CONCURRENCIA DE PREDICCIÓN Y ALGORITMIA EN LA MODELACIÓN

Carol Sepúlveda Herrera, Leonora Díaz Moreno y Jaime Arrieta Vera
Universidad de los Lagos. Chile
Universidad Autónoma de Guerrero. México
krol.cesh@gmail.com, leonora.diaz@ulagos.cl, jaime.arrieta@gmail.com

Resumen. Arrieta (2003) y Méndez (2007) reportan cómo construyen estudiantes una red de modelos lineales que llaman "lo lineal". Análisis más finos de esa construcción dilucidan prácticas que concurren en este proceso. Emerge, por ejemplo, como eslabón entre la tabla de datos y el modelo analítico-algebraico, algoritmos de predicción. En este trabajo interesa describir cómo es que concurren la predicción y la algoritmia al configurar el modelo lineal algebraico desde el tabular. Del mismo modo, interesa responder ¿Cómo es que los actores construyen estos algoritmos? ¿Cómo es que su evolución da lugar al modelo algebraico? Entendemos a la *algoritmia* como *prácticas que estructuran acciones que se configuran para realizar tareas*, y llamamos a éstas configuraciones *algoritmos*. La algoritmia es una práctica recurrente de diferentes comunidades. La perspectiva teórica donde se enmarca el trabajo es la socioepistemología, perspectiva sistémica multidimensional donde concurren lo cognitivo, lo didáctico, lo epistemológico y lo social

Palabras clave: Modelación, algoritmia, predicción, concurrencia

Abstract. Arrieta (2003) and Mendez (2007) report how students build a lineal model network called by themselves as "the lineal". More elaborated analysis about this construction elucidates practices that are present in this process where for example the algorithms prediction emerges as a link between the data chart and the analytical-algebraic model. In this paper we are interested to describe how the prediction and algorithms are present to build a algebraic lineal model form the tabular. In addition we are interested in answering: ¿How do the agents build these algorithms? ¿How does the evolution of them become to an algebraic model?. We understand the algorithms as practices that make actions which make configurations which do some tasks, these configurations are the algorithms. The algorithm is a common practice of different communities. The socioepistemology is the theoretical perspective that this paper is framed on, which is a multidimensional systemic perspective where the cognitive, the educational, the epistemology and the social come

Key words: Modeling, algorithmic, prediction, concurrence

Introducción

La modelación como práctica con-vivencia

En nuestra disciplina, matemática educativa, existen diferentes perspectivas de la modelación. Las perspectivas representacionistas de la modelación ocupan un amplio espacio en este espectro. Para algunos la modelación es la representación de situaciones, fenómenos o problemas reales (Biembengut & Hein, 2004; Mochon, 1994). Mientras que para otros la modelación es una actividad involucrada con la representación de objetos matemáticos (Planchart 2005).

Desde la mirada socioepistemológica en la cual se encuentra inserto nuestro trabajo, se entiende a la modelación como una práctica que vive en diversas comunidades. En este sentido la modelación es una práctica vivenciada por diversas comunidades que articula dos entidades con la intención de intervenir en una de ellas a partir de la otra, lo modelado y el modelo respectivamente. La modelación desde esta configuración se constituye como una práctica que establece puentes entre la escuela y su entorno. (Arrieta y Díaz, 2013). Suscribimos a esta perspectiva de modelación en nuestro trabajo y a la red de modelos de lo lineal como la plantea Arrieta (2013).

Predicción y lo lineal

La predicción la entendemos como una práctica orientada a anticipar eventos con cierta racionalidad. Se distingue de la noción de adivinación ya que, la adivinación es un pronóstico generado por señales o sucesos sin un fundamento científicamente aceptado.

Sin embargo, con base en la actividad racional de predicción se determinan estados futuros de un sistema, de un objeto o de un fenómeno, con base en el estudio sistemático de las causas que lo generan y los efectos que produce. Se predice un estado futuro analizando y cuantificando cambios, por lo que se trata de una estrategia propia al estudio de la variación. (Cantoral, Molina, & Sánchez, 2005).

Con respecto a lo lineal, la entenderemos como una red que articula los modelos y el fenómeno, no sólo a la expresión algebraica que va asociada al fenómeno. De esta forma, lo lineal no está referida al objeto matemático función lineal o afín, sino a lo referente a lo lineal. Lo lineal es una red de herramientas para intervenir en el fenómeno. En la figura 1 se muestra una red de lo lineal.

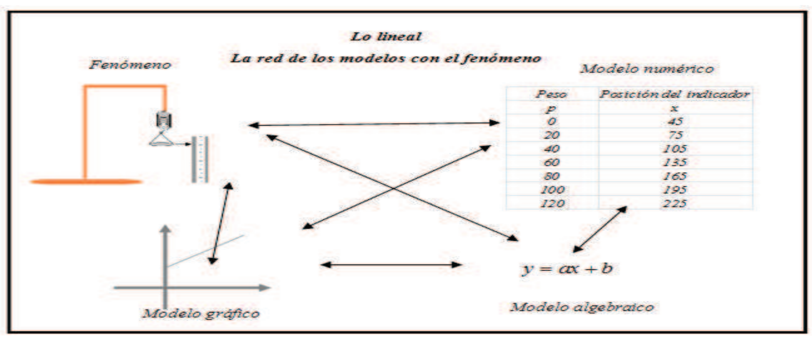


Figura 1. Lo lineal. (Arrieta, 2003).

En Arrieta (2003) se propone un diseño de aprendizaje basado en la modelación lineal de la elasticidad de los resortes. En ella, los actores, en la interacción con el fenómeno toman datos y construyen una tabla de datos. Se plantean diferentes situaciones de predicción que dan lugar a diferentes formas de predecir. Uno de estos métodos es el “método de predecir de puntos medios”. Al plantearse una situación de predicción que difícilmente podrán resolver con este método, los estudiantes construyen una herramienta para ello, *cuántos milímetros por gramo se estira*. Con ella predicen: *multiplicas 38.3 por los milímetros que se estira por un gramo y después le agregas los milímetros cuando no tiene peso.* Posteriormente construyen el modelo algebraico: $x = 1.5p + 45$. Este proceso no informa de cómo se construyó *cuántos milímetros por gramo se estira* ni la forma de predecir, *multiplicas 38.3 por los milímetros que se estira por un gramo y después le agregas los milímetros cuando no tiene peso.* Tampoco informa de la transición de la forma de predecir por puntos medios al modelo $x = 1.5p + 45$.

En este trabajo reportamos cómo es que concurren la predicción y la algoritmia al configurar el modelo lineal algebraico desde el tabular.

La algoritmia

Los algoritmos los encontramos tanto en actividades básicas como en actividades complejas. Son algoritmos una receta de cocina, el algoritmo de la división, el método de Montecarlo o la transformada rápida de Fourier.

Nosotros entendemos un algoritmo como una estructura de acciones que se configuran para realizar una tarea. No es lo mismo seguir algoritmos que construirlos, para esto último se tiene que entender cómo se realizan la tarea a profundidad para desmenuzarlas en acciones y volver a integrarlas, estructurándolas.

Llamamos algoritmia a la actividad de construir algoritmos, siendo esta una práctica vivenciada en diferentes comunidades. Una comunidad familiarizada con la algoritmia es la de Ingenieros en Sistemas Computacionales, pues es para ellos indispensable “ordenar” con rapidez y claridad lo que debe hacer un componente electrónico.

Los actores que participan en la puesta en escena del diseño

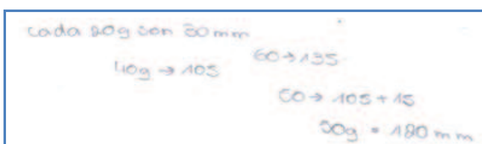
Esta investigación se desarrolla en un colegio particular de la región metropolitana de Chile, de la comuna de Vitacura. Este colegio aborda la educación de estudiantes de situación económica media alta de nuestro país, desde los 3 años hasta los 18 años de edad, cubriendo tanto la educación básica y media, que son obligatorias, y la educación prebásica, que es optativa.

En el estudio participan 16 estudiantes, que cursan segundo año medio, entre los 15 y 16 años de edad. La puesta en escena se desarrolló en cuatro sesiones de 45 minutos cada una, en el aula de matemática y en horario escolar.

El grupo se organiza en 7 equipos de dos o tres estudiantes, en este artículo elegimos para su análisis las producciones de 3 equipos por ser los más representativos.

Análisis de las producciones de los actores en la puesta en escena del diseño

Una trayectoria de algoritmos que vincula la tabla de datos numéricos con modelos algebraicos, es la que desarrolla el equipo uno, según como se muestra en la figura 2.

	Cada 20 g son 30 mm 40 g --- 105 60 -- 135 50 -- 105+15 50g = 120 mm	Si colocamos 50 gramos. ¿En qué posición estará la flechita del portapesas?

cada 20g son 30mm ↳ cada 5g son 7,5 mm 80g → 165 mm 85g → 165 + 7,5 85g → 172,5 mm	Cada 20g son 30 mm Cada 5g son 7,5 mm 80 g -- 165mm 85 g -- 165+7,5 85 g -- 172,5 mm	Si colocamos 85 grs. ¿En qué posición estará la flechita del portapesas? ¿Por qué?
cada 20g son 30 mm ↳ cada gramo son 1,5mm. ↳ 0,1g = 0,15mm 38,3g → 102,45 mm 20g → 75 30g → 75 + 15 30g → 90 38g → 90 x (1,5 x 8) 38g → 102	Cada 20 g son 30 mm Cada gramo son 1,5 mm 0,1 g = 0,15 mm 20g -- 75 30 g --75+15 30 g -- 90 38 g -- 90x(1,5x8) 38 g -- 102 38,3 -- 102,45	¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 38,3 grs?
Px1,5mm +45 = pocicion → porque cada g son 1,5 mm y la pesa con 0g esta en 45mm	Px1,5 mm +45 = posición Porque cada gson 1,5 mm y la pesa con 0 g está en 45 mm.	¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan *p* gramos?

Figura 2. Trayectorias de algoritmos de predicción al modelar, Equipo 1.

En esta figura, se observa cómo los estudiantes para predecir utilizan la tabla de datos. Inicialmente utilizan un algoritmo llamado puntos medios 1. Los estudiantes tienen el valor de la posición de la flecha para 40 gramos, 105 milímetros. Para calcular cuánto se estirará de más con 10 gramos, toman dos datos de la tabla, 0 y 20 gramos en este caso, y sus correspondientes valores para la posición del portapesas, 45 y 75 milímetros. Luego con esos datos se calculan los incrementos del peso y de la posición, en este caso 20 y 30 respectivamente. Después dividen los intervalos por dos, con el fin de encontrar el incremento medio tanto del peso como de la posición de la flecha. Este algoritmo ya no será suficiente para resolver otras situaciones de predicción. Lo que conlleva que los estudiantes transitan a otro algoritmo, el algoritmo de puntos cuartos: dividen el incremento de pesos y el de posiciones entre cuatro, "cada 20 gr son 30 mm cada 5 son 7,5 mm" y luego se lo suman a la posición inicial, en este caso "165 + 7,5".

En el tercer momento utilizan el algoritmo de "puntos décimos": para calcular la posición en 38 gramos utilizan, "cada 20 gr son 30 mm cada gramo son 1,5 mm". Luego, se lo suman a la posición conocida: "38 gr → 90 + (1,5 x 8)". Para calcular el incremento de 0,1 gramos vuelven a dividir por 10, "0,1 gr = 0,15 mm". Así le suman a la posición con 38 gramos, 102 milímetros, el estiramiento con 0,3 gramos, "38,3 → 102,45".

En el cuarto momento se observa cómo construye el equipo la "Razón de cambio", "porque cada gramo es 1,5 milímetros" y como presenta una modelo cuasi algebraico, "p x 1,5 + 45 = posición".

En un quinto momento se cosifica el algoritmo en una expresión algebraica.

Del mismo modo, en la figura 3, se muestra la trayectoria de algoritmos que realizan los estudiantes del equipo dos.

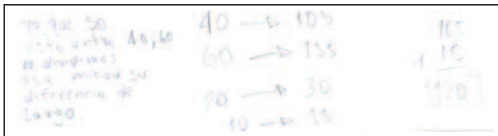
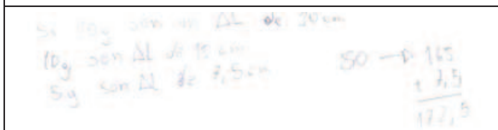
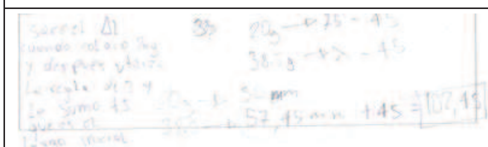
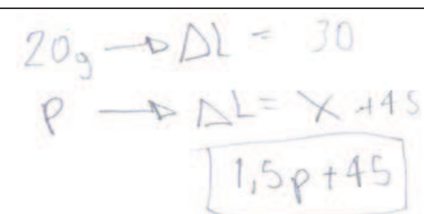
	Ya que 50 está entre 40, 60 lo dividimos a la mitad su diferencia de largo. 40 --- 105 105 60 --- 135 <u>+ 15</u> 20 --- 30 120 10 --- 15	Si colocamos 50 gramos. ¿En qué posición estará la flechita del portapesas?
	Si 20 g son un ΔL de 30 cm. 10 g son ΔL de 15 cm 5 g son ΔL de 7,5cm 80 --- 165 <u>+ 7,5</u> 172,5	Si colocamos 85 grs. ¿En qué posición estará la flechita del portapesas? ¿Por qué?
	Saco el ΔL cuando coloco 20 g y después utilizo la regla de 3 y le sumo 45 que es el largo inicial 20g --- 75-45 38,3 --- x-45 20 g --- 30 38,3 --- 57,45 +45=102,45	¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 38,3 grs?
	20 g --- ΔL = 30 P --- ΔL= x+45 1,5p+45	¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan *p* gramos?

Figura 3. Trayectorias de algoritmos de predicción al modelar, Equipo 2.

El equipo dos predice inicialmente utilizando un algoritmo llamado puntos medios 2. Para predecir la posición del punto medio de los pesos, 40 y 60 en este caso, se considera el punto medio de los valores de las posiciones correspondientes, 105 y 135. En palabras de los actores: “ya que 50 está entre 40, 60 dividimos la mitad su diferencia de largo” (figura 3).

Cuando se solicita que predigan la posición del portapesas cuando se colocan 85 gramos, este algoritmo ya no será suficiente. Lo que conlleva a que los estudiantes transiten a otro algoritmo, utilizan el algoritmo de "puntos cuartos" que utiliza el equipo 1. Calculan el estiramiento con 5 grs. y luego se lo suman a la posición conocida.

En el tercer momento los estudiantes del equipo dos obtienen el estiramiento del resorte utilizando la "Regla de tres" y le suman 45, lo que corresponde a su largo inicial: “Saco ΔL cuando coloco 20 gr. y después utilizo la regla de tres y le sumo 45 que es el largo inicial”.

En un cuarto momento se cosifica el algoritmo en una expresión algebraica utilizando la regla de tres.

La trayectoria de algoritmos que vinculan la tabla de datos numéricos con el modelo algebraico, que desarrolla el equipo tres, se muestra en la figura 4.

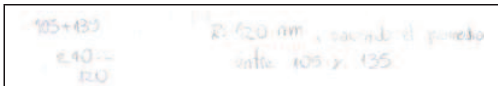
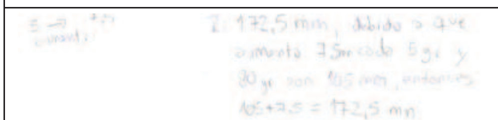
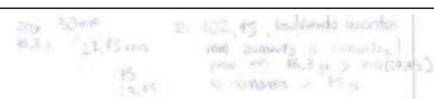
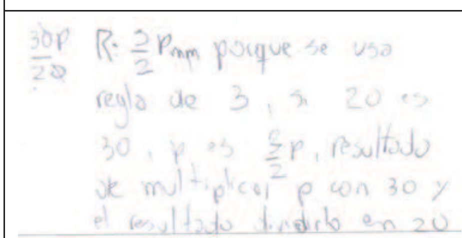
	105+135 240:2 120 R:120 mm, sacando el promedio entre 105 y 135	Si colocamos 50 gramos. ¿En qué posición estará la flechita del portapesas?
	5 --- 7,5 Aumenta R: 172, 5 mm, debido a que aumenta 7,5 cada 5 gr y 30 gr son 165 mm, entonces 105+7,5=172,5 mm	Si colocamos 85 grs. ¿En qué posición estará la flechita del portapesas? ¿Por qué?
	20 gr 30 mm 18,3 27,45 R: 102,45, resolviendo cuántos mm aumenta si el peso en18,3 gr y eso (27,45) lo sumamos a 75 gr	¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 38,3 grs?
	<u>30p</u> 20 R: 3/2 mm porque se usa regla de 3, si 20 es 30, p es 3/2 p, resultado de multiplicar p con 30 y el resultado dividirlo en 20	¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan *p* gramos?

Figura 4. Trayectorias de algoritmos de predicción al modelar, Equipo 3.

En el caso del equipo tres, los estudiantes utilizan el algoritmo de puntos medios 3 para obtener la posición del portapesas cuando tiene 50 grs. Este se diferencia del algoritmo de puntos medios 1 y 2 porque utilizan promedios: "R: 120mm, sacando el promedio entre 105 y 135". Luego, cuando este algoritmo ya no es suficiente para predecir el estudiante utiliza puntos cuartos: "R: 172,5, debido a que aumenta 7,5 cada 5 gr y 80 gr son 105 mm, entonces 105+7,5=172,5 mm".

En un tercer momento utilizan la regla de tres para predecir cuánto se estira el resorte con 18,3 gramos y luego se los suman a la posición cuando se colocan 20 gramos: "R: 102,45, resolviendo cuantos mm aumenta si aumenta el peso en 18,3 gramos y eso (27,45) lo sumamos a 75 gr".

En un cuarto momento, plantean un expresión algebraica sin que consideren la posición del portapesas cuando no hay peso: "R: 3/2 p mm porque se usa regla de 3, si 20 es 30, es 3/2p, resultado de multiplicar p con 30 y el resultado dividido en 20".

En las producciones que se analizaron, se reconoce cierta regularidad en la construcción y utilización de los algoritmos de predicción para resolver la situación planteada.

Podríamos sintetizar las trayectorias de los equipos en el siguiente esquema:

- Trayectoria de Bárbara (Equipo 1)

  Puntos Medios 1 ⇒ Puntos Cuartos ⇒ Puntos Décimos ⇒ Razón de Cambio ⇒ Ecuación

- Trayectoria de Diego (Equipo 2)

  Puntos Medios 2 ⇒ Puntos Cuartos ⇒ Regla de tres 1 ⇒ Razón de Cambio ⇒ Ecuación

- Trayectoria de Vicente (Equipo 3)

  Puntos Medios 3 ⇒ Puntos Cuartos ⇒ Regla de tres 2 ⇒ Razón de Cambio ⇒ Ecuación

Conclusiones

Podemos identificar una trayectoria de algoritmos que transita del modelo numérico lineal a un modelo algebraico-analítico lineal. A saber, la trayectoria es:

Algoritmo: Puntos medios

⇓

Algoritmo: Puntos cuartos

Algoritmo: Regla de tres

↓

Algoritmo basado en la Razón de cambio

↓

Construcción y utilización del modelo algebraico

El análisis de la evolución de los algoritmos nos permite entender cómo es que se articulan los diferentes vértices de la red de lo lineal. Es decir, nos permiten ver la naturaleza del "pegamento" que articula los diferentes modelos con el fenómeno.

Referencias bibliográficas

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral no publicada. México: Cinvestav.

Arrieta, J. y Díaz, L. (2013) Una socioepistemología de la modelación. Artículo enviado a revista de corriente principal.

Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, *16*(2), 105–125.

Cantoral, R., Molina, J., & Sánchez, M. (2005). Socioepistemología de la predicción. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *18*(1), 463–468.

Méndez, M. (2007). La *experiencia como la evolución de las prácticas: La experiencia de modelar linealmente situaciones análogas.* Tesis de maestría no publicada. Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Mochon, S. (1994). *Quiero entender el CÁLCULO. Un enfoque diferente basado en conceptos y aplicaciones*.

Planchart, O. (2005). La modelación matemática: Alternativa didáctica en la enseñanza de precálculo. *Revista 360º hhttp://cremc.ponce.inter.edu/360/index.htm* V.1