

# LA ACTIVIDAD DOCENTE DE UN PROFESOR: GEOMETRÍA, TECNOLOGÍA Y GRUPOS DE RIESGO

## The teaching activity of a teacher: Geometry, technology and groups at risk

Alberto Arnal-Bailera<sup>a</sup>, Núria Planas<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Universidad de Zaragoza, <sup>b</sup>Universidad Autónoma de Barcelona

### Resumen

*En este informe se presentan algunos de los resultados de una investigación de tesis doctoral (Arnal, 2013) sobre el diseño, la implementación y la evaluación de una situación escolar de enseñanza y aprendizaje de la Geometría en un entorno tecnológico con alumnado de secundaria. En un informe anterior (Arnal y Planas, 2013) se documentaron dos resultados sobre aprendizaje derivados de la construcción del caso de un alumno. Ahora documentamos dos resultados sobre la actividad docente de un profesor. Por un lado, indicamos el efecto del uso de un programa de geometría dinámica en la superación parcial de percepciones limitadoras sobre la capacidad matemática de una alumna. Por otro, señalamos las reticencias ante el aprovechamiento del entorno tecnológico en el apoyo de la participación matemática de los alumnos.*

**Palabras clave:** *actividad docente, Geometría, uso de tecnología, alumnado en riesgo, estudio de caso.*

### Abstract

*In this report we present results from a doctoral dissertation (Arnal, 2013) on the design, implementation and evaluation of a school situation of teaching and learning Geometry in a technological environment with secondary students. In a previous report (Arnal & Planas, 2013), two results about learning coming from the construction of the case of a student were documented. Now we document two results about the teaching activity of a teacher. On the one hand, we point to the effect of the use of dynamic geometry software on the partial overcoming of limiting perceptions of a student's mathematical ability. On the other, we indicate the reservation concerning the exploitation of the technological environment in the support of the students' participation.*

**Keywords:** *teaching activity, Geometry, use of technology, at-risk students, case study.*

### INTRODUCCIÓN

En el trabajo de tesis doctoral Arnal (2013) se construyeron casos de alumno y de profesor a fin de examinar relaciones entre enseñanza y aprendizaje de la Geometría en aulas de secundaria con alumnado en situación de riesgo social. En Arnal y Planas (2013) se expuso parte del caso de un alumno para ilustrar resultados sobre su participación matemática en un entorno de clase caracterizado por el uso de artefactos tecnológicos y discusiones en gran grupo. Se probó que la tecnología había influido notablemente en la generación de oportunidades de aprendizaje matemático en el aula y, en particular, en las formas de hacer matemáticas del alumno en interacción con sus compañeros y con el profesor. En este informe, de modo complementario, presentamos resultados derivados de la elaboración del caso de un profesor sobre la actividad de enseñanza en un mismo tipo de entorno didáctico-pedagógico pero en otra aula del centro escolar.

Para la construcción de casos de profesor y de modo similar a lo que se realizó con los casos de alumno, se recurrió a dos dimensiones cuyo análisis se corresponde respectivamente con la consecución de los siguientes objetivos científicos:

Arnal-Bailera, A., Planas, N. (2014). La actividad docente de un profesor: geometría, tecnología y grupos de riesgo. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 147-155). Salamanca: SEIEM.

- Objetivo 1 (dimensión instrumental). Identificar progresos y dificultades relativos al uso directo o indirecto de tecnología en la enseñanza de la Geometría.
- Objetivo 2 (dimensión afectiva). Identificar actitudes y emociones relativas a la introducción de un entorno tecnológico en dicha enseñanza.

Hay una dimensión, la discursiva, que está presente a lo largo de nuestra investigación y se cruza con la instrumental y la afectiva. Tomamos como supuesto que cada intervención de alumno o profesor influye en la producción de los significados que acaban siendo realizables (en el sentido de discutidos) mediante acciones concretas de habla en el aula. En la articulación conjunta de actividades de enseñanza y aprendizaje, asumimos que las intervenciones locales del alumno tienen un impacto observable en las intervenciones locales del profesor, y viceversa. No hay, por otra parte, discursos o intervenciones “individuales” que sean explicables según características de una única persona. Cualquier apreciación de un profesor sobre, por ejemplo, las posibilidades de rendimiento matemático en una clase con alumnado en riesgo social, es el resultado de la integración de varios y distintos discursos con impacto en el contexto escolar. Esto implica que los contenidos de cualquiera de los estudios de caso informan sobre el caso específico y, a su vez, sobre el resto de casos potencialmente configurables en torno a otros participantes del aula.

En lo que sigue, resumimos el enfoque teórico aplicado al análisis de las dimensiones instrumental y afectiva. Luego relatamos el experimento didáctico para la toma de datos y el procedimiento de análisis aplicado al desarrollo de casos de profesor. Continuamos con la ejemplificación parcial del caso de Josean y la síntesis de dos resultados obtenidos durante su construcción. Acabamos con una breve discusión que apunta a acciones futuras de investigación.

## **RELEVANCIA DE LA DIMENSIÓN INSTRUMENTAL**

En las aulas del centro escolar de nuestra investigación, la mayoría del alumnado vive procesos de exclusión social de distinta índole, mientras que una parte importante del profesorado menciona la necesidad de diseñar dinámicas de clase que logren más motivación e implicación en el aprendizaje. En este escenario surge el proyecto de innovación, basado en la utilización de ordenadores, pizarras digitales y un programa de geometría dinámica, cuya implementación es el punto de partida del estudio. No hay, pues, un interés intrínseco e inicial por la dimensión instrumental, sino que se llega a ella desde el interés por identificar recursos pedagógicos y didácticos que contribuyan al logro de cambios positivos en las trayectorias de participación matemática del alumnado.

Siguiendo a Morera (2013), por dimensión instrumental nos referimos al conjunto de procesos que intervienen en la gestión de situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con presencia y uso significativo de herramientas tecnológicas. Disponemos de trabajos cercanos que adaptan el análisis de esta dimensión a la caracterización de entornos de enseñanza de Geometría, entre los que destaca el de Ferrer, Morera y Fortuny (2014). En el ámbito internacional Mariotti (2000) explora la actividad docente del profesor en el desarrollo de procesos de génesis instrumental en clase, con énfasis en la gestión del grupo y del programa de geometría dinámica durante la resolución de problemas. Esta autora señala que debe ser explorado hasta qué punto y cómo la presencia de ordenadores y programas específicos “perturba”, en el sentido de cuestionar y modificar, el contexto pedagógico y didáctico del profesor.

Hohenwarter, Hohenwarter y Lavicza (2010) en su trabajo con profesores de secundaria usando el programa GeoGebra, relatan dificultades de dominio e integración de la tecnología en clase de matemáticas. Respecto a estas dificultades Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer (2006) destacan los retos de manejar distintas dinámicas en clase, combinar nuevas tecnologías con lápiz y papel, y adecuar convenientemente los objetivos de la enseñanza. En un esfuerzo por imaginar prácticas de aula que faciliten la actividad matemática con tecnología, Drijvers y sus colegas (2010) formulan seis tipos de orquestación instrumental. De estos tipos, dada la importancia que damos a la

dimensión discursiva, tomamos los de ‘demostración técnica’ y ‘explicación de pantalla’ para el trabajo individual y en parejas con el programa de geometría dinámica en los portátiles, y los de ‘discusión de pantalla’ y ‘trabajo del sherpa’ para la discusión en gran grupo con la visualización en la pantalla digital interactiva de producciones de alumnos.

La ‘demostración técnica’ es un tipo de orquestación consistente en el uso y ejemplificación de instrumentos técnicos a cargo del profesor. Cuando el profesor prioriza el contenido matemático ante el grupo clase guiado por lo que ocurre en la pantalla del ordenador, el tipo es ‘explicación de la pantalla’. Por otro lado, el tipo ‘discusión de pantalla’ consiste en la participación del grupo clase en una discusión sobre lo que el profesor muestra en la pantalla mediante video-proyección, con el objetivo de impulsar la génesis instrumental colectiva. El cuarto tipo en nuestro estudio es el de ‘trabajo del sherpa’, donde un estudiante denominado sherpa usa la tecnología para presentar su trabajo y realizar las acciones que el profesor le solicite.

## **RELEVANCIA DE LA DIMENSIÓN AFECTIVA**

Así como el interés por la dimensión instrumental se origina al pensar en recursos de clase motivadores para grupos en situación de riesgo, el interés por la dimensión afectiva surge al identificar obstáculos al logro de cambios en las trayectorias de participación matemática del alumnado. Nos referimos a la identificación de una percepción generalizada entre el profesorado de matemáticas del centro del estudio acerca de la dificultad de mejorar el rendimiento en clase de sus alumnos. De ahí asumimos que en el análisis de la implementación de la propuesta didáctica que se elabora como parte del proyecto de innovación, se deberán tener en cuenta aspectos afectivos que puedan estar influyendo en la toma de decisiones y en el desarrollo u omisión de acciones concretas en la gestión de la actividad docente. Dentro de los aspectos afectivos, por tanto, situamos las percepciones como fundamentales en la generación e interpretación de prácticas (Arnal, 2010).

Siguiendo a Blanco (2012), por dimensión afectiva entendemos el conjunto de experiencias que provocan distintas reacciones emocionales que influyen en la formación de creencias, en el comportamiento y en el rendimiento en las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El trabajo de Casas, Luengo y Maldonado (2012), junto con el de Hidalgo, Maroto, Ortega y Palacios (2012), son ejemplos de la atención prestada al estudio de este tipo de experiencias por equipos de investigación del país. Los primeros se centran en las emociones del profesorado respecto al trabajo con ordenadores y los segundos en la caracterización del dominio afectivo. Unos y otros apuntan a la importancia de examinar cómo las experiencias interiorizadas por el profesorado se expresan mediante actitudes y emociones que condicionan las acciones orientadas al desarrollo de estrategias y dinámicas de clase.

En nuestra investigación, profesores y alumnos tienen que regular sus experiencias emocionales en un entorno de trabajo tecnológico y colaborativo de reciente introducción y, por tanto, sometido a un sistema de normas poco desarrollado. Al respecto y a pesar de que uno de los objetivos es identificar cambios en la dimensión afectiva asociados al uso de tecnología en clase de matemáticas, no debe obviarse que también se está experimentando una situación de establecimiento y ajuste a normas sobre cómo gestionar y participar en las discusiones en grupo acerca de la resolución de las tareas. Estas consideraciones sobre las normas contribuyen a poner de relieve el carácter social de los procesos de construcción de la dimensión afectiva; y en particular, señalan la especial complejidad de las experiencias emocionales por hallarse profesores y alumnos en un escenario didáctico-pedagógico distinto al habitual.

## **DISEÑO EXPERIMENTAL Y MÉTODOS**

En primavera de 2010 se empezó a trabajar con tres profesores de matemáticas que impartían clase en aulas de un centro de secundaria en Huesca, ubicadas dentro de los denominados programas

institucionales de apoyo. Los tres profesores aceptaron implementar una secuencia didáctica de Geometría que se les proporcionó y comentó con antelación. En el diseño de la secuencia se tuvo en cuenta la inclusión de problemas cuyos enunciados evocaran contextos extra-matemáticos cercanos a los alumnos, como el que se ejemplifica en la Figura 1. Otro aspecto que se trató con los profesores fue el de considerar el uso del software dinámico en la presentación de los distintos problemas y en la fase de acercamiento durante las explicaciones iniciales dirigidas a la familiarización con la doble situación matemática y extra-matemática sugerida por el enunciado.

La secuencia didáctica estuvo compuesta por cinco sesiones de clase que, a su vez, incluían varias tareas. Para cada sesión, se elaboró un guión que se suministró a los profesores a fin de concretar opciones de configuración didáctica y modos de explotación de las tareas (Trouche, 2004). La segunda sesión, de la que tomamos datos para este informe, trató las nociones de mediatriz y circuncentro y su construcción como lugares geométricos. En las primeras tareas de la sesión y de acuerdo con el guión, se proponía una aproximación con lápiz y papel, seguida de una construcción punto a punto de la mediatriz como lugar geométrico donde concurren los puntos que equidistan de los extremos de un segmento representados por dos amigos en un parque. Luego se proponía una tarea de profundización sobre qué ocurriría si hubiera tres amigos y se buscara un punto a la misma distancia de los tres, pidiendo relacionar esto con las mediatrices consideradas (ver Fig. 1). Se sugería buscar la solución por parejas con ayuda de los portátiles. Además de las recomendaciones para los modos de explotación, para todas las tareas el guión del profesor describía la solución. Por ejemplo, en la parte destinada a la tarea de profundización, se indicaba la suficiencia de la solución con la intersección de solo dos mediatrices (ver fotografía de la derecha en Fig. 1).

Abdel, Blanca y Conrad están en los puntos blancos. Queremos situarnos en un lugar que esté a la misma distancia de los tres. Buscad un lugar que cumpla esta condición.

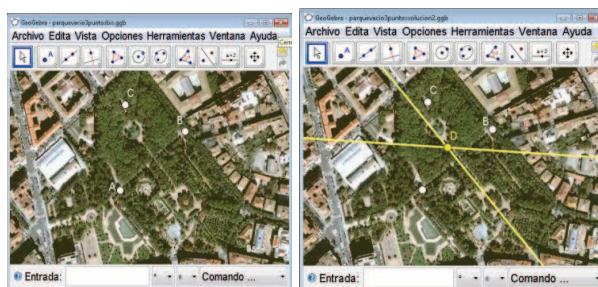


Figura 1. Enunciado y solución propuesta de una tarea

Las sesiones se grabaron en video, con una cámara enfocada en la pizarra y otras dos en los alumnos; con esto bastó para obtener el registro de las acciones del profesor. En cada guión del profesor, se incluyeron preguntas para identificar actitudes y emociones, entre ellas: “¿Cómo te encuentras ahora, antes de empezar a trabajar con los alumnos? Da un par de calificativos que expresen cómo te sientes”. Hubo cuestiones intercaladas para identificar progresos y dificultades en el desarrollo de la enseñanza, además de posibles cambios en actitudes y emociones, entre ellas: “Comenta: Hoy mis alumnos están más implicados que otras veces en la actividad” y “Comenta: La tecnología ha hecho más fácil desarrollar mis explicaciones”. Tras cada sesión y durante el mismo día lectivo, se llevó a cabo una entrevista con el profesor. Las cinco entrevistas con un profesor se organizaron según las respuestas escritas que este hubiera dado en los guiones de sesión. Si, por ejemplo, el profesor había escrito sobre la dificultad de mantener la atención de los alumnos en las actividades en la pizarra, se le leía su frase exacta y se le pedía que la comentara. Videos, guiones y entrevistas fueron la fuente primaria en la construcción de cada caso.

Los métodos de análisis fueron esencialmente cualitativos e interpretativos, con adecuación al principio de comparación constante, vuelta en repetidas ocasiones a datos ya revisados y agrupación

de datos comparables en torno a aspectos afectivos e instrumentales. Respecto al primer objetivo, para identificar progresos y dificultades en la enseñanza se buscaron y contrastaron episodios que evidenciaran progresos o dificultades en la enseñanza de un concepto o procedimiento matemático. Respecto al segundo objetivo, para identificar (cambios en) actitudes y emociones se asignaron valores positivos, negativos y no concluyentes a datos donde hubiera manifestaciones explícitas de afecto (e.g., “Felicitas a un alumno, mientras se ríe, satisfecho de su trabajo” –valor positivo; “Me fui desesperando según avanzaba la sesión” –valor negativo; “(La secuencia) resulta interesante, pero se pasa muy rápido el tiempo” –valor no concluyente). Estos valores se compilaron y luego se compararon. El total de (cambios en) actitudes y emociones y el total de progresos y dificultades son los resultados principales involucrados en la construcción de cada caso de profesor.

## CONSTRUCCIÓN DEL CASO DE JOSEAN

Pasamos a explicar dos resultados obtenidos en la elaboración del caso de Josean. El primer resultado alude a la dimensión afectiva, por lo que contribuye a la consecución del objetivo sobre identificación de cambios en actitudes y emociones del profesor durante su gestión del entorno tecnológico. El segundo resultado alude a la dimensión instrumental, por lo que contribuye a la consecución del objetivo sobre identificación de progresos y dificultades en la enseñanza de Geometría durante la resolución de problemas. Hemos seleccionado estos resultados porque señalan dos temas de especial relevancia, que son respectivamente: la percepción generalizada en el profesorado acerca de la baja capacidad matemática del alumnado en riesgo de exclusión social y la naturaleza problemática de la transición de la enseñanza de las matemáticas sin tecnología y centrada en la práctica magistral a la enseñanza con tecnología y discusión guiada por el profesor.

### Superación parcial de percepciones limitadoras sobre los alumnos

En la segunda sesión de clase, al comenzar la discusión de la tarea sobre la construcción del circuncentro como lugar geométrico (ver Fig. 1), Josean da valor a las realizaciones matemáticas de Stefani, que ha sido la primera en terminar y que ha utilizado de modo efectivo aunque incompleto el programa de geometría dinámica (i.e., localización del triángulo con vértices en los tres amigos; representación de solo dos mediatrices; comprobación de la intersección de dos mediatrices en un punto). El profesor anima a esta alumna a explicar su proceso de resolución a Ikram, quien ha manifestado dificultades tal como se lee en el siguiente episodio:

- Josean: Ahora tenemos tres personas, Abdel, Blanca y Conrad, y la pregunta que os hace es si hay algún punto que esté a la misma distancia de los tres y si lo sabéis encontrar.
- Ikram: [en su mesa] Josean, ¡no sale!
- Josean: A ver quién es el primero que consigue encontrar el punto.
- Stefani: [en su mesa, al lado de Ikram] ¡Es que no hay mediatriz!
- Josean: Ya casi lo has sacado, a ver cómo lo has hecho, esta es la mediatriz de B y A y esta... se cortan en un punto... ¿Sabes cómo sacar el punto donde se cortan dos rectas? Cuando lo hagas puedes medir la distancia a A o B, a ver qué pasa.
- Stefani: [transcurridos unos instantes] Josean, ¡ya me ha salido! ¡Mira!
- Josean: ¡Muy bien!
- Stefani: Ocho, ocho y ocho, este es este, este es este...
- Josean: Los tres son cero coma ochenta y ocho. Muy bien. Stefani ha encontrado el punto que está a la misma distancia, en concreto le sale cero coma ochenta y ocho a los tres puntos. Además lo ha hecho por el proceso correcto. Así que coméntaselo a Ikram y explícale el proceso.

Argumentamos que Josean aprovecha la construcción parcial del circuncentro de Stefani con dos mediatrices para animarla públicamente, explicarle cómo construir el punto de corte y pedirle que compruebe la solución con la herramienta de GeoGebra “distancia/longitud” (lo cual queda claro en los datos de video). Posteriormente pone en valor la realización de la alumna, haciendo hincapié en la validez matemática del proceso seguido. Profundiza en ello cuando le pide que explique la resolución a Ikram. Josean se refiere a Ikram en varias de las entrevistas como la de mejor rendimiento matemático en clase, mientras que habla de Stefani como la de peor rendimiento. De nuestro análisis se infiere que el profesor supera puntualmente sus percepciones sobre la capacidad de Stefani para explicar matemáticas a una compañera. El episodio de la sección que sigue a esta se ha seleccionado para ilustrar otro tipo de resultado, pero en él también se observa una actuación docente que facilita la participación matemática de Stefani.

La información recabada en otras sesiones nos obliga a matizar el grado de validación pública de la capacidad matemática de los alumnos y de Stefani en particular. En la quinta sesión, por ejemplo, cuando el profesor pregunta por la interpretación geométrica de la expresión algebraica del Teorema de Pitágoras, tras varias respuestas erróneas de alumnos, Stefani responde “a y b suman lo que c” (a, b y c son los nombres dados a los segmentos del triángulo rectángulo que hay en la pizarra). Josean, sin embargo, no indaga en la respuesta de Stefani; en su lugar responde: “¿Cómo que a y b suman lo de c? No me convence esa explicación, alguien que me lo sepa decir mejor”. No hay, por tanto, una actuación docente que reafirme la superación de percepciones limitadoras sobre la capacidad matemática de Stefani. A pesar de ello, entendemos que lo que ocurre en el episodio reproducido es paradigmático de un inicio de cambio en los modos de considerar las posibilidades de participación matemática de los alumnos. Entendemos, además, que este inicio de cambio en la actuación docente (que podrá o no consolidarse) viene propiciado por los cambios didáctico-pedagógicos en la cultura del aula que llevan a cambios en las formas de participación de alumnos que antes del uso del programa de geometría dinámica apenas intervenían.

### **Reticencias ante la explotación compartida del entorno tecnológico**

En la segunda sesión, se verifica la opción de construir el lugar geométrico de los puntos que equidistan de dos amigos. Tras la exploración con lápiz y papel y la construcción punto a punto con ordenador, los alumnos concluyen que estos puntos forman una recta y utilizan la herramienta “mediatriz” que dibuja el objeto. GeoGebra interpreta la mediatriz como lugar geométrico ya que la construye a partir de dos puntos, no a partir del segmento que los une, y por tanto no aplica la definición de recta perpendicular por el punto medio del segmento. En discusión conjunta se ve que los puntos que equidistan de tres amigos son construibles con el programa de geometría dinámica y que forman una recta que cumple las condiciones de mediatriz. De ahí y tal como se lee en el siguiente episodio, los alumnos se enfrentan a la utilización reiterada de la funcionalidad del programa que construye la mediatriz de dos puntos:

Stefani: [en la pizarra digital] Ah, sale un círculo, claro...

Josean: Pasa por los tres puntos, porque todos están a la misma distancia del punto que has hallado. Bueno, explícaselo a tus compañeros. Chicos, atendedla, que os va a explicar cómo ha resuelto ella el problema.

Stefani: ¿Cómo que lo explique?

Josean: Lo que has hecho.

Stefani: He sacado la mediatriz, he hallado el punto donde se cortaban...

Josean: Has sacado dos mediatrices... Esta que es el conjunto de todos los puntos que están a la misma distancia de A y de C y esta que es el conjunto de todos los puntos que están a la misma distancia de A y de B. ¿De acuerdo? Y estas dos rectas se cortan en un punto. Y ese punto es especial. ¿Por qué?

Stefani: Porque la distancia de los tres puntos...

Josean: Porque este punto está a la misma distancia...

Stefani: De los tres.

Josean: ...de los tres. ¿De acuerdo? Todos los puntos de aquí están a la misma distancia de A y de B, todos los puntos de aquí están a la misma distancia de A y de C. Pero hay un punto especial, que es donde se cortan las dos rectas, que está a la misma distancia de los tres. Y solamente ese punto, ¿de acuerdo? De hecho has trazado luego una circunferencia con centro en ese punto, y que pasaba por uno de los tres puntos, y hemos visto que pasaba por los tres, porque estaba a la misma distancia ese punto de los tres puntos. Está a cero coma ochenta y ocho, luego si trazamos una circunferencia de centro el punto que hemos hallado y radio cero coma ochenta y ocho, tiene que pasar obligatoriamente por los tres puntos... [sigue el profesor].

Del conjunto de datos, inferimos la existencia de reticencias del profesor ante el aprovechamiento de la intervención de Stefani en el entorno tecnológico. Josean no incorpora en la discusión el descubrimiento de la mediatriz como línea recta. A pesar de haber interactuado explícitamente con la alumna, no aprovecha el resultado para proseguir la explicación o para que Stefani reflexione algo más, por ejemplo mediante la funcionalidad de GeoGebra de construir la línea recta que pasa por dos puntos y comprobar que contiene todos los puntos dibujados. Más tarde pide a la alumna salir a la pizarra a explicar la construcción del circuncentro como lugar geométrico de los puntos que equidistan de los tres amigos, pero poco después la interrumpe sin revisar lo explicado ni clarificar una imprecisión matemática. Josean devalúa el valor de la participación de los alumnos al anticiparse y ser él quien termina resolviendo la tarea, aún cuando esto suponga modificar los tipos de orquestación planificados sobre todo en lo respecta al ‘trabajo del sherpa’.

Josean concibe la utilidad de la tecnología desde la perspectiva de la actuación docente por delante de la participación de los alumnos. Entendemos que este profesor no facilita ciertas oportunidades de aprendizaje en torno a la construcción y propiedades de la bisectriz y del circuncentro, en parte por las restricciones que impone a la participación de Stefani en la pizarra digital, y de otros alumnos en otras sesiones. La interrupción de las explicaciones matemáticas de un alumno ante el grupo clase provoca que quede minimizado el impacto de su participación en los procesos de aprendizaje del resto de alumnos. En general, se incorpora la pizarra digital interactiva como recurso en el aula pero no se le da a este recurso un papel transformador de los modos de actuación docente centrados en el control y la explicación matemática a cargo del profesor. Por el mero hecho de introducir el uso de la pizarra digital se produce una mejora en las condiciones de participación matemática y de discusión en grupo. Esta mejora, sin embargo, es gestionada de un modo que repercute débilmente en el incremento de la participación matemática de los alumnos.

## DISCUSIÓN FINAL Y ACCIONES FUTURAS

El caso de Josean proporciona conocimiento acerca de cómo este profesor gestiona su actividad de enseñanza para facilitar en el alumnado formas de participación en clases de matemáticas caracterizadas por el uso de la tecnología (pizarra digital interactiva y programa de geometría dinámica) y la discusión en grupo. Se ha presentado un primer resultado sobre la superación parcial de percepciones limitadoras respecto a la capacidad matemática de los alumnos por hallar propiedades geométricas de segmentos y triángulos. La documentación de un segundo resultado ha puesto de manifiesto las reticencias del profesor ante la explotación compartida y equilibrada con los alumnos de la actividad matemática producida en el entorno tecnológico.

Convendrá examinar hasta qué punto los modos de actuación e interacción del profesor quedan determinados por el uso matemáticamente significativo y pedagógicamente compartido de artefactos tecnológicos en clase. Si bien abundan en el área las investigaciones sobre modos de actuación docente ante el uso de programas de geometría dinámica, no conocemos investigaciones

sobre entornos tecnológicos que además atiendan al uso de la pizarra digital interactiva en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. De nuestro estudio actual se desprende que la opción pedagógica de hacer que los alumnos interactúen con la pizarra digital no va asociada a la opción didáctica de hacer que la participación de los alumnos en la pizarra sea tenida en cuenta como contenido relevante de la discusión matemática. Es fundamental preguntarse sobre qué modos de actuación docente favorecerán la función didáctica, y no solo pedagógica, del tipo de orquestación denominado ‘trabajo del sherpa’, donde el alumno no ejerza simplemente de ayudante del profesor sino que tenga un papel de guía en su aprendizaje matemático y el de sus compañeros.

### Agradecimientos

Al Ministerio de Economía y Competitividad, por la financiación del Proyecto EDU2012-31464, y al equipo de GIPEAM –Grupo de Investigación en Práctica Educativa y Actividad Matemática, con referencia 2014 SGR 972 de la Generalitat de Catalunya– por las aportaciones al trabajo.

### Referencias

- Arnal, A. (2010). *El uso de la pizarra digital interactiva como elemento dinamizador del aprendizaje de las matemáticas en aulas con población en riesgo de exclusión social*. Trabajo para la Obtención de la Suficiencia Investigadora. Madrid: UNED.
- Arnal, A. (2013). *Mediación tecnológica en la enseñanza y el aprendizaje de Geometría con grupos de riesgo: Estudio múltiple de casos*. Manuscrito de Tesis Doctoral. Bellaterra: UAB.
- Arnal, A. y Planas, N. (2013). Uso de tecnología en el aprendizaje de la Geometría con grupos de riesgo: un enfoque discursivo. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Actas del XVII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 157-164). Bilbao: SEIEM.
- Blanco, L. J. (2012). Influencias del dominio afectivo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp.171-185). Barcelona: Graó.
- Casas, L. M., Luengo, R. y Maldonado, A. M. (2012). Emociones ante el uso de las TIC en Educación. En V. Mellado, L. J. Blanco, A. B. Borrachero y J. A. Cárdenas (Eds.), *Las emociones en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias y las Matemáticas. Volumen I* (pp. 89-102). Badajoz: DEPROFE.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H. y Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 213-234.
- Ferrer, M., Morera, L. y Fortuny, J. M. (2014). Efectos de la actuación docente en la generación de oportunidades de aprendizaje matemático. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(en prensa).
- Hidalgo, S., Maroto, A. Ortega, T. y Palacios, A. (2012). Influencia del dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. En V. Mellado, L. J. Blanco, A. B. Borrachero y J. A. Cárdenas (Eds.), *Las emociones en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias y las Matemáticas. Volumen I* (pp. 217-242). Badajoz: DEPROFE.
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. y Lavicza, Z. (2010). Evaluating difficulty levels of dynamic geometry software tools to enhance teachers’ professional development. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(3), 127-134.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. y Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 275-304). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 25-53.
- Morera, L. (2013). *Contribución al estudio de la enseñanza y el aprendizaje de las isometrías mediante discusiones en gran grupo con el uso de tecnología*. Manuscrito de Tesis Doctoral. Bellaterra: UAB.



Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.