RESPUESTAS DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA A TAREAS DE SENTIDO NUMÉRICO

RESPONSES FROM SECONDARY STUDENTS TO NUMBER SENSE TASKS

Rut Almeida, Alicia Bruno

Universidad de La Laguna

Resumen

En ese trabajo se analizan las respuestas de estudiantes de secundaria a tareas numéricas susceptibles de resolverse haciendo uso de sentido numérico. Se analizan las estrategias y los razonamientos de sentido numérico frente a los procedimientos algorítmicos y de aplicación de reglas. Se observa cómo el uso del sentido numérico queda condicionado por dificultades y errores en conceptos numéricos propios de niveles básicos y por el tipo de actividad. Las tareas con enunciados semejantes a los tradicionales presentan mayor aparición de reglas y algoritmos.

Palabras clave: *sentido numérico, estrategias, educación secundaria, estudiantes.*

Abstract

It is presented a study in which it was analyzed the answers from secondary students when working numerical tasks prone to be solved using number sense. The strategies and their tendency choosing number sense reasoning versus standard algorithms or rule is analyzed. It is observed how the use of number sense is conditioned by the difficulties and errors in numerical concepts from basic levels and by the type of activity. Those tasks with a formulation similar to traditional classroom activities presented a greater appearance of rules and algorithms.

Keywords: *number sense, strategies, secondary education, students.*

INTRODUCCIÓN

Este trabajo está dedicado a analizar respuestas de estudiantes españoles de secundaria a tareas numéricas que se pueden resolver haciendo uso de estrategias propias de *sentido numérico*. Aunque la expresión *sentido numérico* se utiliza en ocasiones de un modo amplio, sustituyendo a la de *conocimiento numérico*, en este estudio lo entendemos como "una red conceptual bien organizada que permite relacionar los números y las operaciones, sus propiedades y resolver los problemas numéricos de una forma creativa y flexible" (Sowder, 1992).

Para hacer un uso del término *sentido numérico* de un modo operativo, los currículos de distintos países, y también la investigación en didáctica de las matemáticas, lo han caracterizado a través de distintas componentes (McIntosh, Reys, y Reys, 1992; Reys y Yang, 1998; Yang, 2005; Yang, Li, y Lin, 2008). Las componentes que se describen en los trabajos citados son las siguientes: SN1. Comprender el significado de los números. SN2. Reconocer el tamaño relativo y absoluto de los números. SN3. Usar puntos de referencias. SN4. Usar representaciones de los números y las operaciones. SN5. Identificar el efecto relativo de las operaciones. SN6. Establecer las relaciones entre las operaciones. SN7. Hacer uso de las propiedades de las operaciones para facilitar un cálculo numérico. SN8. Estimar el resultado de operaciones. SN9. Comprender la relación entre el contexto del problema y la operación necesaria. SN10 Ser consciente de que existen múltiples estrategias. SN11. Reconocer cuándo el resultado obtenido es razonable.

Almeida, R., Bruno, A. (2014). Respuestas de estudiantes de secundaria a tareas de sentido numérico. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 127-136). Salamanca: SEIEM.

Las componentes del sentido numérico no son independientes, están relacionadas y pueden utilizarse varias de ellas en la resolución de una misma tarea. Siguiendo la clasificación de McIntosh, Reys, y Reys, (1992) las componentes de la 1 a la 8 anteriormente enumeradas implican conocer y tener habilidades numéricas, mientras que las tres últimas se refieren a la aplicación dicho conocimiento y habilidades. Este trabajo se centra especialmente en la observación de las componentes SN3, SN4 y SN11 que describimos a continuación.

SN3. Usar puntos de referencia

Se refiere a la habilidad para usar apropiadamente puntos de referencia numéricos para resolver problemas sobre mediciones de objetos comunes, para comparar números y realizar cálculos. Los puntos de referencia son generalmente valores con los que una persona se siente cómoda haciendo comparaciones o cálculos. Por ejemplo, múltiplos de potencias de 10, números como ½, 50% o cualquier referente numérico personal. McIntosh et al. (1992) sugiere que "así como un compás es una herramienta básica para la navegación, los puntos de referencia son referentes mentales esenciales para pensar sobre los números".

SN4. Usar representaciones de los números y las operaciones

Significa ser capaz de utilizar de manera flexible representaciones (manipulativas, pictóricas o simbólicas) para resolver problemas numéricos. Por ejemplo, representar números en la recta numérica para comparar o para estimar el resultado de una operación, expresar una multiplicación de dos números como el cálculo de un área para estimar el resultado, comparar dos fracciones con una representación parte todo, etc.

SN11. Reconocer cuándo el resultado obtenido es razonable

Implica determinar si el resultado de una tarea numérica está en el rango de posibilidades esperable o si la respuesta tiene sentido en función del contexto y los números implicados. Por ejemplo, la operación 600×0.245 es aproximadamente $600 \times 0.25 = 600 \times 1/4$, por lo que el resultado final, no debe alejarse de 150. Un estudiante que evalúa si un resultado es razonable, no debe dar por válida una respuesta que sea muy lejana a este valor. Indica McIntosh et al. (1992) que la reacción de muchos estudiantes cuando se les pide valorar si un resultado es razonable es volver a calcular lo que se ha hecho, antes que reflexionar sobre el resultado.

Los investigadores que han evaluado el sentido numérico de estudiantes de educación primaria y secundaria han concluido que la mayoría de los estudiantes tienen un apego a las reglas y los algoritmos, y estos últimos predominan sobre las estrategias propias del sentido numérico (Sengul y Gulbagci, 2012; Yang, 2005; Yang, Li, y Lin, 2008; Veloo, 2010). Hay estudiantes que tienen altos niveles de competencia al realizar algoritmos, pero muestran una pobre comprensión en las tareas de sentido numérico (Mohamed y Johnny, 2010). Es decir, que las altas habilidades en cálculo escrito, sin comprensión, son poco útiles en contextos en los que se necesita algo más que los algoritmos. Diferentes trabajos han comparado la dificultad entre determinadas componentes del sentido numérico, concluyendo que entender *el efecto relativo de las operaciones* y *reconocer si un resultado es razonable* son las componentes más compleja para los estudiantes entre las analizadas (Mohamed y Johnny, 2010; Yang, Li, y Lin, 2008).

En España se han realizado investigaciones que se sitúan en el sentido numérico, las principales relacionadas con la estimación de cantidades, de medidas y de operaciones, así como de cálculo mental (Albarracín y Gorgorío, 2013; Castillo-Mateo, Segovia, Castro y Molina, 2012; De Castro, Castro, y Segovia, 2004, Goméz, 1995).

La adquisición del sentido numérico es gradual y empieza desde los primeros años de la escolaridad. Indica McIntosh et al. (1992) que al comienzo del aprendizaje numérico hay niños que demuestran estrategias creativas y eficientes para operar con los números, pero la atención que se pone en los algoritmos formales, muchas veces hace detener el uso de métodos informales. Los métodos numéricos tradicionales se convierten en estrategias más apreciadas a medida que los estudiantes avanzan en su aprendizaje numérico. Los estudiantes van creando la idea de que estos métodos son los válidos para la resolución de problemas en un contexto académico. Por esa razón los investigadores proponen cambios en la metodología de enseñanza de los números, ya que una instrucción adecuada que fomente sentido numérico produce aprendizajes más significativos que las metodologías tradicionales (Veloo, 2010).

El trabajo que presentamos se sitúa en esta última línea y forma parte de un estudio más amplio cuyo objetivo es analizar el sentido numérico de estudiantes de secundaria en un contexto de aula, en España. En concreto se estudia la evolución del conocimiento numérico de los estudiantes cuando se desarrollan tareas en el aula que fomentan el sentido numérico. Lo que presentamos en este trabajo corresponde a cuatro tareas de la prueba inicial de dicho estudio, en las que se pide a los estudiantes buscar métodos alternativos a los tradicionales en tareas numéricas.

OBJETIVO Y METODOLOGÍA

El objetivo del trabajo que se presenta es el análisis de las estrategias que utilizan estudiantes de 2º de E.S.O en la resolución de tareas que admiten ser resueltas con componentes del sentido numérico. Dado que el sentido numérico es muy amplio, focalizamos nuestro análisis en las tres componentes antes descritas: SN3. *Usar puntos de referencia;* SN4. *Usar representaciones de los números* y *las operaciones*; y SN11. *Reconocer cuándo el resultado obtenido es razonable*.

Se realizó una prueba escrita en dos grupos de estudiantes de 2º de E.S.O. de un centro público de Tenerife (España), con 22 y 25 estudiantes cada uno. Dicha prueba consta de 12 ítems o tareas, diseñados por las investigadoras o modificadas de Reys (1991). Las tareas abarcaron la estimación de magnitudes, orden de fracciones, representación gráfica estimada de la suma y producto de fracciones, estimación y representación gráfica de porcentajes, fracciones, decimales y naturales, estimación de un producto de decimales y la valoración de la validez de una colección de datos numéricos a situaciones contextualizadas.

Cada tarea se presentó en hojas separadas; tuvieron 3 minutos para resolver cada uno; se les indicó que no realizaran cálculos o algoritmos para llegar al resultado exacto, sino que utilizaran estimaciones o sus ideas sobre los números o las operaciones; se les pidió que escribiesen cómo habían llegado al resultado o el razonamiento utilizado. Estas instrucciones estaban escritas en la primera página de la prueba y el investigador las leyó en alto antes de que comenzaran a responder.

Para la presentación de este trabajo se han escogido 4 tareas de la prueba, para mostrar el análisis que hemos realizado. Se han seleccionado ejemplos de las estrategias de los estudiantes para su resolución. La elección de las 4 tareas se ha hecho teniendo en cuenta que presentaran características diferentes en cuanto: a los tipos de números (naturales, fracciones y decimales); al concepto matemático (ordenar, sumar fracciones, estimar magnitudes de cantidades y de medida); al tipo de enunciado (con gráfico y sin gráfico).

En la corrección de la prueba se tuvo en cuenta si las respuestas eran correctas y el tipo de razonamiento utilizado. Los razonamientos se clasificaron en las siguientes categorías: Sentido numérico, SN (distinguiendo las componentes descritas en la introducción de SN1 a SN11); Parcialmente sentido numérico, PSN, la justificación combina el uso de componentes del sentido numérico con el uso de reglas memorizadas y/o algoritmos (distinguiendo las componentes descritas en la introducción de SN1 a SN11); No sentido numérico (NSN), utilizan estrategias que no incluyen el uso de componentes de sentido numérico como el uso exclusivo de reglas o algoritmos; Otros (Otros), no proporcionan suficientes argumentos para identificar qué razones les llevan a su respuesta o no presentan justificación; Blanco (B), no responden a la pregunta. Por otra parte, las respuestas en las que se hizo uso de Sentido Numérico, fueron codificadas con la componente a la que se estaba usando.

RESULTADOS

A continuación, se muestra el uso que hacen los estudiantes de las componentes de sentido numérico, en las 4 tareas seleccionadas, así como otros tipos de estrategias.

Tarea 1

Ordenar los siguientes números de menor a mayor:

$\frac{9}{20}, \frac{8}{5}, \frac{3}{10}$ Explica tu respuesta.

La tarea 1 se plantea con el objetivo de observar si los estudiantes hacen uso del concepto de fracción, a través de los puntos de referencia o representaciones gráficas. Ambas estrategias de *SN* surgen en un 31,91%, aunque no son tan frecuentes como las pertenecientes a la categoría de *NSN* que fue de un 46,81% (ver Tabla 1). Solo un 14,89% de los estudiantes siguen un SN correcto.

Tabla 1. Resultados de la tarea 1 (%)

		Correcto	Incorrecto	Total
Tipo de razonamiento	SN	14,89	17,02	31,91
	NSN	31,92	14,89	46,81
	Otros	2,13	19,15	21,28
	Total	48,94	51,06	

Tabla 2. Componentes de sentido numérico utilizadas en la tarea 1 (%)

	Correcto	Incorrecto
SN2	4,25	12,76
SN3	4,25	-
SN2 y SN3	-	2,13
SN4	6,39	2,13

En la tabla 2 se muestran las diferentes componentes de *SN* objeto de estudio y de las que se muestran ejemplos a continuación.

SN3. Usar puntos de referencia.

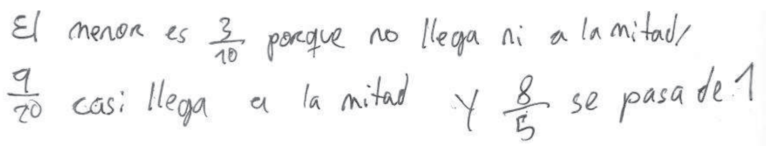


Figura 1. Uso de componente SN3 en la tarea 1

SN4. Usar representaciones gráficas de los números.

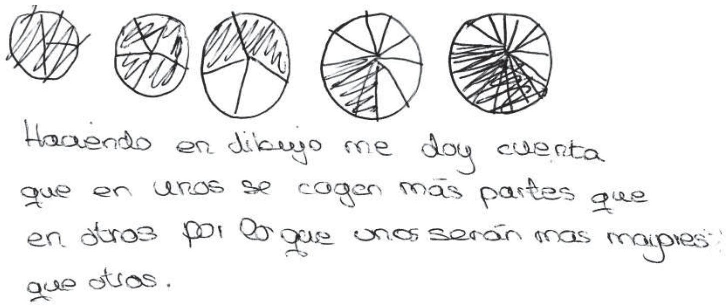


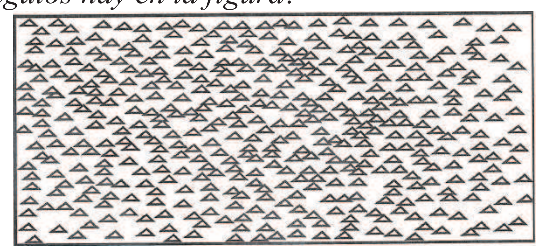
Figura 2. Uso de componente SN4 en la tarea 1

En la Figura 1 aparece la estrategia para ordenar fracciones haciendo uso de puntos de referencia, 1 y ½, sin realizar cálculos (SN3), mientras que en la Figura 2 se ejemplifica el uso de la representación gráfica de fracciones como parte todo (SN4). En ambos casos los estudiantes muestran un dominio del concepto de fracción que les lleva a no usar de reglas memorizadas o algoritmos.

También se encontraron estrategias en las que no hicieron uso del sentido numérico (NSN), por ejemplo, calcular el mínimo común múltiplo para expresar las fracciones con un denominador común, o expresar la fracción en forma decimal, mediante el algoritmo de la división. Este tipo de estrategias en las que se aplica una regla o algoritmo, en muchas ocasiones, dio lugar a respuestas incorrectas debidas a errores de cálculo. En la explicación no se observa que evaluaran si el resultado obtenido era razonable, y normalmente la aplicación de reglas no va acompañada justificaciones del proceso o de la comprensión del concepto de fracción.

Tarea 2

Aproximadamente, ¿cuántos triángulos hay en la figura?



a) 50 *b) 100* *c) 200* *d) 300* *e) 400*

Explica tu respuesta.

En la tarea 2 se les presentó una situación gráfica en la que debían decidir, aproximadamente, el número de triángulos contenidos en la imagen. Para ello los estudiantes escogían una de las opciones que se les facilitaba reconociendo qué resultado era más razonable (componente SN11). Encontramos en esta tarea un alto porcentaje de estrategias de *SN*, aunque no siempre de forma correcta (ver Tabla 3 y 4).

Más de la mitad de los estudiantes hicieron uso de estrategias correctas de sentido numérico tanto de las componentes SN3 (ver Figura 3), como SN4. En la respuesta de la Figura 4 se relaciona una representación gráfica con un área y con el producto de dos números (SN4).

Tabla 3. Resultados de la tarea 2

		Correcto	Incorrecto	Total
Tipo de razonamiento	SN	63,83	17,02	80,85
	PSN	4,25	0	4,25
	NSN	10,64	0	10,64
	Otro	2,13	0	2,13
	B	0	2,13	2,13
	Total	80,85	19,15	

Tabla 4. Componentes de sentido numérico utilizadas en la tarea 2 (%)

	Correcto	Incorrecto
SN3	55,32	17,02
SN4	8,51	-
PSN4	4,25	-

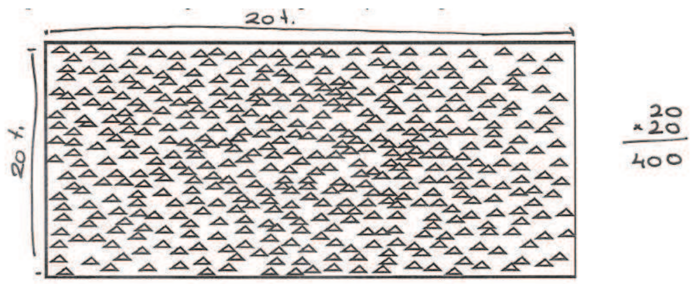
Las respuestas incorrectas de SN (17,02%) se deben a que cometen algún error de estimación de cálculo o de elección del punto de referencia. Además, encontramos estudiantes que hicieron uso de estrategias similares a SN2, pero que no estimaron el producto, sino que realizaron un cálculo exacto mediante el algoritmo de la multiplicación. En estos casos se clasificó como *parcialmente sentido numérico.*

SN3. Usar puntos de referencia.

Conté la mitad y habían aproximadamente 200 entonces en la otra mitad habrán otros 200 más, por lo cual 200+200=400.

Figura 3. Uso de componente SN3 en la tarea 2

SN4. Usar representaciones gráficas de las operaciones.



a) 50 b) 100 c) 200 d) 300 e) 400

Explica tu respuesta.

Hay aproximadamente 400 triángulos porque al multiplicar ~~tantos~~ los triangulos de un lado por los del otro lado da 400 triángulos.

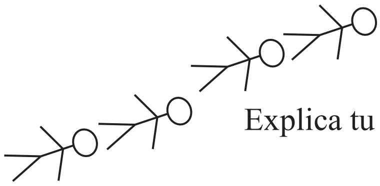
Figura 4. Uso de componente SN4 en la tarea 2

En esta tarea encontramos también estrategias en la categoría de NSN, aunque menos numerosas que en la tarea 1. En esta ocasión todas respondieron de la misma manera, llegaron el número exacto de triángulos, contándolos todos.

Tarea 3

Si hacemos una fila acostados en el suelo con todos los estudiantes de tu clase, ¿qué longitud conseguiríamos ***aproximadamente****?*

a) 500 cm *b) 5.000 cm*
c) 50.000 cm d) 500.000c



Explica tu respuesta

En esta tarea los estudiantes debían estimar una magnitud, en concreto una longitud, escogiendo entre una serie de opciones que se les proporcionaba. Si analizamos las opciones del enunciado observamos que distan entre sí lo suficiente como para decidir qué sólo 5000 cm es la respuesta razonable. En este caso entra en juego el uso de la componente SN3, *reconocer cuándo el resultado obtenido es razonable*.

Dada la naturaleza de la tarea, la necesidad de realizar la estimación de una magnitud lleva al uso del sentido numérico, al menos parcialmente, es decir, todas aquellas estrategias que surgieron se engloban en las categorías que hacen uso del mismo (*sentido numérico* o *parcialmente sentido numérico*) (ver Tabla 5 y 6).

Tabla 5. Resultados de la tarea 3 (%)

		Respuesta tarea 3		
		Correcto	Incorrecto	Total
Tipo de razonamiento	SN	27,66	6,38	34,04
	PSN	21,28	8,51	29,79
	Otro	21,28	12,76	34,04
	B	0	2,13	2,13
	Total	70,22	29,78	

Tabla 6. Componentes de sentido numérico utilizadas en la tarea 3 (%)

	Correcto	Incorrecto
SN3	25,53	6,38
SN11	2,13	-
PSN3	21,28	8,51

Las estrategias que encontramos fueron análogas a las de la Figura 5, en la que se usan puntos de referencia, SN3, aunque difieren en los puntos tomados. Aquellas que tomaron magnitudes razonables y realizaron una buena estimación escogieron una respuesta correcta. En cambio las respuestas incorrectas se debieron a malas estimaciones, por tomar puntos de referencia incorrectos, o bien a errores en el cambio de unidad. Este tipo de dificultades se recogen extensamente en De Castro, Castro y Segovia (2004). También se encontraron ejemplos de respuesta en las que se evalúa lo razonable de la elección, SN11 (Figura 6). En los casos en los que los estudiantes utilizaron el algoritmo de la multiplicación para calcular la longitud exacta a partir de los dos referentes tomados (estatura y número de estudiantes) se clasificó como *parcialmente sentido numérico* (PSN3).

SN3. Usar puntos de referencia.

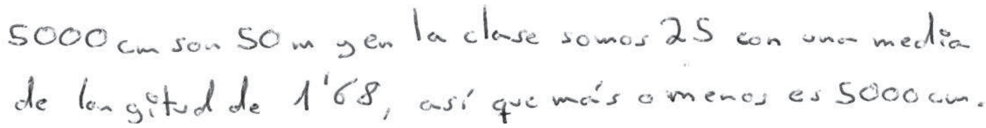


Figura 5. Uso de la componente SN3 en la tarea 3

SN11. Reconocer cuándo el resultado obtenido es razonable.

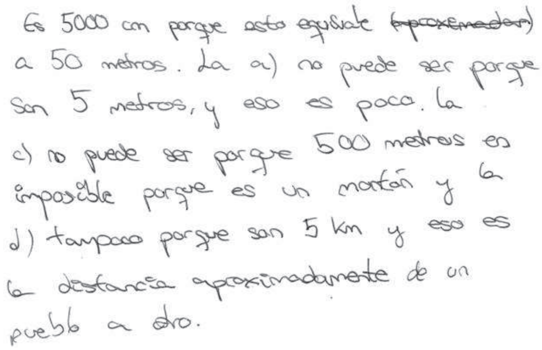
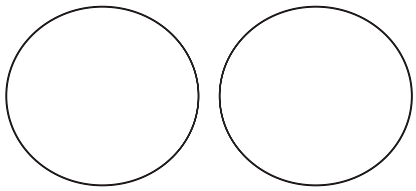


Figura 6. Uso de la componente SN11 en la tarea 3

Tarea 4

Carlos tiene dos pizzas. Su padre se come un tercio de una pizza, su hermana se come media pizza y su madre un cuarto de una pizza. ¿Cuánta pizza le queda a Carlos?



A. *Más de una pizza.*
B. *Menos de una pizza.*
C. *Exactamente una pizza.*
D. *No le queda pizza.*
E. *No sé decidir sin realizar el cálculo exacto.*

En la tarea 4 se presentó una situación contextualizada en la que el estudiante debía utilizar una estrategia apropiada para aproximar la suma de fracciones, para ello se le proporciona la representación gráfica de las pizzas, con el objetivo de promover repuestas basadas en SN2.

En la Tabla 7 se observa que el mayor porcentaje de respuestas de esta tarea se encuentra en la categoría de sentido numérico, aunque en su mayoría incorrecta.

Tabla 7. Resultados de la tarea 4 (%)

		Correcto	Incorrecto	Total
	SN	27,67	53,19	80,86
Tipo de razonamiento	NSN	2,13	2,13	4,26
	Otro	4,25	6,38	10,63
	B	0	4,25	4,25
	Total	34,05	65,95	

Tabla 8. Componentes de sentido numérico utilizadas en la tarea 4 (%)

	Correcto	Incorrecto
SN4	27,67	53,19

Como se muestra en la tabla 8, la única estrategia de sentido numérico que surgió fue estimar el resultado usando la representación gráfica del enunciado (SN4), como se ejemplifica en la Figura 7, aunque no siempre fue correcta. Entre los errores (53,19%) encontramos dos tipos: los estudiantes que no representaron correctamente las fracciones (en su mayoría por dificultades para representar 1/3) y los que, a pesar de realizar una representación correcta de la situación, no fueron capaces de interpretar el resultado obtenido. Las respuestas en la categoría *no sentido numérico*, aunque poco frecuentes (4,26%) presentaba el algoritmo de la suma de fracciones, calculando el mínimo común múltiplo para expresarlas con denominador común.

SN4. Usar representaciones gráficas de las operaciones.

Figura 7. Uso de la com*p*onente SN4 en la tarea 4

DISCUSIÓN FINAL

En las respuestas de los estudiantes a las 4 tareas expuestas encontramos diferencias en el éxito y en las estrategias utilizadas para responder cada una de ellas. Se observa que surgen las componentes de sentido numérico esperadas *a priori*, SN3 y SN4, sin embargo, en algunas las tareas encontramos baja frecuencia en el uso de las mismas, estando el rango del SN entre un 31,91% - 80,85%. También observamos un escaso uso de la componente SN11, ya que en las justificaciones de los estudiantes hay escasas alusiones a si es un resultado razonable o no.

En el caso de la tarea 1 se da un alto uso de estrategias clasificadas como de *no sentido numérico,* con un 46,81%, en oposición a los otros tareas en los que sí predomina el uso del sentido numérico. Aunque esto se muestra en las 4 tareas seleccionadas, ocurre lo mismo con el resto de las tareas de la prueba. Es decir, existe una influencia del tipo de concepto matemático y de enunciado para elegir la estrategia correcta de sentido numérico. Por ejemplo, la tarea 1 pide ordenar fracciones, pero utilizando estrategias que no implique hacer cálculos escritos o algoritmos de la división. El bajo sentido numérico observado puede deberse a que es un enunciado estándar que los alumnos asocian con seguir un procedimiento mecanizado, que les da seguridad, o bien, que la enseñanza no les ha llevado a usar métodos alternativos para ordenar fracciones.

Destacan los estudiantes que escogen un procedimiento propio del sentido numérico, pero la falta de dominio de conceptos les lleva a una respuesta incorrecta. Esta situación es predominante en la tarea 4, en el que un 53,19% de los estudiantes realizaron una representación gráfica de la situación para estimar una suma de fracciones, pero cometen errores en la propia representación o interpretación de la misma; o en la tarea 3, en la que muchos estudiantes tienen dificultades con las unidades de medida.

En conclusión, aunque encontramos que un porcentaje de estudiantes de este estudio hizo uso correcto de las componentes del sentido numérico analizadas, es en la mayoría de las tareas insuficiente para el nivel académico que cursaban. Esto refleja la necesidad de trabajar en el aula de manera explícita este tipo de estrategias. Por otra parte, sería de interés analizar si el desarrollo de estrategias de sentido numérico en secundaria llevaría a retomar y mejorar aspectos conceptuales no superados de la educación primaria.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte del proyecto EDU2011-29324: Modelos de competencia formal y cognitiva en pensamiento numérico y algebraico de estudiantes de primaria, de secundaria y de profesorado de primaria en formación. Ministerio de Ciencias e Innovación, Madrid.

Referencias

Albarracín, LL & Gorgorió, N. (2013). Problemas de estimación de grandes cantidades: Modelización e influencia del contexto. Relime, 16(3), 289-315.

Castillo-Mateo, J. J., Segovia, I., Castro, E. & Molina, M. (2012). Categorización de errores en la estimación de cantidades de longitud y superficie. En D. Arnau, J. L. Lupiáñez, y A. Maz (Eds.), Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática (pp. 63-74). Valencia: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de València y SEIEM.

De Castro, C., Castro, E. & Segovia, I. (2004). Errores en el ajuste del valor posicional en tareas de estimación: Estudio con maestros en formación. En E. Castro y E. de la Torre (eds.) Actas del VIII Simposio de la SEIEM, pp.183-194. A Coruña: Universidad da Coruña.

Gómez, B. (1995). Tipología de errores en el cálculo mental. Un estudio en el contexto educativo. Enseñanza de las Ciencias, 13(3), 313-325.

McIntosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. For the learning of mathematics, *12*(3), 2-8.

Mohamed, M. & Johnny, J. (2010). Investigating Number Sense Among Students. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, *8*, 317-324.

Reys, B. J. (1991). *Developing number sense: Addenda series, grades 5-8*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Reys, B.J. & Yang, D.C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth and eighth grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*(2), 225-237.

Sengul, S. & Gulbagci, H. (2012). An investigation of 5th grade Turkish students' performance in number sense on the topic of decimal numbers. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, *46*, 2289-2293.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. En Grouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 245-275. MacMillan Publishing Company. New York.

Veloo, P.K. (2010). *The development of number sense and mental computation proficiencies: An intervention study with secondary one students in Brunei Darussalam*. Doctor Ph. University of Otago, Dunedin. New Zealand.

Yang, D.C., Li, M.N. & Lin, C.I. (2008). A study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *6*, 789-807.

Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by 6th grade students in Taiwan. *Educational Studies*, *31*(3), 317-333.