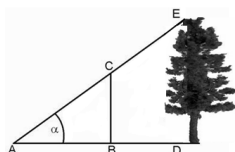


## ESTRUCTURA CONCEPTUAL DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

MAURICIO BECERRA G.



Gemad • "una empresa docente"  
 CIFE, Universidad de los Andes  
 4 de Noviembre de 2014

### Análisis Didáctico

- Análisis de Contenido:**  
*Estructura conceptual – Sistemas de Representación – Fenomenología*
- Análisis Cognitivo:**  
*Expectativas – Limitaciones – Hipótesis de aprendizajes*
- Análisis de Instrucción:**  
*Tareas y secuencias de tareas. Componentes de tareas: meta, formulación, contenidos, materiales y recursos, agrupamiento e interacción. Complejidad.*
- Análisis de Actuación:**  
*Instrumentos y procedimientos de recolección y análisis de información.*

### Análisis Didáctico

**Análisis de Contenido:**  
*Estructura conceptual*  
*Sistemas de Representación*  
*Fenomenología*

## ESTRUCTURA CONCEPTUAL

### Estructura Conceptual

La estructura conceptual de un concepto de la matemática escolar se caracteriza por tres elementos:

1. Estructuras matemáticas involucradas.
2. Relaciones conceptuales.
3. Relaciones de representación.

### Estructura Conceptual

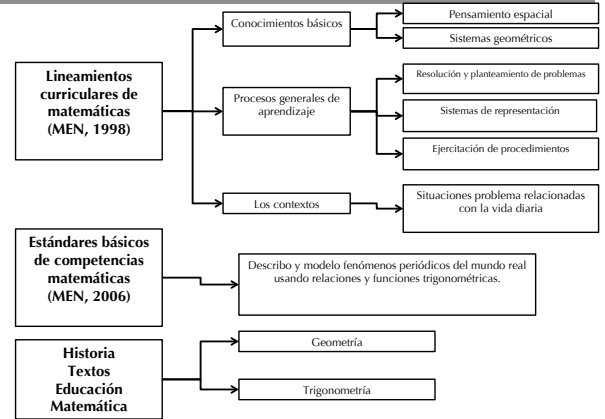
## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

## Estructura Conceptual

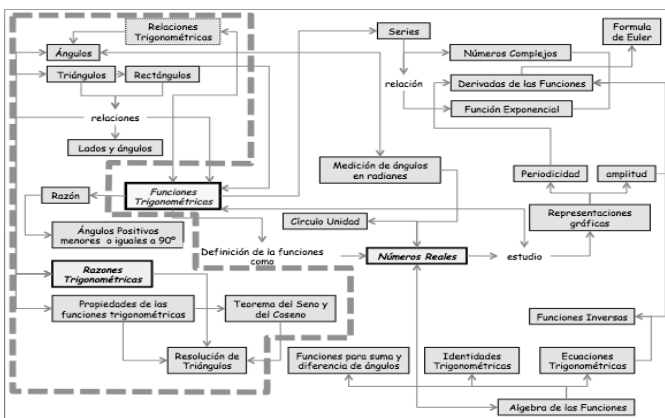
Diferentes fuentes:

- El conocimiento del profesor,
- Documentos curriculares,
- Historia,
- Libros de texto,
- Internet,
- Literatura en Educación Matemática y
- Libros de texto de matemática avanzada.

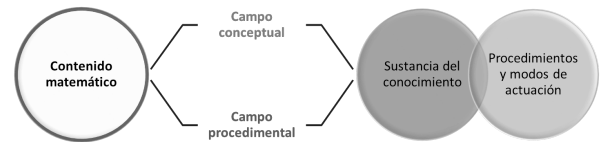
## Estructura Conceptual R. T.



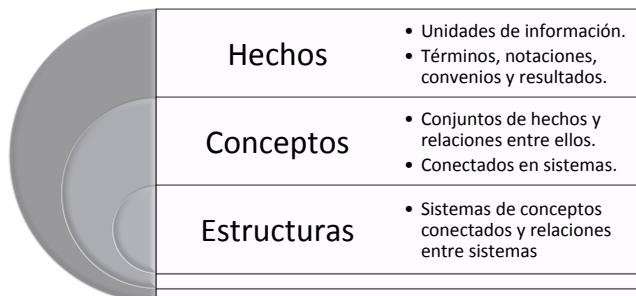
## Estructura Conceptual R. T.



## Estructura Conceptual



## Estructura Conceptual R. T.



## Estructura Conceptual R. T.

Hechos
<b>TÉRMINOS:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Los diferentes tipos de ángulos (agudos, rectos, obtusos, llanos, complementarios, suplementarios, entre otros).</li> <li>- Seno, Coseno y Tangente.</li> <li>- Triángulos.</li> <li>- semejanza y congruencia.</li> <li>- Medida de ángulos: radianes y grados.</li> <li>- Medida de una magnitud</li> </ul>
<b>NOTACIONES:</b> o, rad, sen, cos, tan.
<b>RESULTADOS:</b> $\sin \alpha = \frac{\text{cat opuesto}}{\text{hipotenusa}}$ ; $\cos \alpha = \frac{\text{cat adyacente}}{\text{hipotenusa}}$ ; $\tan \alpha = \frac{\text{cat opuesto}}{\text{cat adyacente}}$ .

## Estructura Conceptual R. T.

### Conceptos

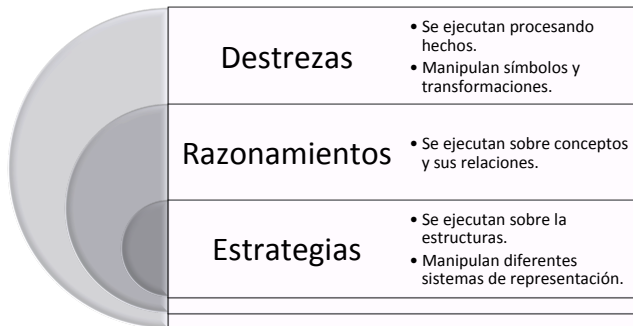
Ángulos y triángulo rectángulo  
Razones trigonométricas de un ángulo agudo  
Relaciones entre razones trigonométricas

## Estructura Conceptual R. T.

### Estructuras

Razones trigonométricas

## Estructura Conceptual R. T.



## Estructura Conceptual R. T.

### Destrezas

- Manejar la calculadora u otra herramienta.
- Construir las alturas de un triángulo.
- Identificar los catetos, la hipotenusa y el ángulo de elevación y depresión de un triángulo rectángulo.
- Solucionar ecuaciones trigonométricas sencillas.
- Realizar conversiones entre grados y radianes.
- Calcular el valor de razones trigonométricas para cualquier tipo de ángulo.
- Identificar y relacionar los valores numéricos obtenidos, como la solución de problemas trigonométricos.
- Identificar diferentes representaciones del concepto.

## Estructura Conceptual R. T.

### Razonamiento

#### DEDUCTIVO:

- Aplicar teoremas a partir de la evaluación de los datos conocidos y desconocidos de un triángulo rectángulo.
- Comprobar que las razones trigonométricas son válidas solo para triángulos rectángulos probando en triángulos no rectángulos.

#### INDUCTIVO:

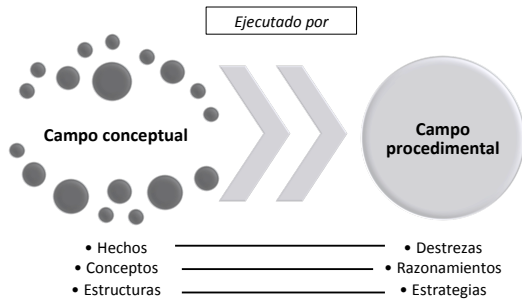
- Identificar regularidades en triángulos rectángulos.
- Reconocer fórmulas por el método de ensayo-error.

## Estructura Conceptual R. T.

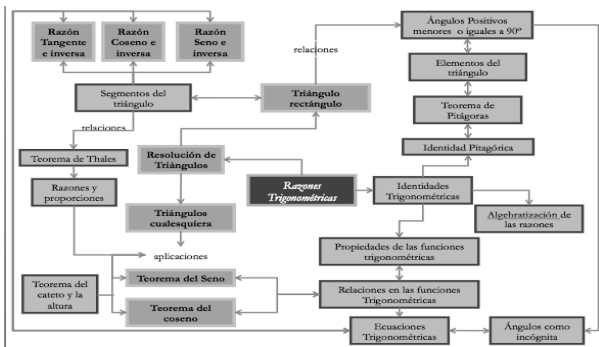
### Estrategias

- Resolución de triángulos rectángulos conociendo algunos datos. (lados y ángulos)
- Resolución de triángulos cualesquiera conociendo algunos datos. (lados y ángulos)
- Resolución de triángulos cualesquiera, usando la medida de la altura para resolver triángulos rectángulos.

## Estructura Conceptual R. T.



## Estructura Conceptual R. T.



## Estructura Conceptual R. T.

### LA COMETA

Dos estudiantes que juegan fútbol en la posición de arqueros, observan una cometa que se desplaza justo encima de ellos, mientras se encontraban ubicados cada uno a una distancia de 30 metros en la línea de gol de las porterías de la cancha del colegio. Al determinar los ángulos de elevación en un momento preciso respecto a la cometa, se encontró que estos median  $87^\circ$  desde la visual de un arquero y  $84^\circ$  desde la visual del otro arquero.

- ¿A qué altitud sobre el nivel del suelo está la cometa en el momento en que son medidos los ángulos de elevación?
- ¿A qué distancia se encuentra la cometa respecto a cada uno de los estudiantes?

## Estructura Conceptual R. T.

CAMPO CONCEPTUAL	CAMPO PROCEDIMENTAL
<b>HECHOS</b>	<b>DESTREZAS</b>
- Triángulos. - Altura de un triángulo.	- Identificar los catetos, hipotenusa y ángulos de un triángulo rectángulo. - Construir las alturas de un triángulo.
<b>CONCEPTOS</b>	<b>RAZONAMIENTOS</b>
- Razones trigonométricas de un ángulo agudo.	- Deductivo: Aplicación de teoremas a partir de los datos conocidos y desconocidos.
<b>ESTRUCTURA</b>	<b>ESTRATEGIAS</b>
- Razones trigonométricas.	- Resolución de triángulos rectángulos conociendo algunos datos.

## Estructura Conceptual R. T.

Objetivo 3. Resolver problemas reales usando las razones trigonométricas para el cálculo de distancias y ángulos.

Campo conceptual - Campo procedimental

## Estructura Conceptual R. T.

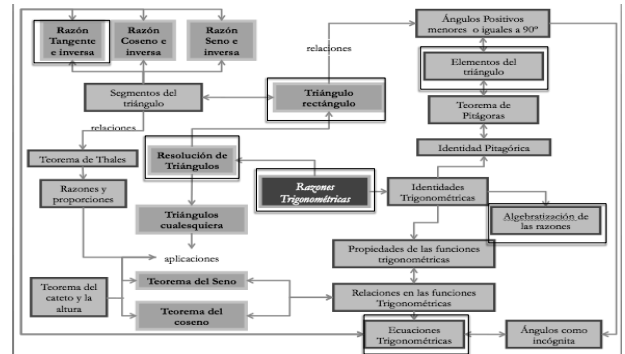
### CAPACIDADES

- Representa un problema con objetos concretos
- Establece una representación gráfica del problema
- Construye las alturas de un triángulo
- Conoce y menciona los elementos del triángulo rectángulo
- Usa el teorema de la suma de los ángulos de cualquier triángulo euclídeo
- Reconoce que la relación existente entre los parámetros e incógnitas que aparecen en la representación gráfica del problema (el triángulo), es una relación trigonométrica
- Expresa un problema como la razón trigonométrica tangente (representación simbólica)
- En la ecuación trigonométrica, asigna los datos dados (parámetros) del problema
- Reconoce las propiedades necesarias en el despeje de ecuaciones (lineales, razones trigonométricas, cuadráticas "sencillas", entre otras.
- Usa los recursos tecnológicos (calculadora, tablas entre otros) en función de la solución de un problema trigonométrico.

## Estructura Conceptual R. T.

Capacidad	Campo Conceptual		Campo procedimental		
	Hechos	Conceptos	Destrezas	Razonamientos	Estrategias
Representa un problema con objetos concretos					X
Construye las alturas de un triángulo	X		X		
Expresa un problema como la razón trigonométrica tangente		X		X	
Reconoce las propiedades necesarias en el despeje de ecuaciones	X		X		
Usa los recursos tecnológicos en función de la solución de un problema trigonométrico					X

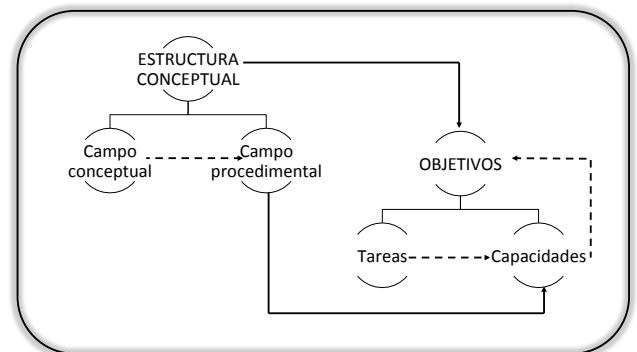
## Estructura Conceptual R. T.



## Estructura Conceptual R. T.



## Estructura Conceptual R. T.



## Referencia

Arenas, Fredy; Becerra, Mauricio; Morales, Fredy; Urrutia, Leonardo; Gómez, Pedro (2012). *Razones trigonométricas*. En Gómez, Pedro (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1* (pp. 342-414). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1895/>

## AGRADECIMIENTO

### Grupo Gemad

Especialmente a Mónica Bernal, Patricia Villegas, Paola Castro y Fernando Torres, por la construcción de algunas diapositivas.

# **PREGUNTAS**