

## ENSINO DE MATEMÁTICA: NOVAS TECNOLOGIAS, NOVOS PROBLEMAS

Maria Cristina Bonomi Barufi

Departamento de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo – BRASIL

[crisb@ime.usp.br](mailto:crisb@ime.usp.br)

Campo de investigação: Formação de Professores - Uso de tecnologia em sala de aula de Matemática; Nível educativo: Superior

### Resumo

O instrumental tecnológico constitui um potencial valioso tanto para os professores como para os estudantes: para os primeiros como um auxílio poderoso visando a construção significativa do conhecimento; para os segundos como uma ferramenta que possibilita o desenvolvimento da capacidade de investigação e conseqüentemente da capacidade de estabelecer e desenvolver projetos.

Algumas atividades, que exemplificam a ênfase colocada, são propostas no trabalho.

**Palavras chave:** Ensino/aprendizagem de Matemática, uso da tecnologia, projetos, conhecimento significativo.

Atividades a serem propostas aos alunos podem ser muito variadas. Apresentamos alguns exemplos, sem, obviamente, ter a pretensão de esgotar o assunto. O professor, enquanto pesquisador de sua própria prática, com o auxílio da tecnologia, pode criar um grande número de situações de acordo com a sua turma, os objetivos de seu projeto de ensino, as ferramentas disponíveis. A questão não é a de utilizar o computador para mais rapidamente resolver determinados problemas, sempre os mesmos... A grande questão é a de descobrir novos problemas, e instrumentalizar os alunos com todo o arsenal propiciado pela tecnologia. O objetivo maior é que eles cresçam em sua inteligência, em sua capacidade de perguntar, de investigar e, conseqüentemente, em sua capacidade de propor projetos.

Atividade 1: Sabendo que as figuras abaixo são formadas apenas por arcos de parábolas, defina as funções em seus respectivos domínios, de modo a obter cada uma das figuras dadas.

a) Máscara da tristeza



b) Máscara da alegria



Comentário: A atividade objetiva o estabelecimento de várias perguntas, ou seja, o detalhamento de um pequeno projeto por parte dos alunos. Envolve também a recuperação

de todo o desenvolvimento realizado no estudo da função polinomial do segundo grau<sup>1</sup> e de seu gráfico, como resultado de uma translação horizontal ou vertical ou mudança de inclinação do gráfico da função mais simples  $y = x^2$ .

Atividade 2: Crie uma figura de maneira que ela possa ser produzida por meio do gráfico de funções polinomiais de primeiro grau ou quociente delas, ou funções polinomiais de segundo grau. Estabeleça quais são as funções envolvidas e em quais domínios. Em seguida faça os gráficos e verifique se a figura obtida é realmente aquela desejada, fazendo os ajustes necessários. Você pode utilizar segmentos de reta verticais que, embora não podendo ser obtidos como gráficos de funções, podem ser úteis para conectar trechos de sua figura.

Comentário: Nessa atividade a idéia de estabelecer um projeto é central. Necessariamente, há de haver certa simplicidade e o respeito à limitação de ser possível construir a figura por meio de gráficos de funções.

Atividade 3: Esboce por pontos os gráficos das funções  $y = x \cdot \sin x$  e  $y = x^2 \cdot \sin x$ . Em seguida, esboce os mesmos gráficos utilizando os conceitos de derivada primeira e derivada segunda de uma função. Explique, com suas palavras, as dificuldades operacionais que você encontrou.

Comentário: O intuito dessa atividade é o de mostrar aos alunos a existência de dificuldades não desprezíveis na construção desses gráficos, apesar de todo o instrumental teórico propiciado pelo curso de Cálculo Diferencial.

Atividade 4 (continuação da Atividade 3): Utilizando um programa gráfico<sup>2</sup>, esboce os gráficos das funções  $y = x \cdot \sin x$  e  $y = x^2 \cdot \sin x$ . Ao desenhar o gráfico da primeira função, desenhe no mesmo par de eixos os gráficos de  $y = x$  e de  $y = -x$ . No caso de  $y = x^2 \cdot \sin x$ , desenhe no mesmo par de eixos os gráficos de  $y = x^2$  e de  $y = -x^2$ . Utilize o recurso do *zoom*, a fim de visualizar desigualdades algébricas que podem ser estabelecidas para as funções  $y = x \cdot \sin x$  e  $y = x^2 \cdot \sin x$  em seus respectivos domínios. Prove, algebricamente, a validade de suas afirmações.

Comentário: Os recursos tecnológicos permitem muitas vezes auxiliar de maneira efetiva a execução de determinada tarefa. A demonstração algébrica adquire um significado mais importante e palpável. Esse tipo de atividade possibilita o trânsito entre registros gráfico e algébrico, que é fundamental na construção do conhecimento matemático, numa tentativa inclusive de minimizar o sério problema da distância artificialmente estabelecida entre a Álgebra e a Geometria.

---

<sup>1</sup> Em  $y = ax^2 + bx + c = a(x+m)^2 + k$ , os parâmetros  $a, b, c, m, k$  são números reais, sendo  $a$  não nulo.

<sup>2</sup> Um bom exemplo é o *software* livre Winplot, disponível no endereço <http://math.exeter.edu/rparris>

Atividade 5: Invente, para cada caso, uma função definida por partes – pelo menos três – tal que:

i) seja contínua em todos os pontos do domínio.

ii) seja derivável em todos os pontos do domínio.

iii) seja contínua, mas não derivável nos pontos de “emenda”.

Justifique, com cuidado, a fim de mostrar que suas criações satisfazem as exigências colocadas.

Comentário: Por meio dessa atividade, usando um software gráfico, os alunos poderão recuperar os importantes conceitos de continuidade e derivabilidade de uma função num ponto de seu domínio. O ponto de “emenda” precisa ser determinado, mas também é necessário avaliar a qualidade da “emenda”.

Atividade 7: Dado um sistema linear de três equações com três incógnitas, por meio de um *software* gráfico faça sua representação em  $\mathbb{R}^3$ . Em seguida, utilizando um *software* algébrico que trabalhe com notação matricial<sup>3</sup>, encontre a solução do sistema dado. Observe que, por meio do processo de eliminação de Gauss – escalonamento – você pode resolver o sistema. Sendo assim, em cada passo do escalonamento, faça a representação gráfica do novo sistema obtido e resolva-o utilizando o *software* algébrico, com a notação matricial. Verifique que, em cada passo do escalonamento, você obtém um sistema linear equivalente àquele dado inicialmente.

Comentário: A visualização da representação gráfica do sistema linear no espaço tridimensional é importante para os alunos. Além disso, é possível recuperar conceitos já trabalhados como a equação geral e a equação vetorial do plano. Nesse tipo de atividade os alunos alternam os registros gráfico e algébrico, fazendo a conversão de um para o outro, estabelecendo as conexões necessárias.

Atividade 8: Invente em cada caso, um sistema linear de três equações a três incógnitas que seja:

a) compatível com solução dada pelo ponto  $(1, 2, 3)$ .

b) compatível com solução dada pela reta que passa pelos pontos  $(1, 2, 3)$  e  $(-1, 2, -3)$ .

c) incompatível.

Verifique, em seguida, por meio da representação gráfica que, em cada caso, o sistema criado satisfaz a condição colocada.

Comentário: Esta é mais uma atividade que recupera os conceitos envolvidos no tópico dos sistemas lineares. O fato de o aluno ser convidado a criar um sistema linear que satisfaça

---

<sup>3</sup> Novamente, um bom exemplo é o *software* livre Winmat, também disponível no endereço <http://math.exeter.edu/rparris>

uma determinada condição dada torna possível verificar se os conceitos envolvidos estão realmente claros para ele. É uma forma de sair do paradigma já estabelecido e sempre presente nos livros didáticos, de, dado um sistema linear, pedir para encontrar a solução do referido sistema.

#### Bibliografia

Barufi, M. (1999) *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

Barufi, M. e Lauro, M. (2001) *Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador*. CAEM-IME-USP, São Paulo.

Brolezzi, A. (2004). *Matemática – Módulo 4. Pró-universitário*. Governo do Estado de SP, SEESP, USP, São Paulo.

D'Amore, B. (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora Editrice.

Machado, N. (2000). *Educação: Projetos e Valores*. São Paulo: Editora Escrituras.