

## LA PERIODICIDAD EN EL SISTEMA DIDÁCTICO: UNA ARTICULACIÓN A LA LUZ DE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA<sup>1</sup>

Gabriela Buendía Abalos  
Universidad Autónoma de Chiapas. México.  
buendiag@unach.mx

Campo de Investigación: Socioepistemología; Nivel Educativo: Básico, Medio y Superior

### Resumen

Este trabajo aporta elementos que robustecen la socioepistemología propuesta sobre lo periódico en la que la predicción es la práctica asociada a la construcción del conocimiento matemático. Además de trabajar en un contexto de funciones periódicas distancia-tiempo, se abordan otros contextos como las sucesiones periódicas de números y de figuras.

### Introducción

Nuestra investigación aborda un fenómeno didáctico que muestra la poca coherencia que hay entre la existencia y aplicabilidad de una definición matemática de periodicidad, componente esencial de la estructura matemática, con lo que sucede y se interpreta acerca de lo periódico en ambientes escolares. El discurso matemático escolar ha reducido la propiedad periódica a un equivalente con la definición de tal manera que su uso propiedad se limita a comprobar o aplicar una fórmula. Así, ya sea que se trate de sucesiones numéricas o de íconos o de funciones periódicas, el único referente para tratar –y comprender- su *atributo periódico* termina siendo una definición. Esto, lejos de poder mostrar una coherencia en el conocimiento matemático del alumno de tal manera que lo periódico tenga sentido y sea un saber útil, crea una separación por niveles (educación básica-educación superior), por temas (decimales-funciones) o por otras características (discreto-continuo).

En (Buendía, 2004; Buendía y Cordero, 2005) hemos dado evidencia de que la periodicidad está a tal grado identificada sólo con las funciones trigonométricas, especialmente con la función seno, que cualquier gráfica con forma senoidal o gráficas con cualquier forma de repetición suelen ser calificadas como periódicas (ver figura 1).

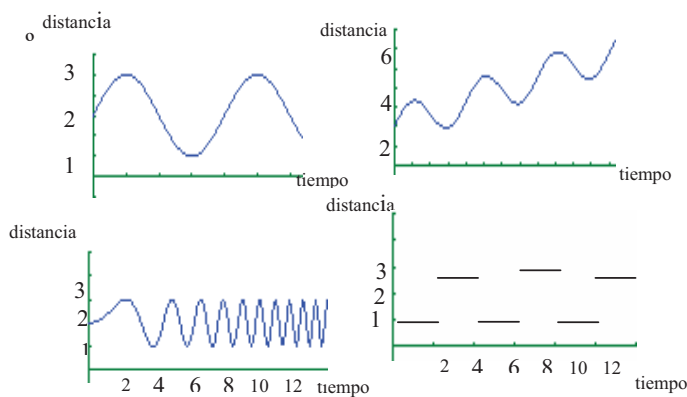
Investigaciones más recientes en las que hemos abordado otros objetos periódicos como las sucesiones de figuras o de números (decimales periódicos) muestran también que la propiedad periódica no suele tener un significado por sí misma. En la figura 2 mostramos un procedimiento muy común cuando, al trabajar con números decimales periódicos, se le ha pedido al alumno hallar la cifra que ocupa el lugar 120: escribir explícitamente todas las cifras, sin que el atributo periódico –y la ventaja que podría representar- sea relevante.

A la luz de la Socioepistemología, hemos dado evidencia de que todo aquello que tiene que ver con la periodicidad en un sentido institucional, histórico y cultural, conforma un lenguaje que le da un significado útil al conocimiento matemático. Ya que no basta con las definiciones o su operatividad analítica, sostenemos que lo periódico puede constituir un

---

<sup>1</sup> Este proyecto de investigación presenta algunos resultados en el marco del proyecto PROMEP “Estudio del desarrollo del saber matemático en un marco socioepistemológico”. Folio UACHIS-PTC-39. Carta de liberación: PROMEP/103.5/94/2927

lenguaje (sin definiciones) aun antes de que aparezca la institucionalización de la periodicidad a través de la definición.



“Todas son periódicas...excepto la última porque es discontinua...”  
 “Todas son periódicas porque se están repitiendo”  
 “La segunda gráfica es periódica porque se repite igual todo el tiempo, lo mismo que la primera”  
 “Bueno, todo depende de la definición de periodicidad que apliquemos”  
 “La segunda es periódica porque es senoidal y porque va subiendo de dos en dos. Los mínimos van de cuatro en cuatro)”

Figura 1

Comentarios de profesores de matemáticas de nivel medio y medio superior

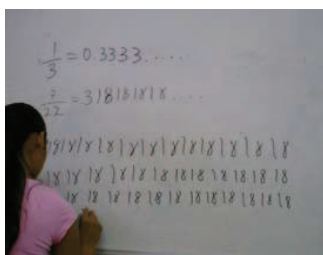


Figura 2

Alumna de nivel licenciatura

En este artículo mostramos algunos resultados acerca de lo periódico para el caso de sucesiones de figuras y números decimales. Ello ha permitido fortalecer la socioepistemología de lo periódico propuesta en el marco de las funciones tiempo-distancia y poder, así, favorecer las articulaciones entre el saber matemático; una articulación cuya base no son los objetos matemáticos, sino las prácticas sociales.

**Una socioepistemología de lo periódico**

En la socioepistemología de lo periódico que hemos propuesto (Buendía, 2004) se ha señalado que existe una relación entre lo periódico y la práctica de predecir. Se trata de una epistemología de prácticas que propone como la metáfora para explicar la construcción del conocimiento matemático a las prácticas sociales. Sus elementos epistemológicos son entendidos como las circunstancias socioculturales y didácticas que favorecen la construcción del conocimiento.

Hallamos que la asociación entre la función seno y su propiedad de periodicidad a lo largo del devenir histórico no es evidente de forma inmediata ya que aun cuando el seno era

conocido y manejado desde principios de nuestra era como una línea de la circunferencia, su carácter funcional y periódico no era relevante. El interés de Euler, quien estableció formalmente a la periodicidad como una propiedad de la función seno, estuvo en la descripción de un movimiento que ocurre a través del tiempo. Ello resultó distinto a lo que le era contemporáneo –centrado más en las propiedades del tiempo- y fue necesario, hasta entonces, expresar al tiempo como variable independiente y al desplazamiento, como la variable dependiente. De esta manera, Euler podría realizar diversos cálculos relacionados con la descripción del movimiento de osciladores armónicos. Entre ellos, predecir la posición dado un tiempo determinado.

Este interés en la descripción analítica de movimientos es un punto característico de los desarrollos científicos del siglo XVIII, lo cual ayuda en la consolidación de la algoritmia del cálculo. El objetivo central de las ciencias físicas -adelantarse a los acontecimientos, determinar leyes que gobiernen comportamientos de sistemas- parece permear lo que sucede en ambientes matemáticos (Cantoral, 2001). De esta manera, podemos identificar prácticas, como la predicción, propias de contextos físicos, con el reconocimiento significativo de lo periódico.

En otro sentido, también hemos hallado elementos relevantes con relación a lo periódico como el papel que juega el *comportamiento de las funciones*. Por ejemplo, Shama (1997, 1998) reporta que los estudiantes suelen citar como ejemplos periódicos situaciones dinámicas de tal manera que los estudiantes identifican a la periodicidad como un proceso, y no como un objeto. Esta situación da pie a la problemática que hemos abordado (la identificación de fenómenos como periódicos cuando en realidad no lo son) pero también hace evidente el uso de herramientas como el comportamiento de una función presentes en el trabajo matemático del alumno.

Otros autores hablan acerca de la importancia de reconocer comportamientos “casi periódicos” ya que el interés de la ciencia está alrededor de ejemplos de comportamientos que sin ser periódicos, sí presentan cierta repetición (Callahan et al., 1992). De ahí que tome sentido el uso de esta expresión en disciplinas distintas al cálculo (Figura 3) Es interesante notar que la expresión “cuasiperiodo” se refiere a considerar la repetición del movimiento *sólo en relación a la repetición que presenta el eje x*. Esto es, se hace necesaria una distinción de comportamiento entre los componentes de una función: el comportamiento de la variable  $x$  y el de la variable  $y$ . Dicha distinción es fundamental para distinguir entre algo periódico y algo que “no es verdaderamente periódico”.

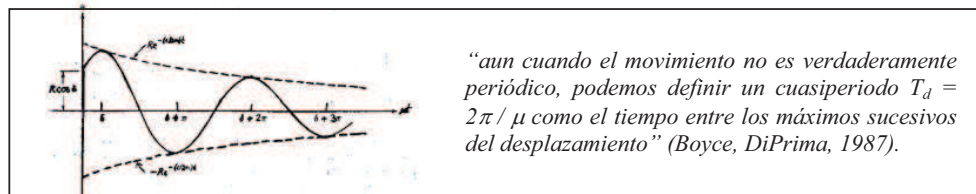


Figura 3

Otro elemento relevante en la socioepistemología propuesta es la existencia de una unidad de análisis que guarda una dialéctica local-global para tratar los sistemas periódicos. Para que el atributo periódico sea relevante es necesario no un análisis puntual, el más común en

Cálculo, sino dejar un periodo para que el fenómeno muestre su comportamiento. Pero, además, tendrá que analizarse qué pasa en cada uno de los instantes de ese periodo.

Creemos que la existencia de estos elementos alrededor de lo periódico (el comportamiento de la gráfica de una función y una visión dual local-global) se contextualiza y potencia en el marco de la predicción como práctica. En esta relación predecir-periodicidad fundamentamos la socioepistemología de la periodicidad propuesta y que ahora extendemos hacia otros contextos además del de funciones tiempo-distancia (Buendía, 2004).

### Otras situaciones sobre lo periódico

A la luz de la socioepistemología de lo periódico propuesta, hemos añadido, dos secuencias con relación al aspecto periódico de sucesiones y de números decimales. Las presentamos a continuación junto con los elementos socioepistemológicos de cada una.

#### Secuencia 1

Supóngase que tenemos una muestra de 15 cm aproximadamente de cada una de las siguientes cenefas (una tira de papel) para decorar una pared. Si las cenefas se venden por rollos que contienen unos 30 metros, responda las preguntas y argumente en cada caso lo más ampliamente posible.

a) Si queremos decorar una pared de 1.5 metros de largo con la siguiente cenefa, la figura del rombo ¿quedará completa en la esquina?



b) Si queremos decorar una pared de 3.75 metros de largo con la siguiente cenefa, ¿qué figura quedará en la esquina?



#### Secuencia 2

a) Convierta cada una de las siguientes fracciones a números decimales y describa su resultado.

$$\frac{1}{3}, \frac{7}{22}, \frac{4}{7}$$

b) En cada uno de los decimales anteriores, halle la cifra que ocupa el lugar 245. Explique lo más ampliamente posible su procedimiento.

#### Elementos socioepistemológicos

El hecho de presentar secuencias de figuras a través de cenefas permite dar la idea de un continuo en dichas sucesiones, ya que las cenefas no se venden por trozos o unidades separadas, como los mosaicos, sino que se venden por rollos. Para el caso de los números decimales periódicos, el proceso periódico continuo surge al hacer la división.

La información de la que se dispone sobre el comportamiento de las figura está contenida en 15 cm representada por la longitud de la muestra, por lo que el decorar una pared de 150 cm y 375 cm son actividades de predicción para las que se pondrán en juego distintas

herramientas. Para los decimales, la información puede estar contenida en tantos decimales como se obtengan, por lo que la propuesta es una predicción remota (cifra lejana) para motivar actividades de predicción.

Al predecir, existe en primera instancia una búsqueda de una unidad de análisis que permite, dada una cierta información actual, predecir hacia la longitud o posición pedida. Esa unidad puede tomar diferentes formas, incluyendo la muestra completa para la cenefa de rombos. Sin embargo, si ese fuese el caso, se origina un conflicto con la cenefa de animales, ya que para poder predecir en este segundo caso la unidad de análisis no puede ser la muestra completa: no tendría la continuidad que exige el que la cenefa se venda por rollo y no por piezas. Así pues, la búsqueda de una unidad de análisis tendrá que reorientarse hacia alguna que realmente pueda informar del comportamiento que seguirá la sucesión de figuras. Para el caso de los decimales, la unidad tiene en cada caso una longitud diferente.

### **Algunos resultados: identificación y uso de una unidad de análisis**

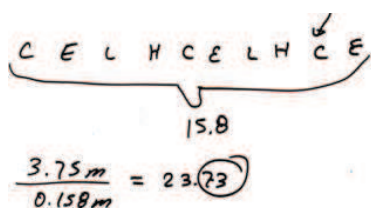
El reconocimiento de la periodicidad de una función involucra no sólo el uso y aplicación de una igualdad ( $f(x + p) = f(x)$ ), sino el reconocimiento de su comportamiento; o más precisamente, de aquellos elementos que conforman su comportamiento: la variable dependiente y la independiente. En las exploraciones que hemos realizado (mostramos aquí ejemplos con la cenefa de los animales; figuras 4 y 5), podemos ver evidencia de cómo la práctica de predicción favorece tal reconocimiento a través, básicamente, de hallar y usar una unidad de análisis para predecir.

En cuanto a hallar una unidad de análisis, hemos determinado que es una tarea no trivial en la que la naturaleza periódica del comportamiento toma relevancia frente a otras como continuidad-discontinuidad, por ejemplo. Y, aunque los libros de texto suelen referirse al periodo de la función como a la longitud mínima del intervalo de repetición, es común que en el ejercicio de la predicción cualquier longitud sea considerada como suficientemente válida.

Referente al uso de la unidad de análisis, hemos podido percibir que, de manera independiente a si son funciones o sucesiones, o si se trata de profesores o alumnos o de un nivel medio o medio superior, dos procedimientos generales para poder predecir. El primero de ellos, utiliza la división como la operación base, mientras que el segundo, la división. De manera coherente a la estructura matemática, ambos procedimientos son equivalentes. Sin embargo, reflejan un manejo distinto de la información y el entorno sociocultural de la persona en cuestión:

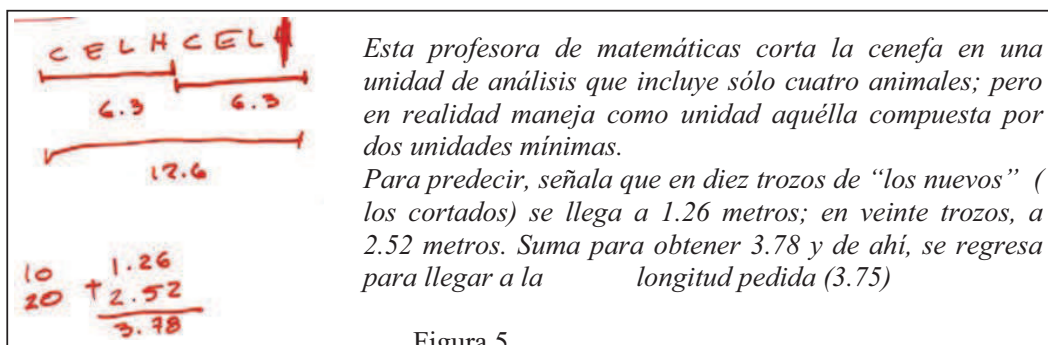
a) *Del futuro al presente.* El tiempo pedido se divide entre el intervalo de la unidad de análisis. Se determinan cuántos ciclos completos hay y se hace una búsqueda local en la primera unidad para ver la posición de acuerdo al residuo de la división.

b) *Del presente al futuro.* Se reproduce la unidad tantas veces como sea necesario hasta hallar, aproximadamente, el tiempo pedido. Esta aproximación puede ser por exceso o defecto al valor pedido. Una vez que se determine cuántos ciclos se cumplirán, entonces se hace una búsqueda local.



Este profesor de matemáticas toma como unidad de análisis la cenefa<sup>2</sup> completa como un trozo que se transpone.  
Para predecir, divide la longitud pedida entre la longitud de la que se dispone y concluye que son 23 trozos y lo que importa es a qué equivale la fracción 0.73

Figura 4



Esta profesora de matemáticas corta la cenefa en una unidad de análisis que incluye sólo cuatro animales; pero en realidad maneja como unidad aquella compuesta por dos unidades mínimas.  
Para predecir, señala que en diez trozos de “los nuevos” (los cortados) se llega a 1.26 metros; en veinte trozos, a 2.52 metros. Suma para obtener 3.78 y de ahí, se regresa para llegar a la longitud pedida (3.75)

Figura 5

Referencias

Buendía, G. (2004). Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales. Tesis doctoral. México: Cinvestav-IPN

Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. In *Educational Studies in Mathematics*. ( 58) 299-333.

Callahan, J; Cox,D; Hoffman, K; O’Shea, D; Pollatsek, H. Senecnal, L. (1992). Periodicidad. En *Calculus in context*. (413-158) . USA: Mc Millan.

Cantoral, R. (2001). *Matemática Educativa. Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Shama, G.(1998). Understanding Periodicity as a Process with a Gestalt Structure. *Educational Studies in Mathematics* (35) 255-281

Shama, G. Y Movshovitz-Hadar N. (1997). The Process of Periodicity. En *Proceeding of the Nineteenth Annual Meeting Psychology of Mathematics Education*. ERIC Cleaninghouse for Science, Mathematics and Environmental Education; Columbus, Oh. (pp. 45-50)

<sup>2</sup> C=cebra; E= elefante; L= león; H= hipopótamo