LA INSTITUCIONALIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y EL REDISEÑO DEL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR[1]

Francisco Cordero Osorio
Cinvestav del IPN, México
fcordero@cinvestav.mx
Campo de investigación: Socioepistemología, Nivel educativo: Superior

RESUMEN

En este documento reflexionamos sobre dos grandes aspectos que han resultado ser insoslayables en la perspectiva socioepistemológica: *la institucionalización* y el *rediseño del discurso matemático escolar*. Discutiremos cómo es que ciertas concepciones del conocimiento se preguntan por la construcción de cierto conocimiento específico de los individuos y cómo otras se preguntan por la constitución social del conocimiento de los grupos humanos. Todo ello con la intención de hacer ver la conveniencia de ampliar la problemática de enseñanza y aprendizaje de la matemática realizando estudios del *uso del conocimiento en las prácticas institucionales*.

INTRODUCCIÓN

El análisis de una problemática de enseñanza y aprendizaje de la matemática es afectado por la concepción del conocimiento que subyace a la intervención de los procesos de construcción. Tal concepción pone la atención a aspectos del contenido matemático que definen dichos procesos. Como ejemplos de ellos tenemos los procesos cognitivos que un individuo realiza ante un problema matemático o el papel de las interacciones (entre individuos) para realizar tales procesos cognitivos, donde los escenarios socioculturales proveen consideraciones sobre las distintas formas de los procesos. Con ello se logra entender por qué aparecen diferentes procedimientos en un mismo contenido matemático. Pero no así, por qué éstos se hicieron un conocimiento institucional, de tal suerte que son un producto material social que tenemos que enseñar y aprender, cómo es que los grupos se organizan y de qué se valen para constituirlo, cuáles son las colecciones metódicas de los principios de su organización para tal fin. Es en este sentido que discutiremos cómo ciertas concepciones del conocimiento se preguntan por la construcción de cierto conocimiento específico y cómo otras se preguntan por la constitución de tal construcción. Las primeras apuntan a *los procesos cognitivos de los conceptos* que componen dicho conocimiento, algunas veces considerados en la dimensión social, pero las segundas apuntan a las *prácticas sociales* que generan dicho conocimiento. Con la aproximación socioepistemológica llamaremos la atención sobre cómo estas segundas concepciones no anclan la problemática al dominio matemático y abren un camino conveniente para hacer estudios del *uso del conocimiento matemático y su desarrollo.* Con este marco se identifica que (tradicionalmente) la problemática ha sido reducida a ciertos “episodios de aprendizaje” de tal suerte que las prácticas institucionales no han sido los argumentos, en las reflexiones educativas, para reconstruir el conocimiento

[1] Esta investigación está financiada por CONACYT con el Proyecto *Estudio de las gráficas de las funciones como prácticas institucionales. Una gestión escolar para el Nivel Superior.* Clave: No. 47045

matemático. La ampliación misma, en consecuencia, tendrá que romper la centración de los conceptos en el discurso matemático escolar y crear otro discurso que ofrezca las prácticas de referencia donde se resignifique la matemática. La resignificación será la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional, o sea, será el *uso del conocimiento* en la situación donde se debate entre su *funcionamiento* y *forma* de acorde con lo que organizan los participantes.

¿POR QUÉ SABEMOS UNAS COSAS Y NO OTRAS?

Empezamos esta sección con una experiencia escolar donde participaron profesores y estudiantes con la finalidad de motivar tres preguntas que nos obligan a pensar en el papel que juega lo institucional en la problemática de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

<u>La experiencia escolar</u>. Se llevó a cabo en diferentes escenarios escolares (salones de clase y talleres) con estudiantes y con profesores de matemáticas del nivel superior. La experiencia consistió en hacer la siguiente pregunta típica de Cálculo:

(a) Considera la función $P = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ *y halla la recta tangente en el punto (0, P(0)).*

La mayoría de los participantes respondieron satisfactoriamente. Usaron métodos del cálculo diferencial aprendidos previamente que sin escatimar respondieron que la recta tangente en el punto *(0, P(0))* era $y = a_1 x + a_0$. Sin embargo, ningún participante identificó que la recta tangente era precisamente la parte lineal del polinomio dado. Ni mucho menos reflexionó con respecto al comportamiento del polinomio según la pendiente de la recta tangente en el punto *(0, P(0))*.

Después de su respuesta, se les invitó a que reflexionaran sobre la siguiente propiedad.

(b) Para todo polinomio $P = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, *su parte lineal* $a_1 x + a_0$ *es la ecuación de la recta tangente a la curva P en el punto* $x = 0$.

Y se les pidió que bosquejaran la gráfica del polinomio con la siguiente instrucción:

(c) Dibuja la recta $y = a_1 x + a_0$ *en un plano cartesiano y con la propiedad del inciso (b) deduce (bosqueja) el comportamiento global del polinomio.*

Pocos participantes apreciaron la generalidad de la propiedad, algunos a pesar de haber respondido adecuadamente la pregunta del inciso *(a)*, no pudieron probar la propiedad. El inciso (c) no lo pudieron responder (una discusión amplia al respecto se encuentra en Rosado (2004)).

Tal experiencia escolar pudiera tener diferentes explicaciones. Sin embargo, nos gustaría enfocarla a tres categorías de preguntas para ir hacia nuestro punto de interés: el papel de lo institucional en la problemática.

<u>Pregunta 1</u>. ¿Por qué tal grupo humano sabe algunas cosas e ignora otras? o bien, ¿Por qué sabe hacer algo pero no todo?

Nos referimos a cualquier grupo humano de cualquier sociedad en el mudo. No es difícil entender que efectivamente no existe grupo humano que conozca todo y no ignore nada, o bien sepa hacer todo lo que otros grupos humanos hacen o no hacen. El aspecto interesante es entender ¿por qué es natural que suceda?; ¿de qué depende?; ¿qué determina que así sea?

Llevemos el sentido de la pregunta 1 al aprendizaje.

Pregunta 2. Cuando un aprendizaje se ha realizado, ¿cómo podrán distinguir los propios alumnos entre todas las decisiones tomadas para ganar, de aquellas que dependen de características coyunturales del "juego particular", de aquellas otras que han sido posibles gracias al conocimiento adquirido? (Brousseau, 1997). Más específicamente: los alumnos que han aprendido un conocimiento matemático son capaces de plantear adecuadamente y de responder a cuestiones que antes ni siquiera podrían enunciar pero, dado que no tiene medios para contextualizar dichas cuestiones, no pueden adjudicar a los nuevos conocimientos un estatuto adecuado. Es preciso, entonces, que alguien del exterior venga a dilucidar cuáles entre sus actividades tiene un interés científico "objetivo", es decir, un estatuto cultural (Brousseau, 1997).

Pero también llevemos el sentido de la pregunta 1 a un cuestionamiento socioepistemológico.

Pregunta 3. Con los estudios de los procesos cognitivos que un individuo realiza ante un problema matemático o con los estudios de el papel de las interacciones (entre individuos) para realizar tales procesos cognitivos en escenarios socioculturales, proveen consideraciones sobre las distintas formas de los procesos. Con ello se logra entender por qué aparecen diferentes procedimientos en un mismo contenido matemático. Pero no así, ¿por qué éstos se hicieron un conocimiento de cierto tipo, de tal suerte que son un producto material social que tenemos que enseñar y aprender?, ¿cómo es que los grupos se organizan y de qué se valen para constituir ciertos conocimientos?, ¿cuáles son las colecciones metódicas de los principios de su organización para tal fin? (Cordero, en prensa(a)).

¿Cuál es en si la materia de estas tres categorías de preguntas? La sociedad humana presenta un fenómeno de una naturaleza especial, la cual consiste en el hecho de que ciertas formas de actuar son impuestas, o por lo menos sugerida *desde afuera* del individuo y son sumadas a su propia naturaleza: tal es el carácter de la institución (Durkheim, 1982).

Esta institución permite la continuidad de la sociedad, sin ella se destruye el continuo.

Tal vez por ello Brousseau (1997) precisa acerca de la institucionalización en la didáctica de la matemática de la siguiente manera.

La enseñanza no puede ser reducida a la organización de episodios de aprendizaje. La toma "oficial" del objeto de conocimiento por parte del estudiante y del aprendizaje del estudiante por parte del maestro es un fenómeno social importante y una fase esencial del proceso didáctico. Este doble reconocimiento es el objeto de *institucionalización*. El rol del maestro es también para institucionalizar.

Todo ello es la función de la *institucionalización* que, de hecho, origina una transformación completa de la situación. Se trata de un trabajo cultural e histórico que difiere totalmente del que puede dejarse a cargo del alumno y es responsabilidad del alumno. Inversamente a la devolución, la institucionalización consiste en dar un estatuto cultural a las producciones de los alumnos: actividades, lenguajes, y conocimiento expresado en proposiciones.

Tales reflexiones, en síntesis, viene a dar cuenta que no es posible creer que el conocimiento matemático es producto de una persona (o de algunas) y que la sociedad voltea a ver tal conocimiento como importante por lo que tiene que aprenderlo y enseñarlo. Por el contrario, la sociedad misma, en su sentido más amplio, es y ha sido la productora del concomiendo matemático a través de la institucionalización. Entonces entendamos su funcionamiento en los proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

LA TESIS SOCIOEPISTEMOLÓGICA

La socioepistemología es una aproximación sistémica que permite abordar las producciones y difusiones del conocimiento en una perspectiva múltiple, integrando el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 1998). Tal aproximación, obliga a formular epistemologías del conocimiento cuyo aspecto medular no está en los conceptos, sino en la constitución social de tales conceptos, en "aquello" que hace que el conocimiento sea así y no de otra manera. El "aquello" es de naturaleza social que reconoce al grupo humano con su organización, su historia, su cultura y su institución que lo lleva a proceder de una manera y no de otra, es su *práctica social* generatriz de su conocimiento.
Todo lo anterior conlleva cuestionar ¿por qué lo matemático es referido a objetos? y no "aquello" que obliga a construir los objetos, es decir, a las "prácticas sociales" que norman la construcción de los objetos matemáticos. El mismo cuestionamiento está proveyendo de categorías que no habían sido identificadas en los tradicionales tratamientos de las epistemologías del conocimiento. A continuación mencionamos algunas que nos interesa articular en esta discusión: (a) *la resignificación* (esta categoría muestra la función de la práctica social en situaciones específicas, en particular de matemáticas; de alguna manera es el desarrollo del uso del conocimiento en la situación específica, y (b) *la justificación funcional* (la categoría indica que los mecanismos de desarrollo del uso del conocimiento en la situación específica son funcionales).
Así la tesis socioepistemológica parte de la premisa de que las prácticas sociales son las generadoras del conocimiento matemático a través de los diversos procesos de institucionalización con ello se puede identificar la matemática escolar, analizar el discurso matemático escolar y formular un rediseño del discurso matemático escolar como una respuesta a la problemática.
En Covián (2005) se formula un modelo teórico para explicar la función normativa de la práctica social que permanece en cierta cultura para la construcción de sus viviendas. La evidencia de tal formulación se encuentra en ciertos procesos de institucionalización. Pero también en Cordero (en prensa(a)) conviene aspectos de la institucionalización buscando la consistencia con la problemática anteriormente mencionada. Para ello, en primer plano considera que un saber, ante todo, es un producto material continuo. Pudiéramos no dominarlo, pero socialmente se acepta que es un conocimiento, como es el caso de la matemática: lo continuo refleja su permanencia en la vida que es transformada por la matemática y, a la vez, la matemática es transformada. El continuo, de acuerdo a Durkheim (1982), no se destruye porque hay ciertas formas de actuar impuestas o sugeridas desde afuera del individuo (o sea las instituciones), las cuales son encarnados en sucesos individuales (materiales y explícitos).
Así, hipotéticamente, el "uso del conocimiento" pudiera adquirir la categoría de un producto material continuo, puesto que permanece en la vida que es transformada y a la vez el producto es transformado. En ese sentido el "desarrollo del uso del conocimiento"

hace que el conocimiento se resignifica al debatir entre su funcionamiento y su forma en la situación específica.
El planteamiento anterior no soslaya los conceptos, por el contrario se les ubica en otro estatus epistemológico en el modelo del conocimiento consistente con la intervención de la práctica social (ver (Cordero, en prensa(a)) y (Buendía y Cordero, 2005)). Nos indica que debemos crear un modelo del conocimiento matemático que dé cuenta de lo que constituye su contenido y poner al descubierto las causas reales del desarrollo social de tal conocimiento, las cuales pudieran ser las prácticas institucionales. Con ello, se romperá la centración en los conceptos del discurso matemático escolar y creará otro discurso que ofrezca los marcos o prácticas de referencia donde se resignifique la matemática. La resignificación será la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional, o sea, será el uso del conocimiento en la situación donde se debate entre su funcionamiento y forma de acorde con lo que organizan los participantes (Cordero, en prensa (a)).

ESTUDIO DEL USO DE LAS GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES

En las secciones anteriores señalamos varios elementos que intervienen en la reflexión: institucionalización, práctica social, uso del conocimiento y rediseño del discurso matemático escolar. Todo ello, justifica y dirige la atención hacia los estudios del uso del conocimiento. Así, en este apartado, queremos presentar el estudio del uso de las gráficas para fines prácticos de la propia reflexión. Convenimos realizarlo a través de tres preguntas que a continuación expresamos.
¿Por qué el uso de las gráficas? La resignificación es un concepto fundamental de la socioepistemología que manifiesta el uso del conocimiento en situaciones específicas. Por ello la naturaleza misma de la resignificación enfoca la atención a las prácticas sociales en oposición al efecto de centración de los conceptos. Por lo que la resignificación manifiesta no sólo el uso del conocimiento sino también su desarrollo que norma la práctica social, todo ello en oposición al desarrollo conceptual del conocimiento. Es así que la gráfica como una representación de la función trata el desarrollo del concepto de función pero no así el desarrollo del uso de la gráfica. Sin embargo, con el marco anterior desarrollar los usos de las gráficas traería en consecuencia el desarrollo del concepto de función. Pero también vale la pena precisar que en la socioepistemología la práctica social como unidad de análisis no analiza a los participantes sino a los usos (y costumbres) de los participantes, porque lo que nos importa de los participantes son sus formas de constituir conocimiento. En ese sentido no estudiamos a las gráficas como una representación del concepto de función, sino los usos de las gráficas de los participantes.
¿Qué es el desarrollo del uso de las gráficas? Significa que el uso se desarrolla en tanto uso. Por lo que su epistemología deberá expresar momentos que formulen semejante desarrollo. Los momentos son reorganizaciones de otros momentos anteriores producto de las contradicciones o confrontaciones o debates que se suceden por el nacimiento de nuevos elementos. Los usos dependen de la situación específica, por lo que tiene sentido formular, en nuestro caso, que las gráficas tienen una función orgánica (funcionamiento) en la situación expresada en alguna forma. Como dependen de la situación viven en una relación dialéctica, los cuales debaten entre los funcionamientos y formas de las gráficas.

¿Cuál es la relación entre el "discurso matemático escolar (dme)" y el "uso de las gráficas"? El dme y la categoría "uso de las gráficas" consiste fundamentalmente en oponerse al efecto de centración de los conceptos. Estos dos aspectos llevan a una paradoja necesaria y fructífera. Considerar, en primera instancia, la currícula escolar para ubicar ahí la aparición de las gráficas y, en segunda instancia, no considerarla para oponerse al efecto de centración. Todo ello obligó a formular la pregunta sobre la génesis del uso de las gráficas en el discurso matemático escolar.

Con las tres preguntas el estudio del uso de las gráficas ha consistido en analizar, en una primera instancia, los libros de texto del nivel básico (educación primaria y secundaria), en el marco de los contenidos curriculares de los textos para cada grado escolar. Se han encontrado tres momentos: *el uso del síntoma de la gráfica de la función, el uso de la gráfica de la función* y *el uso de la gráfica como curva,* los cuales proveen categorías que no habían sido identificadas en los tradicionales tratamientos de las epistemologías del concepto de función y su gráfica: la resignificación y la justificación funcional (Flores, 2005).

La articulación de estas categorías fortalece la formulación de entender a las gráficas de las funciones como prácticas sociales. En ese sentido, debemos ir a destacar características donde la graficación pueda llevar a cabo múltiples realizaciones y hacer ajustes en su estructura para producir un patrón o generalización deseable, crearle un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación, entendiéndola como prácticas retóricas y argumentativas gráficas en diversas situaciones donde son resignificadas al debatir entre el funcionamiento y la forma de la graficación. Todo ello necesariamente en sus ámbitos institucionales.

Actualmente se están realizando estudios sobre el uso de las gráficas en el bachillerato (ver (Cordero y Cen, 2005)) y sobre la modelación del cambio en la cinemática (ver (Cordero, en prensa (b)) y (Cordero y Suárez, 2005).

REFERENCIAS

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics. Didactique des Mathématiques, 1970-1990*. Kluwer Academia Publishers

Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics*, 58: 299-333.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilón*, Num. 42, Pág. 353-369. Sociedad Thales, España

Cordero, F. (en prensa(a)). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. *Investigación en Matemática Educativa en Latinoamérica.* Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A. C.

Cordero, F. (en prensa(b)). La modellazione e la rappresentazione grafica nella matematica scolastica. *La Matemática e la sua Didattica*.

Cordero, F. y Cen, C. (2005). El uso de las gráficas de los alumnos en el bachillerato *Resúmenes de la 19ª Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.* Montevideo, Uruguay. pp. 239-240.

Cordero, F. y Suárez, L. (2005). Modelación en Matemática Educativa. En J. Lezama, Sánchez, M. y Molina, G (Eds.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Clame* Vol. 18, pp. 639-644

Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya* Tesis de maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Durkheim, E. (1982). *The Rules of Sociological Method and Selected Texts on Sociology and its Method*. The Free Press.

Flores, R. (2005). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. Tesis de maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav-IPN, México.

Rosado, P. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.