

## ESPEJITO, ESPEJITO: ¿CUÁLES SON LOS NUEVOS NUMERITOS?

Dalys Alvarado

Universidad de Panamá. Centro Regional de San Miguelito  
crusamatys@gmail.com

Panamá

**Resumen.** Debido a la transformación curricular que se viene dando en Panamá desde el 2010, los programas de enseñanza han sido modificados de manera tal que el estudio de los números **enteros** propio del 7° de premedia, fue reubicado en 6° de primaria. Tribulación didáctica para los maestro(a)s, generalmente no especialistas, a quienes les resulta difícil integrar e interpretar dichos conceptos de manera adecuada.

Para varios autores los números enteros constituyen el primer concepto abstracto al que se enfrenta el estudiante, entonces es más que añadir información, presentar modelos; se requieren modificaciones y reelaboraciones sustanciales. A continuación una actividad que exhibe la construcción de la recta de los números naturales y su extensión, de manera diferente usando un espejo

**Palabras clave:** números naturales, enteros, negativos, espejo

**Abstract.** Due to the Educational curriculum transformation which has been taking place in Panama since 2010, teaching programs have been modified in a way that topics such as the study of the integers which belongs to 7<sup>th</sup> grade program, now it is included in 6<sup>th</sup> grade. This represents a didactic worry for elementary teachers, usually non-specialists, who find it difficult to integrate and interpret these concepts properly. For several authors, integers are the first abstract concept that students face, for that reason, it is more than adding information or presenting models, it needs relevant and substantial modifications. Now let's check an interesting activity that shows the construction of the line of natural numbers and its extension using a mirror.

**Key words:** natural numbers, integers, negative, mirror

### Introducción

Durante años en Panamá el programa de matemática inicia con los números, sus relaciones y operaciones, específicamente los contenidos relacionados a los números naturales, ocupando predominantemente luego los seis primeros grados del nivel primario de la escuela básica general. No era hasta llegado el 7° grado de premedia; cuando los contenidos programáticos indicaban la inclusión del tema de los números enteros.

Desde entonces era una realidad tácita las dificultades manifiestas de los alumnos para comprender y manipular correctamente los enteros positivos y negativos, provocando un significativo grado de ansiedad en los docentes de matemática, dada su responsabilidad de modificar el concepto de número, trabajado hasta ese momento como “secuencia de un conteo o medida de una magnitud”.

Gracias a la innovación curricular de los programas la preocupación crece, pues actualmente el tema de los números enteros positivos y negativos, sus operaciones y propiedades se reubica en el 6° grado (un año antes de lo acostumbrado). A simple vista puede considerarse saludable familiarizar a los niños con los conceptos antes mencionados, dada la importancia que adquieren los enteros al utilizarse con mayor frecuencia en situaciones de la vida real. No obstante aumentan

las tribulaciones didácticas pues generalmente quienes enseñan de 1° a 6° grado en la primaria, no son especialistas en matemática; entonces les resulta más difícil combinar, integrar e interpretar didácticamente los respectivos conceptos.

Por otro lado en relación al concepto de número, autores familiarizados con el desarrollo del currículum en matemática y la formación de maestros en nuestro país, señalan: “Aunque la comprensión de los números proviene de expresiones con objetos concretos, este es un concepto abstracto”. (Agard, Ardila y Tejada de Castillo, 2002, p.4).

Gran parte de los textos tradicionales de secundaria, plantean el tema de los enteros en base a modelos de construcción intuitiva apoyados en la recta numérica, por ejemplo:

- ❖ *Direcciones en los desplazamientos según un punto de referencia.*
  1. *En forma horizontal: avances o retrocesos en un camino.*
  2. *En forma vertical: altitudes por encima del nivel del mar y profundidades por debajo; ascensores o escaleras que se suben o bajan.*
- ❖ *Temperaturas en el termómetro.*
- ❖ *Años antes y después de Cristo, separando épocas para un mejor estudio de la Historia.*
- ❖ *En el comercio la representación de gastos, retiros, pérdidas o bien; ahorros, depósitos o ganancias.*

*Pero la pregunta es: ¿será suficiente este tipo de planteamiento? A simple vista da la impresión que la mayoría de los docentes en ejercicio son conscientes que los números constituyen el primer concepto abstracto al que se enfrenta el estudiante desde su primaria, por lo tanto las dificultades les exigirán ir más allá de añadir información, presentar modelos gráficos. Las propiedades vistas durante los primeros años de escolaridad y asumidas como ciertas, ahora con la introducción del conjunto de los números enteros, no lo son. Esto requiere modificaciones sustanciales para las prácticas habituales encontradas en la mayoría de los textos de enseñanza de los números enteros pues no contribuyen a poner de manifiesto la necesidad de esta reelaboración.*

La importancia del conocimiento y manejo de la recta numérica, dentro del estudio de la matemática, radica en que es una representación común y fundamental en todos los sistemas numéricos, sirve como hilo conductor para el conocimiento y comprensión de los números. Por ende su manejo se incluye desde los primeros niveles de la escuela primaria, cuando se utiliza como un modelo para ordenar números. Sin embargo es importante recordar que el concepto per sé va mucho más allá, pues tiene una doble representación, a considerar:

- ❖ Como modelo aritmético: los puntos sobre la recta están numerados de manera que la medida de la distancia entre ellos, representa su diferencia.
- ❖ Como modelo geométrico: la recta representa un intercambio continuo y de doble vía, entre los números y el conjunto de puntos marcados, sobre ella; bien sean como posiciones o desplazamientos.

No cabe duda entonces que el manejo simultáneo de estos modelos condiciona el desempeño satisfactorio de los alumnos al desarrollar tareas matemáticas futuras, de allí la importancia de la implementación adecuada de ambos modelos a fin de evitar errores conceptuales y de procedimiento.

Más adelante cuando se entra al estudio y manejo de los números enteros negativos, los docentes insisten que las actividades realizadas tradicionalmente muestran que la recta, no es un modelo tan obvio y de fácil manejo para los estudiantes. De hecho los errores más usuales cuando se trabaja con números negativos, pueden identificarse en:

- ❖ *Interpretación inadecuada de las representaciones en la recta.*
- ❖ *Dificultades al utilizar escalas diferentes a la unidad.*
- ❖ *Representación incorrecta de situaciones de la vida real en la recta.*
- ❖ *Confusión al comparar y ordenar números enteros.*

Esto pone de manifiesto que los profesores deberían conocer aspectos más minuciosos en relación al proceso de enseñanza-aprendizaje de la recta para mejorar, completar o complementar las actividades propias en los libros de texto, pues en algunos casos las representaciones resultan inadecuadas o con significativas carencias.

Por supuesto, dependerá de las decisiones metodológicas que los profesores puedan considerar en el tratamiento y manejo de los conceptos propios de la asignatura, como se señala a continuación:

La recta debe tener un tratamiento a lo largo de toda la escolaridad a medida que los alumnos van conociendo los diferentes tipos de números. Sin embargo, la realidad es que su uso depende del docente y, en ocasiones, de la propuesta curricular que él siga. (Bruno y Cabrera, 2006, p. 127).

Las experiencias vividas en el aula observando el desempeño diario de los estudiantes de 7° grado, nos impulsan a describir y documentar mediante imágenes visuales, esta actividad usada para la

construcción de la recta de los números naturales y explicar “de forma intuitiva la extensión” de ese conjunto original hasta obtener los números enteros, apoyados en el uso de un espejo.

### Descripción de la actividad

Los chicos ya tienen como conocimiento previo la existencia del conjunto de los enteros, que sirven para representar situaciones de la vida real, y están formados por números enteros negativos, el cero y los enteros positivos. Con antelación se les asigna de tarea llevar a clase: regla, lápices de colores (mínimo 3), espejo pequeño y goma.

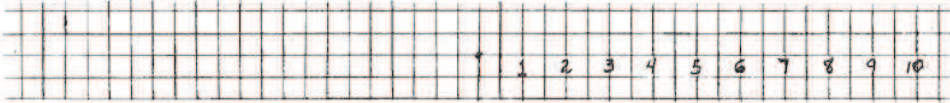
Ya en clase reciben una hoja con una serie de instrucciones que deben seguir con la ayuda del docente. (Ver Imagen # 1).

Imagen 1 Hoja de trabajo que se les entrega a los alumnos para desarrollar la actividad.

**TEMA #2: CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS COMO PUNTOS DE UNA RECTA.**

**DESARROLLO** OBSERVE LA FIGURA CUADRICULADA DE ABAJO:

- En el **centro** a la izquierda de 1, aparece marcado un punto. tome un lápiz de color y **remarque dicho punto**, ese es el **cero** y se le considera “**origen común**” de la recta.
- A la derecha de allí aparecen unos números. ¿Cuál conjunto numérico es? \_\_\_\_\_ =
- Con una regla, desde ese cero y hacia la derecha, trace **una línea horizontal**. Cada **dos** cuadritos hay colocado un número, marque sobre cada uno de ellos con lápiz de otro color un punto, y al lado agréguele el signo **positivo, “+”**. Esa es la **semirrecta** positiva, que representa los enteros positivos. \_\_\_\_\_ =
- Coloque un **espejo pequeño** sobre el cero, mueva el espejo de manera que se reflejen los números positivos. (Se toman un poquito de tiempo en esto). ¿Qué observa a través de ese espejo? \_\_\_\_\_
- ¿Cómo representaría, la recta a la izquierda de cero? \_\_\_\_\_
- Ahora (usando lápiz de otro color), iniciando desde cero, y cada 2 cuadritos a la **izquierda** de cada número vaya colocando puntos y debajo los números 1, 2, 3, 4, etc. Trate de colocarlos según el orden visto en el espejo.



- ¿Qué números son éstos? ¿Qué signo llevarían? \_\_\_\_\_

**CONCLUSIÓN** ¿Cómo están formados los números enteros? \_\_\_\_\_

En una sección cuadrículada, en donde aparecen los números del 1 en adelante (representando a los naturales), en primera instancia deben:

- ❖ Marcar un punto a la izquierda del 1, a fin de incluir al cero como primer valor, origen de la recta.
- ❖ Marcar con lápices de colores cada uno de los números naturales, los cuales gráficamente se convierten en puntos de la recta.
- ❖ Agregarle también signo positivo.

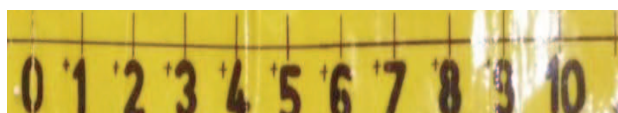
Quedaría como se aprecia en la imagen # 2, abajo:

Imagen 2. Imagen de los números naturales ya colocados por los estudiantes en la sección cuadrículada.



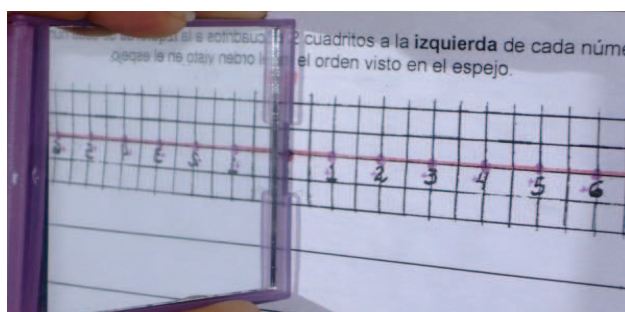
Por su parte el docente simultáneamente y con la ayuda de una lámina ilustrativa (Ver imagen # 3), poco a poco les detalla a sus estudiantes lo que están haciendo, para ayudarlos a comprender los procedimientos.

Imagen 3. Imagen de los enteros positivos ubicados a la derecha, en la lámina usada por el docente.



Acto seguido, los estudiantes ellos colocan un espejo sobre la hoja de trabajo, en posición perpendicular, justo sobre el cero, como se muestra a continuación en la imagen # 4:

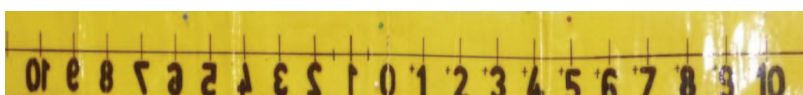
Imagen 4. Imagen de cómo va colocado el espejo sobre la hoja de trabajo y además como los números naturales se reflejan.



Se recomienda aquí la cuidadosa intervención del docente, pues a los estudiantes les corresponde describir con sus palabras cómo observan los números reflejados en el espejo. Llama poderosamente la atención de los chicos, (generalmente así lo expresan), que los números parecen estar al revés.

Al docente le corresponde con la ayuda de su lámina (ver imagen # 5), aclarar de manera contundente esta idea confusa.

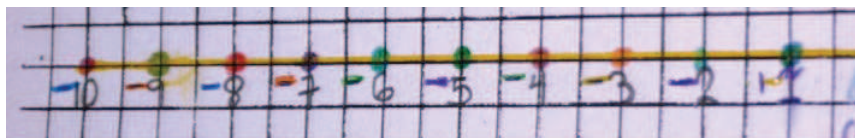
Imagen 5 Lámina del docente que procura ilustrar como a simple vista los enteros positivos reflejados en el espejo “parecen” estar al revés.



Obsérvese aquí como el espejo, y la lámina resultan instrumentos valiosos de visualización, pues ayudan a determinar que percibir los números al revés, es producto más bien de una ilusión óptica.

Detallada esta parte, los estudiantes proceden a colocar con lápices de colores a la izquierda de la recta numérica los números opuestos a los números naturales, y reconocidos como enteros negativos, (Ver imagen # 6) siguiendo el patrón que tenía los números enteros positivos a la derecha.

Imagen 6. Números enteros negativos ya colocados por los alumnos en la hoja de trabajo



Luego de revisada la hoja de trabajo y terminadas de contestar las preguntas concluyen que los números enteros están formados por los subconjuntos a continuación:

- ❖ Los enteros positivos (números naturales, ahora acompañados por el signo positivo).
- ❖ El cero  $\{0\}$ .
- ❖ Los enteros negativos (acompañados por el signo negativo).

### Resultados observados

El nivel recomendado para esta actividad es 6° - 7° de Básica general, en sesión de 40 – 45 minutos. En un principio se inicia con la construcción de la recta de los enteros, sin embargo se puede ir complementando con otras actividades auxiliares y que surgen de la contextualización de los números enteros en otros temas a saber, por ejemplo:

Diversos Contenidos matemáticos se ven directa e indirectamente favorecidos por la consideración de estas atracciones:

1. Números enteros.
2. Línea recta (hay que posicionar el espejo). Posición, Simetría y reflexión
3. Medida - Distancia entre dos puntos.
4. Orden y comparación de cantidades.

Los Contenidos no matemáticos también pueden beneficiarse al considerar estas atracciones cognitivas, de modo que se potencie la sinergia entre distintas disciplinas como:

1. Historia y la línea del tiempo.
2. Ciencias y el uso del termómetro.
3. Geografía y Localización de puntos cardinales, elevaciones y profundidades.
4. Comercio: Ahorros – ganancias y gastos - pérdidas.

5. Arte, humanidades, letras y relaciones con otros ámbitos que enriquecen el proceso de aprendizaje de la matemática:

Por otro lado incentiva el uso de:

1. *Organizadores previos (como ilustraciones y láminas).*
2. *La investigación (curiosidad por hechos históricos, religiosos, geográficos y científicos).*
3. *El aprendizaje cooperativo y uso de redes sociales para compartir ideas: etc.*

### Conclusiones

Visto de esta forma aunque no lo parezca, la construcción de la recta de los naturales, y su posterior extensión al conjunto de los números enteros, es sin duda un concepto abstracto al que se enfrenta el estudiante de primaria – premedia; por lo tanto es necesario ir más allá de añadir un signo o información contextualizada como lo presentan los libros de texto a estos niveles.

Como maestros muchas veces nos quejamos a falta de material para trabajar, y es por eso que la matemática se hace aburrida; quien diría que un instrumento como un **espejo** ayudaría a comprender el tema de números enteros.

Con esto se deja claro que con un poco de paciencia y creatividad no hay tema que no pueda presentarse atractivamente, por muy "áspero", "árido" o "difícil" que aparezca; todo sea para incentivarnos a continuar mejorando el planteamiento y desarrollo de la asignatura de una mejor manera.

### Referencias bibliográficas

Ardila, A., Agard, E., y Tejada de Castillo, G. (2009). *Nociones de Aritmética y Geometría para el Maestro en Formación*. Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana, CECC/SICA.

Bruno, A., y Cabrera, N. (2006). La recta numérica en los libros de texto en España. *Revista Educación Matemática* 18(3), 125-149.