

USO DE TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE TEMAS DE CÁLCULO NUMÉRICO

Ascheri, María E. - Pizarro, Rubén A.

Facultad de Cs. Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa - Argentina

mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar rubenpizarro71@yahoo.com.ar

Campo Investigación: Uso de tecnología en la enseñanza de Matemática; Nivel educativo: Superior

RESUMEN

En el marco del Proyecto de Investigación acreditado de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa, Argentina, titulado “Software educativo para la enseñanza – aprendizaje de temas de Cálculo Numérico”, estamos diseñando un software educativo con el objetivo de facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos temáticos de Cálculo Numérico. Comenzamos a trabajar en el tema: “Resolución numérica de ecuaciones no lineales”.

La combinación de elementos de tecnología educativa con los tradicionales es una buena alternativa. Un alumno que disponga de los contenidos temáticos desarrollados a través de las presentaciones usuales en combinación con este software, tendrá una mayor motivación y logrará la apropiación de los contenidos curriculares pertinentes.

INTRODUCCIÓN

La realización de ejercicios y prácticas es una de las modalidades más aplicadas en Matemática, debido a la naturaleza misma de la materia. Esta modalidad permite reforzar las etapas de aplicación y retroinformación utilizando la técnica de repetición (Galvis, 1992).

Con el software que hemos comenzado a desarrollar, el alumno puede complementar el estudio de los contenidos temáticos de Cálculo Numérico y comprender los aspectos más conceptuales y más difíciles de entender, teniendo el profesor la posibilidad de profundizar y extender el tratamiento de ciertos temas y/o dedicar tiempo a tareas remediales. Además, el alumno podrá realizar las actividades prácticas en una forma mucho más dinámica, interactuando fácilmente y teniendo una rápida respuesta a sus inquietudes. Para que esta modalidad realmente sea efectiva, previo al uso de un software de este tipo, el alumno ha debido adquirir los conocimientos de conceptos y destrezas que va a practicar. Por otra parte, el rol docente se verá afectado por la implementación de este software educativo. Con la inclusión de herramientas informáticas en nuestras clases, la actividad del docente cambiará del tradicional rol de informante a la del facilitador o guía.

Es importante que el software contemple no solamente las prácticas, sino que proporcione al estudiante ayuda en la solución de los problemas y brinde una retroinformación completa, sin limitarse a indicar que se ha cometido un error, sino brindando información acerca del tipo de error (Alemán de Sánchez, 1999). Este y otros aspectos son considerados en los diversos ejemplos que incluimos en nuestro software, y que describiremos a continuación.

DESARROLLO

En el curso de Cálculo Numérico, alumnos de las carreras: Profesorado en Matemática (3° Año), Licenciatura en Física (3° Año) e Ingeniería Civil (2° Año), abordan distintos temas relacionados con el uso de métodos numéricos. Desde el año 2001 venimos trabajando en forma gradual y sistemáticamente en la enseñanza de los distintos

contenidos contemplados en esta asignatura, dentro del marco teórico de la ingeniería didáctica la cual hace una distinción temporal de su proceso experimental en cuatro fases (Artigue, 1998):

1. Análisis preliminar.
2. Concepción y análisis a priori.
3. Experimentación.
4. Análisis a posteriori y evaluación.

Como resultado parcial del análisis a posteriori y validación de la propuesta, hemos comenzado a diseñar este software educativo que incluye, inicialmente, el tema: "Resolución numérica de ecuaciones no lineales", a efectos de utilizarlo como una herramienta adicional de apoyo didáctico en el desarrollo de los contenidos temáticos involucrados en Cálculo Numérico.

Entre las actividades planificadas en esta asignatura, se encuentran aquellas en donde los alumnos deben elaborar los programas correspondientes a los diferentes métodos numéricos desarrollados en las clases teóricas, complementando, de esta forma, las actividades de cálculo manual por medio de las cuales se arriban a los resultados una vez que se aplican dichos métodos. Los programas que diseñan e implementan los alumnos en MATLAB, les permiten, en cada ejecución, ingresar los datos y obtener la solución de la ecuación considerada. Por ejemplo, como se muestra en la figura 1.

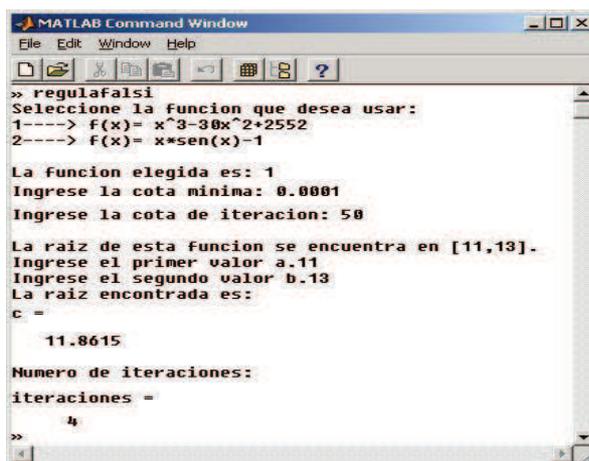


Figura 1

Consideramos que la elaboración de estos programas es muy útil para los alumnos, ya que les brinda la posibilidad de interpretar el método numérico y, eventualmente, adaptarlos a ejemplos que puedan encontrar en su futuro profesional, debido a que han afianzando suficientemente sus conocimientos de programación. Pero, a menudo, se pierde de vista cómo "funciona" el método para ir acercándose a la solución deseada. Es común que la gráfica de la función analizada, así como el intervalo en el que se hará el análisis o los valores iniciales y las condiciones de convergencia, pasen a un segundo plano y sólo se tome en consideración el resultado que arroja el programa. Además, la elección de las diferentes funciones, de los valores iniciales y la corrección de los errores que se pueden cometer al cargar los datos en la ejecución del programa, constituyen una tarea difícil.

Luego de la búsqueda y análisis de bibliografía y de trabajos desarrollados en el área de Informática Educativa y de las Ciencias de la Educación, hemos comenzado con la planificación y el diseño de este software educativo. Para ello nos propusimos los siguientes objetivos:

- ◆ Generar el contexto educativo adecuado al contenido a desarrollar y a los objetivos propuestos en la asignatura.
- ◆ Facilitar la interpretación analítica y gráfica de los diversos métodos numéricos.
- ◆ Permitir mayor libertad, rapidez y flexibilidad en el ingreso y corrección de los parámetros necesarios para la aplicación de los métodos numéricos.
- ◆ Visualizar el funcionamiento de cada método numérico, y la obtención de resultados parciales y finales.
- ◆ Facilitar la enseñanza y el aprendizaje de los diversos métodos numéricos.

A continuación, presentamos la primera pantalla de este software en donde se muestran los distintos métodos que se incluirán en el mismo (ver figura 2), y exponemos sus características para el método de la regla falsi y el método de la secante. Cabe señalar que, hasta el momento, hemos elaborado la parte que corresponde a los métodos de bisección, iterativo de punto fijo, de la regla falsi y de la secante. En los dos primeros métodos le hemos agregado la ayuda teórica correspondiente, la cual se encuentra disponible durante la ejecución de los mismos (Ascheri y Pizarro, 2005).

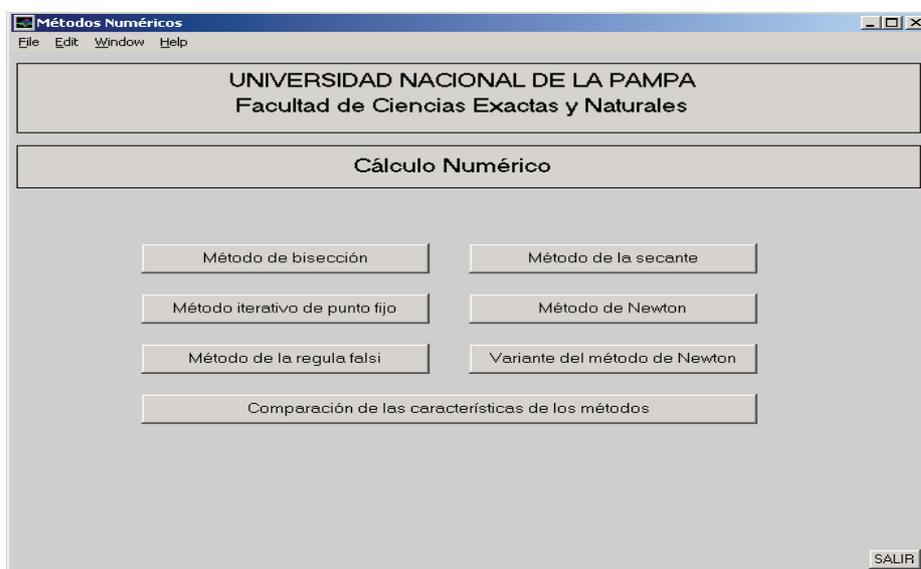


Figura 2

Método de la regla falsi

En la figura 3, se muestra la interfaz gráfica del software aplicando el método de la regla falsi.

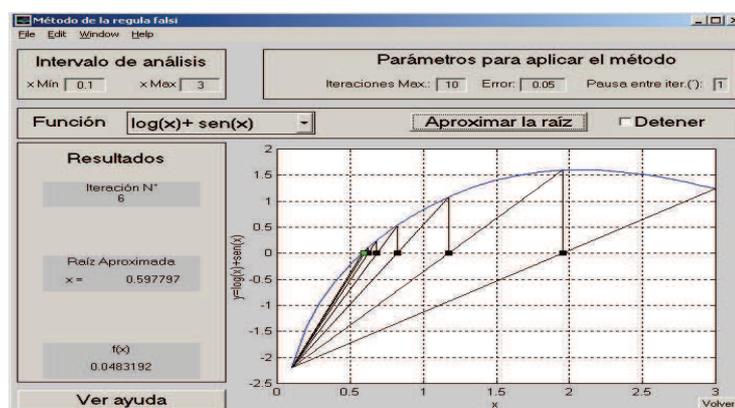


Figura 3

En esta pantalla podemos distinguir varias secciones con las cuales el usuario puede interactuar. En algunas de estas secciones se deben ingresar los datos o las acciones a seguir, y en otras se obtendrán la gráfica de la función y los resultados. Las secciones y el orden a seguir para acceder a ellas es el siguiente:

1. Intervalo de análisis

Aquí el alumno debe indicar el intervalo en el cual quiere analizar la ecuación para encontrar su raíz. Es, además, el intervalo en el cual se realizará el gráfico de la función correspondiente. Por medio de este recurso puede ir ajustándolo de tal forma de “encerrar” la raíz convenientemente, esto es, de ir achicando el intervalo que contiene a la raíz de la ecuación en estudio.

2. Selección de las acciones que ejecutará

El alumno que se encuentre utilizando este software debe elegir la función que desea analizar entre un conjunto de funciones. Al seleccionarla, se controla que los extremos del intervalo ingresado previamente sean los adecuados para poder representarla gráficamente (dado $[a, b]$ que $a < b$). Si no es así, aparece el siguiente mensaje para que el alumno pueda corregir el intervalo de análisis ingresado:



Una vez ingresado correctamente el intervalo de análisis, verá la gráfica de la función seleccionada y podrá ingresar los parámetros (cuya descripción se encuentra en el punto 3). Luego, al clicar sobre el botón *Aproximar la raíz* (ver figura 3), comenzará la ejecución. Antes de empezar a mostrar los resultados, se controla si la ecuación tiene una raíz en el intervalo de análisis y si esta raíz es única. Si no fuese así, aparece el siguiente mensaje:



a partir del cual el alumno puede modificar los datos ingresados inicialmente y repetir el proceso.

En cualquier momento de la ejecución, el alumno puede detener el proceso seleccionando la opción *Detener* (ver figura 3).

3. Parámetros para aplicar el método

Aquí el alumno debe ingresar aquellos datos que hacen al funcionamiento del método, como son:

- Iteraciones máximas: deberá ingresar el número máximo de iteraciones que considera necesario que se ejecute el método. Si se supera este valor, el método se detiene y le indica al alumno que no converge, al menos con los datos ingresados, con el siguiente mensaje:



- Error: se deberá ingresar la cota de error con la que se desea obtener la solución.

- Pausa entre iteraciones: por cada iteración, el software ubica en el gráfico la aproximación obtenida. Modificando el tiempo de espera entre cada una de ellas, se modifica la velocidad de ejecución del método.

4. Gráfica de la función

Tal como dijimos en el punto 2, y según el intervalo de análisis ingresado correctamente, al seleccionar la función aparece en esta sección su gráfica. Una vez ingresados los parámetros para el método y a medida que se suceden las iteraciones, aparecen en la gráfica los puntos cuyas coordenadas son $(x_n, 0)$, donde x_n es la aproximación más actualizada de la raíz. El último punto que se grafica es de distinto color, con el propósito de facilitar la ubicación del resultado final del procedimiento. Es en esta sección en la cual el alumno puede interpretar, a partir del gráfico, cómo el método “encierra” la raíz de la ecuación considerada.

5. Resultados

En esta sección, el alumno puede observar los resultados que arroja el método en cada iteración. Estos resultados parciales adquieren mayor importancia, si consideramos que el alumno puede regular el tiempo entre cada iteración o detener la ejecución para registrarlos, compararlos, analizarlos, etc.

6. Ayuda

A partir de este botón (ver figura 3), el alumno podrá acceder a una nueva ventana en la cual estarán detalladas las principales características del método en cuestión. Como mencionamos anteriormente, por ahora sólo hemos desarrollado la ayuda correspondiente a los métodos de bisección y de punto fijo.

¿Por qué la opción *Ver ayuda?*. Luego de que los alumnos utilizaran el software para resolver los ejemplos con el método de bisección y el método iterativo de punto fijo, notamos que, frecuentemente, no recordaban conceptos teóricos fundamentales para poder aplicarlos. Este desconocimiento traía inconvenientes al momento de elegir el intervalo de análisis, el valor inicial o la cantidad de iteraciones. Para que los alumnos puedan recurrir a un marco teórico apropiado que les permita salvar estos inconvenientes (durante la instancia misma de aplicación del software), se decidió agregar en cada método una ayuda, estando actualmente en la etapa de construcción de la misma.

7. Salida del software

Para salir de este software, el alumno debe clicar sobre el botón *SALIR* (ver figura 2).

Método de la secante

En la figura 4, se muestra la interfaz gráfica del software aplicando el método iterativo de la secante.

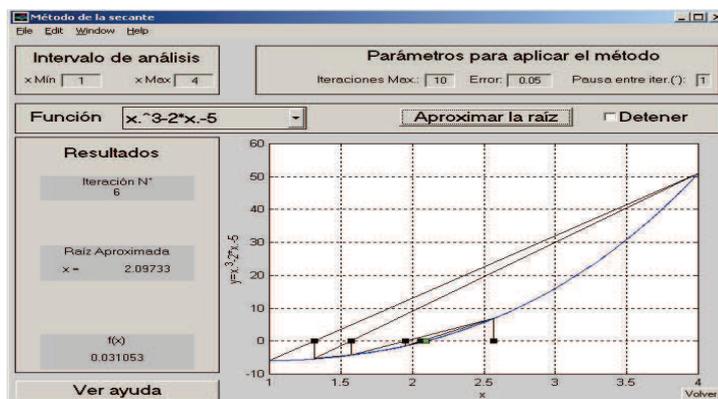


Figura 4

El ingreso de los datos se debe hacer en forma similar al método anterior y la interacción con el usuario es la misma. Nuevamente adquiere gran importancia para el alumno la posibilidad de graficar la función seleccionada, permitiéndole realizar los ajustes de los valores ingresados según el gráfico obtenido. Una vez que se selecciona *Aproximar la raíz* (ver figura 4), en la sección correspondiente se muestra cómo trabaja el método gráficamente, es decir, se observa que se acerca a la raíz si converge o, en caso contrario, se aleja de la zona de interés.

Acciones futuras inmediatas

El diseño de material de este tipo es más que un “software” y debe presentar ventajas respecto a otros medios instruccionales, y esto debe quedar muy claro al autor y a los sujetos del curso que de esta manera estarán más motivados a estudiar bajo esta modalidad que por los medios tradicionales (Rivera Porto, 1997). Por ello es que, al material elaborado hasta el momento le seguiremos incorporando herramientas que aumenten la interacción con el alumno, tales como agregar secciones en las cuales se puedan ver otros contenidos teóricos que hacen al correcto funcionamiento de los métodos numéricos (por ejemplo, las condiciones de convergencia de los mismos).

Además, según el análisis a posteriori que haremos y atendiendo a las posibles necesidades que surjan a partir de este análisis, iremos incorporando nuevos ejemplos a efectos de que los alumnos observen y entiendan las características y el comportamiento de los métodos numéricos utilizados, para resolver una misma situación problemática.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Debemos tener en claro que la tecnología educativa es un elemento importante para generar cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje, pero no constituye la solución de todos los problemas educativos. Además, la mejora de estos procesos no depende de la utilización de un software educativo, sino de su adecuada integración curricular, es decir, del entorno educativo diseñado por el profesor.

Mediante el uso de este software se ha logrado que el alumno:

- ◆ Afiance los conceptos teóricos y las técnicas utilizadas, adquiridos en el aula.
- ◆ Ejecute todos los pasos de un algoritmo y explore sus peculiaridades, probando interactivamente distintos ejemplos.
- ◆ Lleve a cabo un proceso investigativo que incluye la reflexión y el análisis a partir de la resolución de un problema.

BIBLIOGRAFÍA

Alemán, A. (1999). *La enseñanza de la matemática asistida por computadora*. Disponible en: <http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>

Artigue, M. (1998). Ingeniería didáctica. *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica S. A.

Ascheri, M. y Pizarro, R. (2005). Software para la enseñanza - aprendizaje de algunos métodos numéricos. En EMAT (Ed.), *Publicación en las Memorias del VII SEM* (CD-ROM ISBN N° 987-20239-3-X, 10 páginas). Chivilcoy, Argentina.

Galvis, A. (1992). *Ingeniería de Software Educativo*. Colombia: Ed. Uniandes.

Mathews, J. y Fink, K. (2000). *Métodos numéricos con MATLAB*. México: Prentice-Hall. (Trad. de Numerical Methods using MATLAB, Prentice-Hall, 1999).

Nakamura, S. (1997). *Análisis numérico y visualización gráfica con MATLAB*, Pearson Educación. (Trad. de Num. Anal. and Grap. Vis. with MATLAB, Prentice-Hall, 1996).

Rivera, E. (1997). *Aprendizaje asistido por computadora. Diseño y realización*. Disponible en: <http://www.geocities.com/eriverap/libros/Aprend-comp/apen1.html>