

## SOCIOEPISTEMOLOGÍA Y MATEMÁTICAS: DEL AULA EXTENDIDA A LA SOCIEDAD DEL CONOCIMIENTO. "TODO LO QUE SIEMPRE QUISISTE SABER Y NUNCA TE ANIMASTE A PREGUNTAR"

Ricardo Cantora y Daniela Reyes-Gasperini  
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados.  
rcantor@cinvestav.mx, dreyes@cinvestav.mx

México

**Resumen.** Presentamos los avances de una investigación centrada en una noción de transversalidad de las Matemáticas, que sirvió de base para el planteamiento del Taller desarrollado en Buenos Aires en el marco de la *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa – Relme 27*. Quisimos enfatizar el papel que juegan las Matemáticas en la vida cotidiana y cómo podría (puede) ser esto la base de una modificación curricular profunda que se anteceda por cambios en las prácticas didácticas. El término *Socioepistemología*, que usamos en nuestra propuesta proviene de una elaboración teórica en la *escuela latinoamericana de Matemática Educativa*. Ella ha sostenido que el saber matemático aun aquel que consideramos avanzado, proviene del ejercicio de prácticas intencionales con orientación social

**Palabras clave:** Socioepistemología, problematización del saber matemático

**Abstract.** We present the progress of an investigation centered on a notion of transversality of Mathematics, which was the basis for the workshop approach developed in Buenos Aires as part of the *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa - Relme 27*. We wanted to emphasize the role of mathematics in everyday life and how it could (can) be the basis of a profound curricular changes that precede changes in teaching practices. The term *Socioepistemology*, we use in our proposal comes from a theoretical elaboration in the *Latin American School of Mathematics Education*. She has argued that mathematical knowledge even that they believe progress comes from the exercise of socially oriented intentional practices

**Key words:** Socioepistemology

### Introducción

#### La Socioepistemología

La *Socioepistemología*, como sistema teórico para la investigación en *Matemática Educativa* se ocupa específicamente del problema que plantean las dinámicas propias de la constitución del *saber matemático*. Se asume en este enfoque, la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues en su conjunto constituyen a la *sabiduría humana*. Algunos enfoques teóricos contemporáneos, en cambio, se limitan sólo a alguna de esas formas de *saber* (Cantoral, 2013).

Dado que el *saber* (en sentido estricto al referirnos al *saber matemático*, hablaremos de *pluralidades* de saber, *diversidades* de saber, o más sintéticamente, de *saberes*; nuestro enfoque no restringe el estudio del denominado *savoir savant*) se ha constituido socialmente en ámbitos no escolares, su introducción al sistema educativo le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento; de manera que afectan también, a las relaciones que se establecen entre estudiantes y profesor. Al momento de introducir el *saber* al aula se producen *discursos* intencionales que facilitan la comunicación de ideas matemáticas y en consecuencia favorecen la formación de consensos. Estos discursos reciben, el nombre genérico de *discurso*

*Matemático Escolar*. Empero, desafortunadamente, el consenso logrado es a causa de una forma de exclusión social.

La Teoría Socioepistemológica nace en la escuela mexicana de Matemática Educativa hacia fines de los años ochenta y se extiende hacia otras latitudes durante los 90's del siglo XX para atender colectivamente a un cuestionamiento mayor. Nos preguntábamos entonces, ¿cómo es que "... vive una situación de enseñanza [si] sus producciones matemáticas en ese contexto son condicionadas por las características de la costumbre didáctica"? (Cantoral y Farfán, 2003, p. 33). Quisimos decir con esto, que la manera dominante de enseñar estaba *estructurada* a causa de la institución en la cual se llevaba a cabo la enseñanza (el aula, la familia, la sesión comunitaria, la escuela o la vida cotidiana), pero esto a su vez, *estructuraba* a las formas de socialización del conocimiento y, en consecuencia, a los procesos del pensamiento involucrados. Proclamamos entonces lo que a la postre se tornaría una consigna: no más una didáctica sin alumnos, pero menos aun sin escenarios socioculturales.

Es por ello que si bien se comienza con el estudio de fenómenos didácticos de manera sistémica, considerando los tres polos del conocido triángulo didáctico: contenido de la enseñanza (saber), quien aprende (alumno) y quien enseña (profesor) regulados en un medio limitado, pronto se advirtió la necesidad de sucesivas ampliaciones y reorganizaciones al nivel teórico. Fue así que se reconoció que, con la noción de *situaciones de aprendizaje* les incorporaríamos a las actividades típicamente escolares las dimensiones sociales que signifiquen lo que originó al conocimiento matemático y que sigue vivo en el entorno de quien aprende.

El grupo de trabajo que investiga bajo este programa se propuso el *rediseño* del *discurso Matemático Escolar* de forma que atienda y no soslaye los problemas sociales que acompañan a la actividad didáctica en el campo de las Matemáticas. Por ejemplo, interesa atender al fenómeno de masificación de los sistemas de enseñanza, sin considerar que ello constituya, *a priori*, una característica negativa de la educación contemporánea; sino una oportunidad para impulsar la *sociedad del conocimiento*. Adicionalmente hemos incursionado en el análisis del impacto que produce la traducción de obras educativas de una cultura o una lengua a otra, en los fenómenos de subordinación colonia – metrópoli. Más recientemente hemos incursionado en investigaciones que consideran prácticas de exclusión por género, etnia o condición laboral, pues todos ellos constituyen asuntos de índole sociocultural que serán llevados a cabo por investigaciones del *programa socioepistemológico*. Sin embargo, hemos de precisar desde un inicio que en este programa de investigación, las conceptos y procesos matemáticos que se ponen en *funcionamiento* en un acto didáctico pueden no ser propiamente *objetos matemáticos* en el sentido clásico, el *saber culto*, típicamente aceptados por la comunidad matemática o en el ámbito de la noosfera educativa (el

cual es expresado en las currícula oficiales, ya sea en su forma explícita o tácita), sino son más bien *nociones, preconceptos y prácticas* que “viven” en otros ambientes de la actividad humana: la construcción de artefactos, las ingenierías, las ciencias, las técnicas, las artesanías, las actividades comerciales entre otras, actividades que en su conjunto son extraídas de *prácticas socialmente compartidas* de índole cultural, esto es posible pues en el *programa socioepistemológico* las Matemáticas se consideran parte fundamental de la cultura, un elemento “vivo” que se crea fuera, pero se recrea dentro del aula de matemáticas.

Con frecuencia señalamos que las Matemáticas no se inventaron para ser enseñadas, y sin embargo se enseñan. Se le usa en distintos escenarios, digamos que “vive” en diversas actividades humanas, como: la construcción de vivienda, en actividades de siembra y tejido, en la elaboración de protocolos para el empleo de fármacos o tóxicos, en la elaboración de recetas de cocina, en el diseño de depósitos de vino, en el cálculo de las dosis para una receta médica, en la confección de una conjetura matemática, en la coordinación de movimientos que realiza un piloto al aterrizar en una pista complicada, en la matematización de fenómenos biológicos, en la toma de decisiones para las inversiones financieras, en interpretaciones de opinión pública, en la simulación de flujos continuos, en las operaciones de trueque en los mercados tradicionales, en el estudio de la consolidación de suelos, en los mecanismos auto regulatorios de temperatura en la industria química, en la elaboración de un sinnúmero de actividades de naturaleza diversa. Está presente también en las aulas de clase de ciencias, física, química, biología, tecnología, talleres, lectura y comprensión, matemáticas y lo hace igualmente – he aquí su riqueza – escondida tras los pliegues ocultos de las *prácticas cotidianas* de todos los seres humanos cuando *clasifican, predicen, narran, comparan, transforman, estiman, ajustan, distribuyen, representan, construyen, interpretan, localizan, diseñan, juegan, explican, cuentan o miden*.

Las primeras aportaciones de la teoría socioepistemológica pueden consultarse en (Cantoral, 1990, Farfán, 1993; Cordero, 1994), son relativas, respectivamente, a las prácticas de predicción, estabilidad, y acumulación. Más recientemente dichas caracterizaciones se han ampliado progresivamente, ahora tratan de la proporcionalidad, la promediación, la argumentación, los recursos argumentativos ante la lectura de textos o la resolución de situaciones experimentales.

Evidentemente, bajo esta perspectiva las nociones teóricas habituales en Matemática Educativa se modifican. Tomemos como ejemplo a los constructos de *contrato didáctico* y *milieu*, estos habrían de ampliarse a un ámbito no escolar en el que pueda no corresponderles un saber matemático institucionalizado. Tendremos que ubicarles un poco más allá del aula clásica, pues el *contrato* concierne a las relaciones explícitas e implícitas que se suceden entre profesor y alumno cuando un saber escolar está en curso de construcción; para la socioepistemología se incluye además del

*milieu brousseauiano*, consideraciones socioculturales que incluyen las circunstancias históricas, culturales e institucionales que soportan la construcción y difusión de significados.

“... en las últimas décadas hemos visto importantes cambios, y en particular la influencia creciente de los enfoques socioculturales. Este cambio teórico ha tomado diversas formas, y cada uno de acuerdo con sus experiencias y con sus intereses de investigador, es sensible a este cambio de manera diferente. El campo controversial de la Etnomatemática cuyo padre fundador Ubiratan D'Ambrosio ha sido honrado por ICMI de la prestigiosa medalla Félix Klein (D'Ambrosio, 2008), el campo de la educación matemática crítica que pone la dimensión moral y política de la educación matemática, los cuestionamientos de justicia social y de equidad, al centro de sus preocupaciones (Skovsmose y Valero, 2008), o los diversos trabajos relevantes del marco teórico de la socioepistemología (Cantoral y Farfán, 2003) publicados de manera notable en la revista *Relime*, son sin duda emblemáticos de este cambio para muchos participantes en esta conferencia. Dentro de mi comunidad didáctica, es con la teoría antropológica de lo didáctico...” (Artigue, 2011).

Los estudios sobre *entendimiento* en matemáticas, fueron la base para establecer los mecanismos de tránsito del *conocimiento* al *saber*, fueron la pieza clave que diera origen al *programa socioepistemológico*. Con ello, en la tesis *freiriana* (de Paulo Freire, educador y filósofo brasileño que desarrolló toda una visión no ortodoxa de la educación. Entre sus máximas se encuentra: “Es necesario desarrollar una pedagogía de la pregunta. Siempre estamos escuchando una pedagogía de la respuesta. Los profesores contestan a preguntas que los alumnos no han hecho”) siempre se ha buscado que la acción educativa transforme benéficamente a la realidad estudiada, constituyendo así una educación para la libertad en el campo de las matemáticas escolares: diríamos entonces que “vivir es entender”.

Un elemento adicional en esta narrativa, la Socioepistemología nace como una *epistemología del sur*, con la pretensión de dar identidad a las investigaciones desde y para Latinoamérica, una visión que reivindicara lo propio. Sin embargo, progresivamente su influencia ha ido en ascenso al nivel internacional. Se procuró desde un origen, que las publicaciones de Socioepistemología si bien circularan en nuestra región, fueran progresivamente llegando a diferentes esferas de la ciencia mundial, se han publicado sus resultados en las principales revistas internacionales, sin duda se trata de una teoría emergente en fase de consolidación.

### Del aula extendida a la sociedad del conocimiento

Actualmente, la Socioepistemología, en tanto teoría, postula que para atender a la complejidad de la naturaleza del saber y su funcionamiento al nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social en la vida de los seres humanos, habrá de *problematizarse el saber* en más amplio sentido, situándole en el entorno de la vida del aprendiz (individual o colectivo) donde habrá de rediseñarse el *discurso matemático escolar* (Cantoral, 2011, 2013; Reyes-Gasperini, 2011). Esto llevó a adoptar un posicionamiento sobre las matemáticas y las ciencias, así como su educación, para asumir que ellas están ligadas a *prácticas sociales* altamente valoradas. Sin embargo, las matemáticas en particular, como es bien sabido, se han desarrollado en la educación contemporánea y en la cultura popular bajo la premisa de que ellas tratan con objetos abstractos, anteriores por tanto a la *praxis social* y en consecuencia externas al individuo. Esta visión del conocimiento, a la que denominaremos genéricamente *platonista*, impregna por igual al quehacer científico como al educativo; un profesor, bajo este enfoque, comunica “verdades preexistentes” a sus alumnos mediante un discurso; la forma entonces, asume esta visión, hará develar más temprano que tarde el significado de los objetos abstractos entre los estudiantes. La especie humana desarrolló la capacidad de construir explicaciones sobre el mundo en el que vive mediante complejos procesos de construcción de significados compartidos. El punto de partida para la construcción de saberes es la *actividad humana* normada por emergentes de naturaleza social que denominaremos *prácticas sociales*. Estas prácticas sociales son la que regulan el comportamiento cuando se realizan *prácticas compartidas socialmente* mediante las cuales los sujetos (individuales y colectivos) nos relacionamos *intra* e *inter* psicológicamente y con el entorno. En este sentido, los saberes son las diferentes formas de comprender y explicar las realidades y están vinculados con las prácticas sociales.

El supuesto táctico de este enunciado se encuentra en la afirmación de que la realidad misma se compone de diversos niveles de *emergentes* resultado de su evolución. Lo emergente tiene que ver con la formación de niveles de realidad superiores que poseen sus propias leyes y no pueden ser explicados a partir de las leyes del nivel precedente. Ejemplifiquemos esto al nivel de la química: decimos que hay emergencia de propiedades nuevas en un compuesto, si al combinar dos elementos simples se obtiene o se crea algo nuevo. Una molécula de agua, por ejemplo  $[H_2O]$ , es un compuesto químico inorgánico formado por dos átomos de hidrógeno  $[H]$  y uno de oxígeno  $[O]$  que posee propiedades nuevas (emergentes) que no poseían sus elementos. Este resultado es fabuloso, el agua resulta esencial para la vida de los seres vivos, pero aislados, el oxígeno es flamable y el hidrógeno explosivo. Al nivel de la sociedad ocurren fenómenos similares, un grupo de amigos o las personas en una porra deportiva se constituyen en sujeto colectivo ante determinadas circunstancias del medio que les rodea. En tal sentido, esos sujetos colectivos no son

la unión de sujetos individuales. A un nivel superior, podríamos decir, los lenguajes, las leyes, la moral, la religiosidad son emergentes sociales que no podrían ser creados por sujetos individuales, sino por colectivos normados en el curso de su evolución. Surge la pregunta clave, *¿qué produce la norma?* La respuesta aceptada en la actualidad es que la norma es en sí misma un *emergente social*, por tanto regula el desarrollo colectivo. Esta idea es la que empleamos al afirmar que la *práctica social* es un *emergente social* con nuevas propiedades o funciones: normativa, identitaria, pragmática y discursiva.

En el taller sostuvimos una hipótesis alternativa a la que postula el enfoque *platonista* del conocimiento, pues asumiremos una epistemología de la matemática que considera fundamental el papel que desempeñan las *prácticas sociales* en la construcción del *conocimiento matemático*. Más específicamente sus funciones en el pasaje del *conocimiento* al *saber*; en este sentido hablaremos más de una *Socioepistemología* que de una *Epistemología* en sí. En la siguiente caracterización categorial, se asocia el término “uso” al vocablo “conocimiento” para dar lugar al “saber”, su adecuada articulación permite emerger a la noción de aprendizaje situacional.

“CONOCIMIENTO es la información sin uso; el saber es la acción deliberada para hacer del conocimiento un objeto útil frente a una situación problemática. De donde se deduce que el aprendizaje es una manifestación de la evolución del conocimiento en saber. Por lo que el aprendizaje consiste en dar la respuesta correcta antes de la situación concreta. Con esta imagen, tan profunda, se expresaba hace algunos años Ricardo Cantoral a propósito del debate, de un tiempo para acá muy acalorado en todo el mundo, sobre lo que significa en verdad *saber*.” (D’Amore, 2006).

Dicha hipótesis alternativa sostiene que el conocimiento matemático, aun aquel que consideramos avanzado, tiene un origen y una función social asociados a un conjunto de actividades humanas socialmente valoradas y normadas. Esto no habrá de entenderse en el sentido de que todo conocimiento obedece a una necesidad de naturaleza práctica, puesto que los historiadores de la ciencia han documentado suficientemente que algunas nociones matemáticas no provienen de sucesivas abstracciones y generalizaciones de la empiria. Más bien, nuestra hipótesis tiene una orientación socioepistemológica, puesto que establece una filiación entre la naturaleza del conocimiento que los humanos producen con las actividades mediante las cuales y en razón de las cuales dichos conocimientos son producidos. Las matemáticas bajo este enfoque están en la base de la *cultura humana* de la misma manera que lo están el juego o el lenguaje. Las investigaciones llevadas a cabo en el marco del *programa socioepistemológico* mostraron, durante los últimos años, la pertinencia y consolidación de dicha postura, tanto al nivel de los resultados concretos

obtenidos, como en el ámbito de una estructuración teórica más elaborada. En los estudios se ha seguido una aproximación sistémica a la investigación que trata, en forma articulada, con cuatro dimensiones del saber (*construcción social del conocimiento*): su *naturaleza epistemológica*, su *tesitura sociocultural*, los *planos de lo cognitivo* y los *modos de transmisión vía la enseñanza*.

Ahora en el marco socioepistemológico habrá que entenderlo de una manera más amplia, extendida a la organización social o *comunidad en contexto*, aun fuera del aula o mejor dicho, en sentido figurado a un *aula extendida* en una *sociedad del conocimiento*. Este cambio exigió a la Socioepistemología de la producción de tres grandes cambios en su concepción teórica dado que busca incidir en las prácticas humanas del aprendizaje en escenarios diferenciados. Se tuvo que cambiar entonces la noción de *aula*, la de *sociedad* y la de *saber*. Un docente, tiene como objeto de enseñanza a la matemática escolar, no propiamente a las matemáticas, ello abre una posibilidad de intervención formidable. La *matemática escolar es rediseñable con fines de aprendizaje*. El matemático educativo entonces no sólo discute cómo enseñar, sino qué enseñar, a quién enseñar y cuándo enseñar. Un profesor que tome como saber teórico de referencia a la Matemática Educativa, no en el sentido de contenidos curriculares (pues ello hablaría de un rediseño curricular más que de un rediseño del discurso Matemático Escolar), sino que ante ciertos contenidos curriculares tome decisiones sobre argumentaciones y procedimientos que pondrían en juego sus estudiantes. Atendiendo sus racionalidades contextualizadas y el relativismo epistemológico correspondiente. De este modo, podrá intervenir sobre el qué enseñar, aceptará por tanto que es posible *rediseñar el discurso Matemático Escolar*. Lo hace, no sólo analizando lo que acontece en un aula sino en lo que pasa en el aula extendida, el aula de la vida cotidiana.

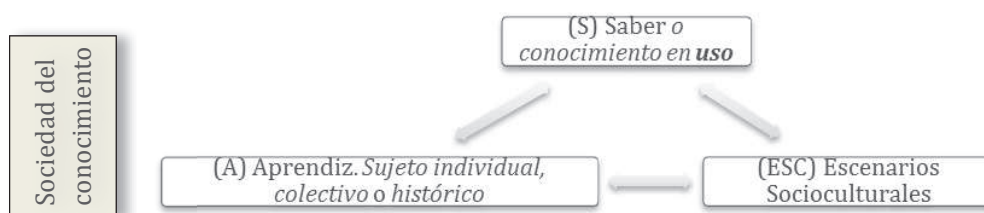


Figura I. El triángulo didáctico en la Socioepistemología. (Cantoral, 2013).

En este modelo una idea de aprendizaje, como práctica intencional normada, coloca en interacción al aprendiz con el entorno reglado, se suple la idea de aprendizaje como adquisición, para dar lugar a otra más cercana a la noción de práctica que modifica al individuo en colectividad ante tareas concretas de sus vivencias: el aula extendida es fundamental para entender esta idea de aprendizaje. Digamos que el artesano ante la pregunta qué eres tú, dice, soy artesano. Su misma identidad es determinada por su práctica. De este modo tomamos al triángulo como base del desarrollo teórico.

### Elementos para un ejemplo

Esta sección trata sobre el saber matemático de la proporcionalidad, el cual juega un rol formativo y transversal en la construcción del pensamiento matemático de los estudiantes y de los ciudadanos en un sentido amplio. Este hecho amerita diferenciar entre *Fracción*, *razón*, *proporción* y *proporcionalidad*, pues si bien son todas ellas afines, su significación y esencia tiene diferencias significativas entre sí, y su distinción permitirá reconocer los usos y la razón de ser de la proporcionalidad. Desde su desarrollo matemático más temprano, los estudiantes trabajan con fracciones para expresar una cantidad (numerador) dividida entre otra cantidad (denominador). Ambos, numerador y denominador, deben ser inevitablemente números enteros y el denominador nunca habrá de ser cero. Si bien las fracciones son cocientes de números enteros, la “idea germen” proviene de las relaciones parte-parte y parte-todo. Es decir, al trabajar con fracciones se está trabajando con *magnitudes conmensurables*, pues pueden interpretarse como partes de una magnitud. Ahora bien, nos preguntamos ¿cómo es que surgió la necesidad de tratar con *magnitudes no conmensurables*? Con esto se introduce la noción de razón, pues es la *relación entre dos magnitudes: su comparación*. De esta manera podemos afirmar que la razón entre la longitud del lado de un cuadrado y la longitud de su diagonal es  $\sqrt{2}$ , pues no hablamos de una división como con las fracciones, sino de una relación entre magnitudes implicadas.

Dado que la razón refiere a la *relación* entre dos magnitudes, así es como puede existir el caso, por ejemplo, de que en un conjunto de personas la cantidad de mujeres respecto a la de hombres sea de 9 a 1,  $9 : 1$  (por cada nueve mujeres hay un hombre), o bien, puede ser  $9 : 9$ , lo que afirma que en ese grupo de personas hay nueve mujeres y nueve hombres, o bien podría ser  $9 : 0$ , lo cual afirmaría que sólo había mujeres en ese grupo. Este último caso no sería válido de tratarse como una fracción, pues el denominador es cero, sin embargo, dado que es una razón que expresa la relación entre dos magnitudes, sí es posible. Podemos localizar tres diferencias importantes entre las nociones de *fracción* y de *razón*. Las dos primeras concernientes a restricciones numéricas y de notación: en primer lugar, las razones al ser una relación entre dos magnitudes no tienen la restricción de ser la división entre dos números enteros (ver el caso del numerador de la razón áurea en donde uno el numerador es un número irracional) que da como resultado un número racional (como el caso de la circunferencia en donde la relación entre longitud y diámetro es un número irracional). En segundo lugar, al no tratarse de una división entre dos números, no es necesaria la restricción realizada sobre el denominador, pues la razón no es una fracción (ver el caso de la relación entre hombres y mujeres de un conjunto de personas). La tercera y para nosotros la más relevante, es la esencia por la cual se han desarrollado ambos conceptos matemáticos: la fracción es la expresión de una cantidad (numerador) dividida entre otra cantidad



(denominador) que representa la relación parte – parte o parte – todo de un conjunto, mientras que la razón surge ante la imposibilidad de medir todas las magnitudes, la inconmensurabilidad. Se desarrolla entonces la idea de *relación* entre magnitudes, por tanto, la notación introducida en la matemática escolar para referirse a la razón como una fracción sin las argumentaciones contextualizadas correspondientes a su construcción, produce entre los estudiantes una pérdida de significación y en consecuencia, una falta de comprensión del concepto matemático y sus procesos asociados. Esto produce una banalización del aprendizaje al llevarlo al nivel del desarrollo de habilidades básicas, como el manejo de algoritmos no significativos para el estudiante. Esto es lo que hemos afirmado teóricamente, la función hegemónica del *discurso Matemático Escolar* impide el aprendizaje de los estudiantes y lo limita a la algoritmia y la memoria. Ahora bien, la noción de *proporción*, como hemos ejemplificado anteriormente, aparece cuando se trabaja con dos pares de relaciones numéricas que se corresponden, de donde devienen las propiedades de las proporciones, por ejemplo, la igualdad del producto cruzado de los numeradores y denominadores (expresados como fracciones), o bien, cualquier “reacomodación” posible de la igualdad planteada  $a/b=c/d$ .

Por último, se llaman proporcionales a las magnitudes que guardan la misma razón, es decir, no se habla de la igualdad entre dos razones (idea aritmética), sino que se está hablando de la relación que se mantiene constante entre dos magnitudes (idea variacional). Sobre la *proporcionalidad*, como se dijo al comienzo de este escrito, existe un gran bagaje de investigaciones. Las investigaciones fundamentales de Piaget e Inhelder (1984), enunciaron que la noción de proporcionalidad se inicia siempre, inevitablemente, de una forma cualitativa y lógica, antes de estructurarse cuantitativamente. En este paso de lo coloquial a lo simbólico es donde los estudiantes empiezan a cuantificar y a enfrentarse con la construcción de “lo matemático”, pudiendo considerarse un medio para construir un significado de “lo proporcional”. (Cantoral, Reyes-Gasperini, 2012). Ahora bien, estudios antecedentes han mostrado que la noción de la proporcionalidad no se reduce a la mera regla de tres y mucho menos, a su aplicación sin significación (Cantoral y Reyes-Gasperini, 2012; Reyes-Gasperini y Cantoral, en prensa), sin embargo, pareciera que los libros de texto reconocen este hecho como lo sustancial para presentar en el aula de matemáticas esta noción (da Ponte, 2007; Oller, 2012) y son asimismo, éstas las estrategias usadas por los estudiantes (Oliveira, 2009) o profesores (Berk, Taber, Gorowara y Poetzl; 2009) ante situaciones de proporcionalidad. Sin embargo, la problematización del saber matemático a través de la construcción de la unidad de análisis socioepistémica referida a la proporcionalidad es una propuesta de la Teoría Socioepistemológica que está permitiendo a través de su robustecimiento plantearnos alternativas para el tratamiento didáctico en un aula extendida que le dará la libertad al

docente de privilegiar la actividad situada del que aprende, su contexto de significación; le permitirá también reconocer las distintas formas de argumentación que favorecen las diversas racionalidades contextualizadas, y en ese sentido, propiciar la naturaleza funcional del saber; en síntesis, esto favorece un proceso de resignificación progresiva del que aprende inmerso en marcos referenciales diversos (Reyes-Gasperini, 2011, 2013; Reyes-Gasperini, Cantoral, en prensa).

### Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (2011). La educación matemática como un campo de investigación y como un campo de práctica: Resultados, Desafíos. *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, 26–30 junio, Recife, Brasil: CIAEM.
- Berk, D.; Taber, S.; Carrino, C. y Poetzl, C. (2013). Developing Prospective Elementary Teachers' Flexibility in the Domain of Proportional Reasoning. *Mathematical thinking and learning*, 11(3), 113-135.
- Cantoral, R. (1990). *Categorías Relativas a la apropiación de una base de significaciones para conceptos y procesos matemáticos de la Teoría elemental de las Funciones Analíticas. Simbiosis y Predación entre las nociones de “el Prædicere” y “lo Analítico”*. Tesis doctoral no publicada, Cinvestav, México.
- Cantoral, R. (2011). *Fundamentos y Métodos de la Socioepistemología*. Simposio en Matemática Educativa, 22–26 agosto, Ciudad de México, México: CICATA-IPN.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. D.F., México: Gedisa.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003b). Matemática Educativa: una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27–40.
- Cantoral, R. y Reyes-Gasperini, D. (2012). Matemáticas y Práctica social: Construcción social del conocimiento matemático. *Novedades educativas*, 261, 60-65.
- Cordero, F. (1994). *Cognición de la integral y la construcción de sus significados: un estudio del Discurso Matemático Escolar*. Tesis doctoral no publicada, Cinvestav, México.
- D'Amore, B. (2006). *Elementos de didáctica de la Matemática* (versión traducida del italiano en Elementi di didattica della matematica, Pitagora, Bologna). Bogotá, Colombia: Magisterio.
- Da Ponte, J. (2007). *Proportion in school mathematics textbooks: a comparative study*. Documento interno del Grupo de Investigación DIFMAT – Didáctica e Formação de Professores de

Matemática, Centro de Investigaçã o em Educaçã o e Departamento de Educaçã o, Faculdade de Ciênci as da Universidade de Lisboa.

- Farfán, R. M. (1993). *Construcción de la noci3n de convergencia en ámbitos fenomenológicos vinculados a la ingeniería. Estudio de caso*. Tesis doctoral no publicada, Cinvestav, México.
- Oller, A. (2012). *Proporcionalidad aritmética: una propuesta didáctica para alumnos de secundaria*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Valladolid, Valladolid, España.
- Oliveira, I. (2009). Proporcionalidade: estratégias utilizadas na Resoluçã o de Problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec. *Boletim de Educaçã o Matemática* 22(34), 57-80.
- Piaget, J.; Inhelder, B. (1984). El preadolescente y las operaciones proposicionales. En J. Piaget y B. Inhelder (Ed.), *Psicología del niño* (12a ed.) (pp. 131-150). España, Madrid: Ediciones Morata.
- Reyes-Gasperini, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visi3n Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav, México.
- Reyes-Gasperini, D. (2013). *Empoderamiento docente desde una visi3n socioepistemológica: una alternativa de intervenci3n para el cambio y la mejora educativa*. Memoria pre-doctoral no publicada, Centro de Investigaci3n y de Estudios Avanzados del IPN, D.F., México
- Reyes-Gasperini, D. y Cantoral, R. (en prensa). Socioepistemología y empoderamiento docente: acciones para un cambio educativo. *Boletim de Educaçã o Matemática*.