

LA PORCIÓN AUREA, UN PRETEXTO PARA HACER GEOMETRÍA FASE I : EXPLORANDO LOS POLÍGONOS

Orlando Aya Corredor

Profesor I.E.D. Manuelita Sáenz J.T

Bogotá D.C, Colombia

orlandoaya@gmail.com

Resumen

El uso de software de geometría dinámica en el aula de clase es una herramienta que posibilita el desarrollo de diferentes habilidades y destrezas en el campo geométrico y potencializa otras tales como la visualización, la elaboración de conjeturas, la argumentación, la construcción de definiciones y la formalización de argumentos. El presente trabajo busca compartir la experiencia alcanzada con la aplicación de tres actividades exploratorias con polígonos y ver las posibilidades y limitaciones que el software ofrece en el desarrollo conceptual alrededor de los mismos.

Introducción

En el marco del P.F.P.D. “Potencial Didáctico Del Software De Geometría Dinámica En El Aprendizaje De La Geometría En La Educación Básica Secundaria”, desarrollado por la Universidad Pedagógica Nacional, con el auspicio de la Secretaria De Educación Del Distrito, se presentó como propuesta de proyecto de aula “**La Porción Aurea, Un Pretexto Para Hacer Geometría**” que comprende una primera fase “**Explorando Los Polígonos**”, el cual fue desarrollado en la I.E.D. Manuelita Sáenz J.T. con estudiantes del grado décimo bajo la modalidad de investigación acción participativa.

El origen de este proyecto se remonta al año 2000, cuando un grupo de estudiantes de grado décimo de la I.E.D. Manuelita Sáenz J.T. realizaban un graffiti de una “estrella de cinco puntas invertida”, al ser sorprendidos les pedí que explicaran que era el símbolo que habían grabado.

Dentro de la iconografía de los estudiantes de nuestros colegios, y de los jóvenes del mundo entero, dicha estrella es un símbolo del anticristo o del macho cabrio, una representación ampliamente difundida por las posiciones de las sectas satánicas y el eco recibido por un posicionamiento de lo prohibido y lo ilegal entre nuestra juventud, casi podría decirse que lo oscuro, lo mitológico y lo próximo a la maldad es, desafortunadamente atrayente para nuestros jóvenes.

Al pensar sobre la “sanción” que se podría aplicar a ésta acción, surgió la idea de poner a explicar y explorar la simbología no solo desde la tradición oral y el snobismo del icono

sino desde la semántica y de la semiótica de la métrica y la proporción geométrica. La sorpresa fue doble, por un lado evidencie que los muchachos mas allá de hablar del 666, de los sacrificios y de otra cosas, que en el fondo se evidenciaban solo habían conocido por comentarios de terceros en la esquina, no poseían un lenguaje desde lo religioso y mucho menos desde lo geométrico para referirse a la iconografía; pero por otra parte me encontré con un grupo ávido de saber que hay detrás de las regularidades y la métrica de las figuras geométricas.

No obstante al ver las grandes deficiencias surge la necesidad de explorar el tema desde el nivel de los polígonos con el fin de ir aproximando gradualmente a los jóvenes al contexto geométrico.

Se realizó la intervención de aula con el software de Geometría Dinámica Cabri Geomètre, y se pretende en este artículo no solo presentar algunos de los resultados obtenidos sino además ver la potencialidades y dificultades ofrecidas por le software.

Contexto

En el proceso de formación del pensamiento matemático de los estudiantes y en particular de los conceptos y estructuras lógico formales relacionadas con el pensamiento métrico y geométrico, la escuela ha presentado serias deficiencias en la forma en que, desde lo disciplinar y desde lo didáctico, se han abordado estos ejes. El trabajo en geometría en el aula se ha realizado de manera no sólo esporádica, atendiendo más a los intereses particulares y las voluntades de los docentes que a una política de orden institucional, sino que además se ha centrado en la presentación de esquemas rígidos y a procesos que se presentan como dados, cortando así los caminos de la exploración y a la elaboración de conjeturas.

En este marco surge la propuesta del proyecto de aula ***LA PORCIÓN AUREA, UN PRETEXTO PARA HACER GEOMETRÍA***, el cual pretende básicamente articular algunos contextos geométricos y algebraicos que permitan aproximar al estudiante a algunos conceptos geométricos y a la elaboración de conjeturas utilizando como elemento fundamental de la misma el programa de geometría dinámica Cabri Geomètre, el cual viabiliza la elaboración de diversas representaciones, así como el uso de elementos que ayudan a determinar invariantes geométricos. En una primera fase del proyecto se exploraron los polígonos y se establecieron algunas conjeturas referentes a las propiedades básicas de los mismos, tales como la clasificación, el número de diagonales, valor de la suma de las medidas de los ángulos interiores y valor de la suma de las medidas de los ángulos exteriores. Como un propósito general se planteó determinar bajo que condiciones se obtiene un polígono regular, explorar los polígonos como estructuras geométricas y elaborar conjeturas sobre sus propiedades más generales.

Así la innovación en el aula se puede entender desde dos perspectivas, la primera en la de dar efectivo abordaje al estudio de algunos conceptos geométricos básicos y la segunda, dar a través de una herramienta tecnológica, como lo es el Cabri Geomètre, un nuevo espacio de exploración de situaciones de contextos geométricos.

Marco teórico

El proyecto abarca desde el punto de vista del objeto matemático los polígonos:

Definiciones: Sean $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n$ una secuencia de n puntos distintos en el plano, donde $n \geq 3$. Suponga que los segmentos $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \dots, \overline{P_{n-1}P_n}, \overline{P_nP_1}$ tienen las siguientes propiedades:

- i) Ningún par de segmentos se interseca excepto en sus puntos extremos.
- ii) Ningún par de segmentos con un punto extremo en común son colineales.

Entonces la unión de los n segmentos es llamada **polígono**. Los puntos $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n$ son llamados **vértices** del polígono, los segmentos $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \dots, \overline{P_{n-1}P_n}, \overline{P_nP_1}$ se denominan **lados**.

Los **ángulos del polígono** son $\angle P_nP_1P_2, \angle P_1P_2P_3$, y así sucesivamente, que los podemos abreviar como $\angle P_1, \angle P_2$, y así sucesivamente.

La suma de las longitudes de los lados es llamada **perímetro del polígono**.

Un polígono es **convexo** si y solo si cualquier recta que contiene a uno de los lados del polígono deja a los demás segmentos del polígono en un mismo semiplano. Si se considera la región poligonal, determinada por los segmentos del polígono y su interior, será convexo si el interior del polígono constituye un conjunto convexo esto es si para cualquier par de puntos P y Q del conjunto A (en este caso el interior del polígono), el segmento \overline{PQ} queda completamente contenido en A .

Un segmento cuyos puntos extremos son dos vértices no consecutivos de un polígono es llamado una **diagonal del polígono**.

Una región triangular es la unión del triángulo y su interior. Una región poligonal es la unión de un número finito de regiones triangulares en un plano, tal que si dos de ellas se intersecan su intersección es únicamente un punto o un segmento.

Marco didáctico

Desde el punto de vista de lo curricular el proyecto apuntó al manejo de los estándares de matemáticas en los dominios siguientes:

- Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos:
 - Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas y establecer relaciones entre elementos geométricos.
 - Hacer conjeturas y verificar propiedades.

En estos tópicos se esperaba que el estudiante llegue al nivel dos propuestos por los esposos Van Hiele (Abstracción-Relacional). En este nivel, los estudiantes pueden formar definiciones abstractas, distinguiendo entre la necesidad y la suficiencia del conjunto de condiciones para un concepto. Pueden clasificar figuras jerárquicamente y dar *argumentos informales* para justificar esas clasificaciones. Como las figuras pueden aparecer como conjuntos de propiedades de diversas maneras, las definiciones pueden ser vistas no como descripciones, sino como un método de organización lógica. En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son propiedades de clases de figuras. De otra parte se espera que los estudiantes sean capaces de seguir la argumentación dada en algunas demostraciones formales y que adquieran habilidad en la determinación de afirmaciones y razones en las demostraciones del tipo doble columna.

Igualmente se abordará desde el dominio de:

- Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas:
 - Reconocer la importancia de la medida para la elaboración de generalizaciones.
 - Seleccionar y usar técnicas para medir.

Ahora bien, desde los ejes conceptuales propios de la matemática escolar, se abordó la siguiente estructura para el proyecto:

A. Conceptos Previos:

Desde lo Geométrico:	Desde lo algebraico:	Desde el software de geometría dinámica (Cabri Gèometre)
Ángulos Par lineal Triángulos Áreas básicas.	Ecuación Cuadrática Función Cuadrática	Construcciones básicas. Polígonos. Etiquetas. Área. Ángulo. Ocultar / Mostrar. Cónica

En este marco cobra sentido el trabajo escolar entendido como un proceso de construcción social, donde el joven desde su interactuar con otros no solo puede reconstruir nociones y conceptos matemáticos (y particularmente geométricos) sino para poder construir valores de convivencia social, la posibilidad de conjeturar, controvertir, respaldar y dar argumentos y someterlos al juicio de otros.

Potencial del software de geometría dinámica

Un elemento básico del proyecto es utilizar el potencial del Software de Geometría Dinámica como una herramienta para generar ambientes de aprendizaje más lúdicos, participa-

tivos y de construcción social, que motiven a los estudiantes a concebir el aprendizaje más allá del aula de clase e incentiven su interés y curiosidad por la investigación, como lo estipulan los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional en la conformación de la Red nacional para el aprendizaje y el uso de la tecnología.

El Software de Geometría Dinámica resulta para los estudiantes novedoso, y el hecho de poder, en el caso de Cabri Geomètre, tener diversas representaciones de una misma situación geométrica al arrastrar el puntero hace que si se es metódico se puedan obtener ciertos niveles de análisis y conceptualización. Es indispensable enseñar al estudiante a explorar situaciones con el Cabri, el ser metódico y analítico en la misma.

Esta herramienta no solo permite facilitar procesos de visualización sino que además permiten enriquecer los procesos de conceptualización, construcción de definiciones (formales e informales), elaboración de conjeturas, elaboración de pruebas (al menos de manera informal, aún cuando se discute hoy día si también se posibilita la elaboración de demostraciones formales). No obstante lo anterior se debe ser claro en manifestar que no basta con el software, y que es indispensable el aderezo de una elaboración conceptual, lógico formal y la elaboración de marcos conceptuales propios de la disciplina. Es decir que se debe reconocer que ésta es solo una herramienta que bien utilizada es facilitadora y que como toda herramienta tiene unas limitantes que deben ser conocidas y puestas en evidencia.

Descripción de la población

El proyecto se desarrolló durante el mes de febrero y marzo de 2006 con los estudiantes de grado décimo de la I.E.D. Manuelita Sáenz J.T. Los jóvenes tienen edades que oscilan entre los 14 y 19 años y que en su mayoría pertenecen a la localidad IV de San Cristóbal, en la cual se encuentra la institución, y con estratos socioeconómico 1 y 2.

Los jóvenes presentan un alto grado de desinterés por lo académico y en general no ven en el estudio ni una herramienta ni un recurso para mejorar sus condiciones de vida; adicionalmente un elevado porcentaje; aproximadamente el 58 % son estudiantes que se promovieron por decreto 230 o que en alguno de los grados anteriores fue promovido por éste criterio. No obstante lo anterior se evidencia un claro y marcado interés por los aspectos relacionados con la informática y en general gustan del trabajo en el computador.

En el P.E.I de la institución, denominado “*Paso a Paso Construimos la Excelencia*”, se concibe al estudiante como un ser autónomo, conciente y responsable de su propio aprendizaje y dentro de este marco encaja la posibilidad de desarrollar trabajos donde sea el estudiante quien proponga sus propias metas de aprendizaje y se fije nuevos campos de exploración y construcción de conocimiento. Igualmente se concibe desde esta perspectiva que el aprendizaje es un proceso social y como tal se ve fortalecido por el trabajo cooperativo y solidario. Es decir que desde las metas de fortalecimiento institucional se busca desarrollar los potenciales del recurso humano y ver el recurso tecnológico como una herramienta capaz de generar situaciones de exploración que den lugar a la elaboración

de conjeturas y la construcción de nuevos conocimientos.

Recursos

Para el desarrollo del proyecto se requiere como mínimo, una hora semanal durante el año para ser destinada exclusivamente a la geometría con la posibilidad del acceso constante y permanente a la sala de cómputo para trabajar con el software de geometría dinámica en particular Cabri Geomètre.

La primera fase se desarrolló con grupos de 40 estudiantes, se realizó en seis horas de clase, distribuidas de la siguiente manera:

Actividades:
Familiarización con el software.
Construcción de polígonos, clasificación y diagonales.
Generalización de diagonales de un polígono
Ángulos interiores y exteriores de un polígono
Generalización de la suma de medida de ángulos interiores y exteriores de un polígono
Polígonos regulares, condiciones

Actividades realizadas

Se conformaron tres actividades, particularmente por el escaso tiempo para el trabajo en la sala de cómputo. Las actividades realizadas fueron las siguientes:

Actividad 1: Polígonos

Ésta actividad tiene por objetivos:

- Verificar si los elementos que están presentes en la definición de un objeto geométrico son coherentes con la misma. Así como cotejar diversas definiciones de un mismo objeto geométrico.
- Contrastar los elementos del objeto geométrico que el software pone en juego cuando se realiza una construcción y determinar algunas limitaciones del mismo y como el sujeto que interactúa con el software es el llamado a determinar si el contexto de trabajo es válido o no.
- Entender el polígono como la frontera de una región poligonal y esta a su vez como la unión de un número finito de regiones triangulares en un plano, tal que si dos de ellas se intersecan su intersección es únicamente un punto o un segmento. De otra parte aproximar a los estudiantes a la noción de *función de área*.

- Generar una inquietud hacia la exploración y consulta extraclase.

La actividad comprendía dos definiciones de polígono una tomada de un diccionario enciclopédico y otra de un texto de geometría, posteriormente los estudiantes construían utilizando Cabri Geometri polígonos de dos maneras, con la herramienta *polígono* y con *punto y segmento*, luego explorar con el puntero cada una de las figuras construidas y determine las diferencias que el programa determina sobre ellas y ver si los elementos puestos en la definición de polígono se satisfacen.

Luego se trazaban las diagonales desde un vértice de un polígono de cinco lados y con la herramienta triángulo se trazan las regiones triangulares y se colorean; con la herramienta *área* se determina el valor del área de cada una de las regiones y del polígono y se pide determinar la suma de las áreas de las regiones triangulares y compararla con el valor del área del polígono con el fin de determinar en que momento deja de ser un polígono.

Actividad 2: Polígonos

Ésta actividad tiene por objetivos:

- Analizar regularidades a partir de una serie de datos.
- Generalizar el número total de diagonales de un polígono de n lados.
- Clasificar un polígono de acuerdo a la posición de sus diagonales respecto al interior del mismo.
- Utilizar, de ser necesario, las herramientas del software para facilitar el proceso de generalización e interpretar los resultados obtenidos.

La actividad comprendía la construcción de varios polígonos y trazar las diagonales del polígono y construir una tabla de la siguiente forma:

1. Construya (empiece desde el de tres lados y así sucesivamente) (ver definición actividad anterior). Complete la siguiente tabla.

Número de lados	Diagonales desde un vértice	Total de diagonales del polígono
-----------------	-----------------------------	----------------------------------

Luego con una serie de preguntas como: ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un polígono de 15 lados? ¿Cuántas diagonales en total tendrá dicho polígono? ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un polígono de n lados? ¿Cuántas diagonales en total tendrá un polígono de n lados?, se pretendía que el estudiante pudiera llegar a una generalización del número total de diagonales como una

función del número de lados.

Se aborda la definición de *Polígono Convexo*, y se explora con el software la característica presente en las diagonales del mismo. Finalmente y a manera de Actividad adicional se utilizó otras herramientas del programa (*mostrar ejes, definir cuadrícula, punto sobre rejilla, cónica, y ecuación y coordenadas*) para graficar los puntos de la tabla donde en el eje x está el número de lados y en el eje y está el número total de diagonales para encontrar la ecuación de relación se pedía determinar si esta relación satisface los diversos casos analizados.

Actividad 3: Ángulos internos y externos de un polígono

Ésta actividad tiene por objetivos:

- Generalizar la suma de la medida de los ángulos internos de un polígono y analizar ciertas restricciones sobre los mismos.
- Generalizar la suma de la medida de los ángulos externos de un polígono y analizar ciertas restricciones sobre los mismos.
- Inducir desde la medida de cada uno de los ángulos interiores y de cada uno de los ángulos exteriores bajo que condiciones el polígono sería regular.

La actividad comprendía las definiciones de *Ángulo Interior de un Polígono*, *Ángulo Exterior de un Polígono* y se realizaron dos archivos previos donde el estudiante debía tomar la medida de cada uno de los ángulos internos y realizar la suma de las medidas desde dos de los ángulos internos hasta los n ángulos internos para polígonos desde tres hasta 7 lados. Luego se realiza el mismo proceso para los ángulos exteriores. Con una serie de preguntas se busca que los estudiantes descubran no sólo la generalidad de la suma de las medidas tanto de ángulos internos como externos de un polígono sino ver ciertas regularidades y restricciones frente a las sumas parciales. Las preguntas realizadas fueron del tipo ¿Cuál será la suma de la medida de los de un polígono de 15 lados?, ¿Cuál será la suma de la medida de los ángulos internos de un polígono de n lados?, ¿Cuál será la suma de la medida de los ángulos exteriores de un polígono de 15 lados? ¿Cuál será la suma de la medida de los ángulos exteriores de un polígono de n lados?. Finalmente se pedía consultar otras definiciones de ángulo interior y exterior de un polígono. .

Análisis de resultados

Los resultados obtenidos fueron los siguientes para cada una de las actividades:

Actividad 1: Polígonos

- Los estudiantes tienen en general un escaso lenguaje geométrico para referirse a las figuras geométricas, sus elementos y las regularidades presentes en ellos.

- La gran mayoría consultó dos definiciones adicionales de polígono y extendieron más allá la consulta a clasificación, propiedades, y demás lo cual me preocupó pues pensé que esto viciaría el proceso. Sin embargo evidencie por las actividades posteriores que muchas veces la consulta se limita al proceso de transcripción y no hay una interiorización de la misma, tal vez por que no se han generado procesos que ayuden a que éste se de.
- Un aspecto importante es que al construir el polígono con la herramienta del software y con los elementos (segmento) se notó que se reconocieron diferencias evidentes y surgió la inquietud en los estudiantes de hacer sobre una de las construcciones la otra y ver que en esas condiciones los elementos reconocidos por el puntero eran los mismos. Esto es muy importante si se consideran los niveles de representación de un objeto geométrico.
- El proceso de reconocer el polígono como la frontera (o borde dicho en los términos de los estudiantes) de la región poligonal, ayudo a determinar ciertas limitaciones en la forma en que el software reconoce figuras como polígonos aún sin que estos coincidan con la definición. Algunos estudiantes determinaron bajo que condiciones algunas figuras que el programa reconoce como polígonos evidentemente lo serian.
- La aproximación a la noción de función de área se logró en la medida que los jóvenes realizan comentarios como: *“La suma de las áreas de los triángulos es igual al área del polígono, y éste dejará de ser polígono cuando un triángulo invada el área de otro triángulo, porque se rompe la definición”*
- Una pareja de estudiantes determino que mientras la definición dada en la clase teórica se mantenga, la suma de las áreas de las regiones triangulares será equivalente al área del polígono y así construyeron algunas representaciones de diversos polígonos.
- Finalmente en esta actividad se evidenció una dificultad para plasmar las ideas en un papel y la mayoría se limitaba a dejar sus ideas en la manifestación oral.

Actividad 2: Polígonos

- Durante el desarrollo de la actividad se evidenció un error en el diseño de la misma pues la definición de diagonal de un polígono se requería en esta actividad y fue dada en la anterior y lamentablemente unos seis estudiantes no la recordaban, así que hubiese sido útil darla nuevamente. Esto pone de manifiesto que las actividades deben ir acompañadas de otras dentro y fuera de la clase que vayan reforzando la comprensión de los conceptos, definiciones y nociones abordadas en otros espacios.
- Los procesos de generalización no resultan sencillos para los seres humanos y es un aprendizaje que debe fortalecerse en la escuela, solo tres grupos de estudiantes

lograron llegar a la generalización tras arduas discusiones sobre la mejor manera de escribirla. Se dio un proceso interesante porque al llegar a la misma ese conocimiento se volvió como un pequeño tesoro y motivo de orgullo individual de los grupos y un reto para los demás.

- En la actividad adicional, que fue realizada por la mayoría, incluyendo los grupos que lograron llegar a la generalización, se debió aclarar que el hecho de conectar los puntos mediante una cónica era un artificio algebraico y matemático pero que en la realidad dicha conexión no es lícita matemáticamente pues el número de lados y de diagonales totales de un polígono no pueden tomar valores continuos, esto para no ir a involucrar un error epistemológico en el uso del tipo de variables (discretas y continuas). Aquí también los estudiantes evidenciaron que a medida que unían los puntos la apariencia de la cónica iba cambiando; esto generó la inquietud y dos grupos indagaron sobre el problema de la cónica de los cinco puntos.

Actividad 3: Ángulos internos y externos de un polígono

- Se logró fácilmente generalizar y pasar a la conjetura sobre la suma de la medida de los ángulos interiores de un polígono, y se establecieron relaciones métricas entre la suma de medidas de ángulos parciales y como algunas medidas con el arrastre permanecían constante pero que eso no implicaba una propiedad general de los polígonos por que al realizar el arrastre desde otro vértice del polígono lo que parecía invariante no lo era.
- Se logró también de manera clara distinguir la diferencia entre un ángulo interior y uno exterior, y la forma en que en cada vértice se debe considerar un solo ángulo exterior del polígono.
- Los estudiantes fácilmente establecieron la generalización de la suma de la medida de los ángulos exteriores de un polígono.

Se estableció una relación entre las actividades anteriores y la actividad de la suma de las medidas de ángulos interiores de un polígono, pues los estudiantes relacionaron las regiones triangulares determinadas por las diagonales desde un vértice del polígono y la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono.

Conclusiones

- Dentro del desarrollo de la primera fase del proyecto se evidenció que se requiere construir un ambiente de aprendizaje que posibilite la exploración y la manipulación de diversas situaciones, estos elementos son evidentemente dados por el uso del Software de Geometría Dinámica (cabri Geomètre en nuestro caso) en el aprendizaje de la geometría.

- El uso del software facilita los procesos de visualización, elaboración de conjeturas y en un nivel básico la elaboración de cierto tipo de pruebas (a un nivel informal, pero que manejados con otros elementos didácticos que apoyen el desarrollo de habilidades lógico formales y que apoyen el proceso de argumentación y desarrolle las competencias argumentativas y comunicativas, podrían gradualmente ir cobrando cierto grado de formalidad).
- Los muchachos presentan serias dificultades en sus habilidades comunicativas y deficiencias en el manejo del lenguaje propio de la matemática y particularmente de la geometría. Estas deficiencias se ven manifiestas adicionalmente en dos aspectos; por una parte su dificultad para expresar por escrito sus conjeturas y generalizaciones y por otro el uso de la simbología (sintaxis) propia de la matemática.
- El uso del software no debe ser aislado o único es decir debe ser una tarea continua que haga que el trabajo con el mismo se torne cada día más familiar y permita la exploración de las diversas herramientas que pueden potencializar aún más su uso. Adicionalmente del software debe ir aderezado de un desarrollo formal de la geometría y el eventual uso de las herramientas convencionales (papel y lápiz).
- Por la forma en que está configurado el software se debe ser muy conciente de sus virtudes y potenciales pero también de sus limitantes y para ello se requiere que la formación geométrica del docente tanto desde lo disciplinar como desde lo didáctico, se vea cada vez fortalecida.

Se deben generar situaciones que posibiliten contar con el mayor recurso que es el interés y la motivación de los estudiantes, así como su disposición para realizar lecturas y búsquedas de información en diversas fuentes.

Bibliografía

- [1] GARTH, E. R. *The Golden Section*. Dale Seymour Publications. Canada.1990.
- [2] MOISE, E., DOWNS, F. *Geometry*. Adisson Wesley Publishing. Massachussetts. 1964.
- [3] CLEMENS, S. et al. *Geometría*. Pearson Educación. Mexico. 1998.
- [4] Salvat Editores. *Diccionario Enciclopédico Salvat*. Volumen 21. Salvat Editores, S.A. Barcelona. 1987.
- [5] Ministerio de Educación Nacional. Republica de Colombia. *Educación en Tecnología. Propuesta para la Educación Básica*. Serie Documentos de Trabajo. Santafé de Bogotá. Agosto 1996.
- [6] CASTIBLANCO, A. Proyecto *Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia*. Chile. Iberocabri 2002.