

LOS NÚMEROS ENTEROS. EL DIABLO DE LOS NIÑOS

Yury Rojas Pintor

Profesora Instituto Técnico Industrial Centro Don Bosco

Bogotá D.C, Colombia

yurymrojas@gmail.com

Resumen

El presente artículo reporta algunas experiencias a partir de la aplicación de una secuencia didáctica sobre la construcción del número relativo, en contextos concretos, específicamente, contextos que involucran comparación y transformación.

La propuesta se basa en el reconocimiento e identificación de los números relativos a partir de un sistema comparativo. Posteriormente se trabajó en el desarrollo de las estructuras aritméticas (estructura aditiva y multiplicativa).

Encontraremos algunos de los resultados en cuanto a procesos y comprensiones, hechas por los estudiantes de grado séptimo, algunos de los obstáculos a los que se enfrentan los estudiantes al abordar este núcleo conceptual y algunas sugerencias de actividades de clase que permiten facilitar el proceso de enseñanza – aprendizaje de la propuesta de secuencia didáctica.

Toda actividad matemática lleva consigo el “poner en uso los conceptos matemáticos que se están trabajando” a fin de significar y resignificar dichos conceptos a partir de la conveniencia o no del usarlos en situaciones que requieran acciones por parte del sujeto (estudiante) autor de su propio conocimiento.

El propósito del trabajo se orientaba a “posibilitar el reconocimiento intuitivo del número relativo en situaciones de comparación que involucran cuantificación, a través de las cuales los estudiantes puedan relacionar objetos por medio de cualidades clasificatorias de carácter cuantitativo y cualitativo.

A partir de las actividades de diagnóstico realizadas, se les presentaba a los estudiantes una tabla con equipos de fútbol y los puntajes logrados en cierta Copa de fútbol a partir de la cual debían establecer ciertas comparaciones, se logró identificar que los estudiantes se enfrentan a ciertos obstáculos como los mencionados por Glaeser (1981); son incapaces de manejar o dar sentido a cantidades negativas aisladas, dificultad para unificar la recta numérica (se evidencia cuando los estudiantes no pueden considerar simultáneamente los caracteres dinámicos y estático de los números).

Descripción de la propuesta

Desde que se inició la secuencia con la actividad de diagnóstico se partió de una conceptualización absoluta entorno al número relativo ya que esta se encontraba relegada a

una concepción formal en la que se privilegiaba el uso de una simbolización y una manipulación meramente operacional; esto nos motivó a empezar a configurar un sistema comparativo que permitiera ver al número entero en un contexto más relativo donde se empezaba a dar significado a números como -20 , -2 entre otros los cuales surgían de las diferencias de magnitud que se daban al comparar dos cantidades (las cuales cuantificaban una magnitud).

Esta contextualización permitió analizar otros aspectos como el orden en que se establecía la comparación, la búsqueda de operaciones (uso de la estructura aditiva) que sustentaran el proceso de comparación.

En este nivel el número relativo se consideraba como producto de una relación asimétrica pero aún los estudiantes tenían varias dudas entorno a la arbitrariedad en la selección del referente, tal arbitrariedad se ha logrado en la medida en que se aceptaba que una cantidad menor podía ser comparada respecto a una mayor y en consecuencia cuando se hacía uso de la estructura aditiva se invertía el signo de la transformación que permitía obtener un referente a partir de otro.

En la comparación que realizaban se dio un puntaje normal, con el cual, en un primer momento, explicaban de manera escrita y en palabras relaciones de orden como por ejemplo: mayor que, menor que, entre otras, considerando solamente los objetos a comparar (con el puntaje normal).

Ya en un segundo momento comparaban cualitativa y cuantitativamente los objetos con el puntaje normal expresando tal comparación de manera escrita y en palabras, presentándose la dificultad de expresar tal idea en un lenguaje matemático (haciendo uso de símbolos matemáticos) que posibilitara “ir pensando” no solo en el número entero como relación útil¹ sino también como relación objeto². En tal proceso de significación los estudiantes estructuraron y reestructuraron sus propios conceptos a fin de ir dando sentido y como ya se menciono anteriormente a expresiones tales como -20 , -3 , entre otras.

Resultados de la experiencia.

Análisis de estrategias y proceso de solución

Cuando el estudiante logra introducir otro conjunto de números llamados por Vergnaud (1991) “números relativo” logra reconocer que ellos representan adecuadamente las transformaciones aditivas (adiciones y sustracciones) que se pueden efectuar sobre la medida de un conjunto de objetos aislables, añadiendo o quitando elementos a dicho conjunto. De manera que cuando los estudiantes sustentan la cuantificación de la comparación en la estructura aditiva están reconociendo una serie de acciones (añadir, quitar, transformar) que configuran el sistema comparativo.

¹El número entero es un operador, una transformación o una relación, en situaciones en las que se hace necesaria una medida de relaciones entre cardinales u ordinales naturales.

²En situaciones de comparación o transformación en las que se prescinde de los números naturales. El número entero obtiene la categoría de estado.

La necesidad de realizar una asignación numérica cuando se establece la comparación surge cuando se realizan procesos de complementación – igualación, evidenciándose cuando el estudiante busca lo que hay que añadir (o quitar) a la cantidad comparada para igualarse con el referente.

El proceso de igualación se sustenta en sumas y restas que le permiten a la cantidad comparada ser igual al referente.

El trasfondo de este proceso es la relación parte – todo de manera que como lo menciona Socas (1989) “las operaciones elementales de reunión y separación son compatibles con la cuantificación intensiva.” Tal cuantificación no solo requiere coordinar una serie de semejanzas y diferencias que surgen al relacionar los referentes sino que también requiere el establecimiento de nuevas relaciones que en este caso las podemos remitir a las relación parte– todo la autora continua y menciona algunas de las relaciones que se pueden tener en cuenta “el establecer las operaciones aditivas posibles de unión entre partes y de separación del todo, establecer las relaciones asimétricas, es decir, las relaciones entre la parte y el todo expresado por su diferencias ordenadas.” Tales relaciones implican dos acciones esencialmente:

- Unión entre las partes y separación del todo.

Estas acciones llevan a considerar; *la parte necesitada*; implica un proceso que va de la parte menor a la mayor (el todo) contar progresivamente esto se evidencia en respuestas como *El real Madrid 50 es menor le falta +10 para 60* y *la parte excedida* el proceso va de la parte mayor (todo) a la parte menor, contar regresivamente

En cuanto al proceso de diferencia que consiste como lo afirma Verganud (1991) “en buscar, por sustracción entre valor numérico del referente y la cantidad a comparar, el valor de la transformación; obteniendo un número **b** que hace pasar de la cantidad comparada **a** al referente **c**, entonces **b** es igual a la diferencia entre **c** y **a**”, este procedimiento es empleado por Ricardo *pues lo que debo hacer es restar y según el orden le pongo el signo 50 – 85 es igual a 85 – 50 = 35 y es menos*

Ricardo busca la transformación +35 que le permite pasar de 50 a 85. Hacemos claridad que luego invierte tal transformación para llegar a decir que 50 tiene –35 que 85.

Este procedimiento hace que el estudiante razone sobre la transformación en las relaciones que unen al referente con la cantidad a comparar, y calcular por sustracción $|b| = a - c$, $|35| = 50 - 85$

En este contexto el número relativo surge de un sistema comparativo en el cual se involucra la cuantificación. Las situaciones de comparación de este tipo se caracterizan por involucrar tres elementos: Número N contextualizado, Origen o referencia arbitraria, doble sentido.

En lo expuesto por los estudiantes se nota que ven el número relativo como una herramienta para poder describir y simbolizar situaciones relativas. El preguntarse por las diferencias y semejanzas entre el referente y la cantidad a comparar le permite llegar a la cuantificación y a la aceptación de las soluciones “negativas”

Las gráficas permitieron que el estudiante aborde las situaciones de comparación que involucran cuantificación desde un contexto relativo, ya que no solo cuantifican y señalan las diferencias del puntaje con el puntaje normal sino que también son conscientes de la naturaleza de tales diferencias expresadas en términos de “tiene más”, “le sobra”, “tiene menos”, “le falta”, . . . , los cuales más adelante dieron paso a la utilización de cierta simbología.

Cuando los estudiantes utilizan los signos $+$, $-$ delante de los números, es gracias a una serie de procesos (complemento, igualdad) que sustentan su uso y le dan significado y no solo un andamiaje conceptual. Glasser (1981) afirma que la idea de cantidad positiva o negativa surge cuando se considera cada tamaño de una especie dada al servicio de incremento o a la disminución de otro tamaño de la misma especie. Para indicar este destino se representa los tamaños que deben servir de decrecimiento por números precedidos del signo $+$, y los tamaños que deben servir de disminución por números precedidos del signo $-$.

Este colocar los signos $+$ o $-$ delante de los números puede compararse siguiendo la observación que se ha hecho con los adjetivos ubicados enseguida de sus sustantivos. Se designa los números precedidos del signo $+$ bajo el nombre de **cantidades positivas** y los números precedidos del signo $-$ bajo el nombre de **cantidades negativas.**”

La utilización de un lenguaje verbal (escrito) para el establecimiento de la comparación permite que los estudiantes se hagan conscientes del funcionamiento del sistema comparativo ya que no solo se pone en palabras las acciones que se realizan con los referentes de comparación sino que también se tienen en cuenta elementos como:

- El doble sentido en el establecimiento de la comparación.
- La simbolización como resultado de la caracterización de las semejanzas o diferencias obtenidas de la comparación.
- La cuantificación (asignación numérica) como forma de relacionar los elementos que intervienen en el sistema comparativo.

Finalmente haremos unas consideraciones generales de las representaciones como modeladoras del número relativo; los estudiantes a través del desarrollo de la secuencia han adquirido herramientas que les han permitido abordar situaciones de comparación que involucran cuantificación; algunos de los procesos que han permitido ver al número relativo en un contexto de cuantificación son los de complementación- igualdad en los cuales se considera la referencia de comparación y su arbitrariedad en la elección y su doble sentido. Las representaciones (tablas, gráficas de barras) han permitido poner en juego los elementos anteriormente mencionados.

Además la representación ocasiona que se ponga en juego el sistema comparativo teniendo en cuenta las herramientas adquiridas en el establecimiento de la comparación cuantitativa, se identifica una cualidad entorno a la cual se establece la comparación para luego señalar las diferencias que surgen entre los elementos.

Por otra parte vamos a ver lo que están en capacidad de hacer los estudiantes, teniendo en cuenta lo expuesto por Vigotsky respecto a la zona de desarrollo próximo vemos que el

trabajo realizado en las actividades ha permitido que el estudiante reconozca, identifique, discrimine y aplique el número relativo en situaciones que involucran cuantificación.

De manera que en cada sesión de la secuencia se ha aumentado la complejidad; inicialmente los estudiantes solo establecían unos criterios cualitativos para establecer la comparación y luego eran cuantificados para posteriormente ir conformando un sistema comparativo en el cual se hacía arbitraria la elección del referente, se gestaba una simbolización, se reconocía un doble sentido en la comparación y finalmente se abría paso al análisis de ciertas relaciones (parte-todo) que se podían establecer entre ciertas cualidades tenidas en cuenta respecto a una magnitud para posteriormente ver las diferencias de magnitud que se daban.

Todo el desarrollo de la situación permite ver la superación de varios obstáculos de manera que el nivel de complejidad en el que se aborda la situación es mayor.

Es el resultado de un proceso de abstracción o focalización de la atención sobre aspectos como los referentes de comparación, el análisis de sus diferencias, el doble sentido en la comparación y obviando aspectos como el análisis cualitativo, el tamaño (el valor numérico) de los referentes entre otros.”

Así, fueron las situaciones las que permitieron la transición del contexto ¡absoluto! de cuantificación, al contexto ¡relativo!; aunque se sigue trabajando en contextos concretos, y por este motivo seguimos hablando de relación para reforzar la idea de que los números relativos como herramientas, como resultado de comparaciones o como elementos que permiten transformaciones, han ido progresivamente adquiriendo significado en sí mismo sin perder las anteriores de manera que como vemos en lo que realizan los estudiantes se pueden describir situaciones sin necesidad de hacer referencia a las cantidades o posiciones comparadas. “es una cuestión de economía o de simplificación de las situaciones”.

El tránsito mencionado también se evidencia en la creación de problemas por parte de los estudiantes, Como observamos, los problemas requieren aplicar el “número relativo en su concepción de entero útil” de manera que se realicen acciones como la identificación, discriminación, sintetización y posterior generalización del uso del número relativo (en situaciones que involucran cuantificación).

Bibliografía

- [1] GONZÁLEZ, J. y otros. *Números Enteros*. Editorial: Síntesis. 1990.
- [2] GLAESER, G. *Epistemología de los Números Relativos Investigación en didáctica de las matemáticas*. En *recherchs en Didactique des Mathématiques*. 1981, Vol 2. No 3. Pág.: 303-346. Traducción realizada en colaboración con Alexander Maz y otros.
- [3] VERGNAUD. *El niño, las matemáticas y la realidad*. Pág. 161 - 184. 1991.
- [4] GALLARDO, A. *El Paradigma cualitativo en matemática educativa*. Elementos teórico - metodológicos de un estudio sobre los números negativos. 1996.

- [5] SOCAS, M. y otros. *Modelos de Competencias para el campo conceptual aditivo de las magnitudes discretas relativas*. Publicado en: Enseñanza de las ciencias. 1998. N° 16 2.