través de una *condición geométrica*, explica que la tangente sobre la curva en el punto máximo es paralela al eje de las abscisas.

Más adelante se aborda una caracterización a través del método (algebraico) de las diferencias (no explica su técnica) lo que le permite determinar la magnitud de la subtangente (en la figura corresponde al segmento AB)

La obra de L'Hospital, A. (1696). y la obra de Agnesi, M. (1748) ampliamente abordados en Castañeda, (2004) presentan el cálculo *para su difusión,* distinguiéndose del expuesto por Leibniz; dada la intencionalidad con la que fueron escritos. El *discurso* de L'Hospital y Agnesi integra, además de las reglas del método del cálculo, amplias explicaciones sobre el comportamiento variacional de las curvas, por ejemplo, las representaciones gráficas de la naturaleza poligonal de las curvas, la magnitud de las diferencias de orden superior, explicaciones verbales del comportamiento de la curva en vecindades infinitesimales, por citar algunas

El discurso no se limita a la enunciación de definiciones. Los autores generaron un estilo en la presentación de las ideas matemáticas basado en el ordenamiento y la secuenciación lógica en la exposición de los contenidos3, así se puede leer explícitamente en la introducción de la obra de Agnesi, donde dice que su intención es abordar las ideas de forma clara y accesible... *que los beneficios con ese orden natural que proporciona, quizás el de mejor instrucción y agrandar más la luz.* La visión didáctica del cálculo en estas obras se identifica al encontrar múltiples explicaciones a una misma idea desde diferentes acercamientos para dar una noción más elaborada. Este tratamiento se mantiene a lo largo de la obra, incluyendo la sección de problemas en donde se observa un planteamiento diversificado de problemas más representativos4. L'Hospital aclara en su introducción ... *hago solamente algunos ejemplos seleccionados* … dando evidencia del ejercicio de selección que implicó organizar el contenido de su libro.

En relación al estudio del *máximo* en estas obras, hemos organizado el tratamiento que hacen del *máximo* tres secciones, la *caracterización del saber*, *cálculo en operaciones* y *problemas de optimización.*

Lo referido a la caracterización, se expresan 7 formulaciones diferentes a la idea de máximo; la *noción de tamaño* (argumento geométrico) que se retoma de Leibniz, la *naturaleza dinámica de las curvas* (argumento geométrico con referente analítico) se parte de reconocer al máximo desde una incursión geométrica pero se acompaña de un planteamiento variacional. La *subtangente de magnitud infinita* (geométrico - analítico) se define el comportamiento de la subtangente a partir de la variación de las abscisas. El *signo de las diferencias infinitesimales* (argumento analítico) en el que se destaca que muy cerca del máximo las diferencias pasan de un signo a otro. La *propiedad infinitesimal* (analítico) donde se explica que cerca del máximo ocurren las variaciones más pequeñas. La *propiedad analítica* en la que se explica una regla en la que en el máximos se determinan diferencias nulas o infinitas.

La parte del cálculo de las operaciones expone un procedimiento para la manejo algebraico y la determinación del máximo por este medio. Finalmente en los problemas se agrega un planteamiento para determinar la magnitud menor de un constructo geométrico.[5]

Comentarios finales

Los planteamientos y explicaciones que se hicieron necesarios en este escenario de difusión del conocimiento configuraron un discurso del cálculo que se heredó a los libros de texto que se publicaron en lo sucesivo, evidentemente que al fundamentarse las nacientes ideas del cálculo, el discurso se tuvo que adaptar a las nuevas circunstancias, pero muchas ideas se han mantenido vigentes pues hoy es posible encontrar algunas de estas argumentaciones en libros contemporáneos.

---

[3] Desde su propia perspectiva

[4] existió un interés generalizado en el ambiente académico de aquella época por la resolución de problemas de geometría, relativos a máximos y mínimo, problemas de tangentes, subtangetes.. [ordenar]

[5] en Castañeda, (2004) se detalla este tratamiento.

Referencias

Agnesi, M. (1748). *Instituzioni analitiche ad uso della gioventú italiana ...* Tomo I, Publicac. In Milano : nella Regia Ducal Corte, 1748

Arsac, G. (1992). L'evolution d'une théorie en didactique:l'exemple de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des mathematiques.* 12(1), 7-32.

Buendia, G. (2004). *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de las prácticas sociales.* Tesis de Doctorado, Departamento de Matemática Educativa, AES-Cinvetav-IPN.México.

Cantoral, R. (2001). Sobre la articulación del discurso matemático escolar y sus efectos didácticos. En G. Beitia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.*14(1),64 – 75.

Castañeda, A. (2004). *Una aproximación a la construcción social del conocimiento. Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión.* Tesis de Doctorado. Matemática Educativa, CICATA-IPN. México.

Castañeda, A. (2002). Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión: una aproximación socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa.* 5(2), 27-44

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor SA.

Leibniz, G. (1683). Nova methodus determinandi maxima & minima. *Acta Eruditorum,*
L'Hospital, A. (1696). *Analyse des infiniment Petits pour L'intelligence des lignes courbes* (primera reimpresión ,1988). Paris, France, ACL-Editions.

Marcolini y Perales, (2005). La noción de predicción: Análisis y propuesta didáctica para la educación universitaria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa.* 8 (1), 25-68

Martínez-Sierra, G. (2005). Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. *Revista Latinoamerica de Matemática Educativa.* 8 (2), 195-218

Martínez, R. (2005). *La pendiente y su variación: un estudio didáctico y cognitivo.* Tesis de Maestría. Cimate-Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero. México.