

EL CONOCIMIENTO DE LOS ESTUDIANTES PARA MAESTRO (TEDS-M ESPAÑA) DESDE LA PERSPECTIVA DE SU ESPECIALIZACIÓN¹

Student primary teachers' knowledge (TEDS-M Spain) from the perspective of their specialization

José Carrillo

Universidad de Huelva

Resumen

Se extraen algunas ideas de Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014) para contextualizar este artículo. A continuación se presenta una perspectiva sobre lo que va a entenderse por conocimiento profesional en la que destaca su amplitud y utilidad, y el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK), que permitirá interpretar el contenido del artículo de los autores mencionados. Se subrayan las limitaciones de los futuros maestros en el conocimiento del tema y de la estructura matemática en relación con números y operaciones, así como las limitaciones propias de los estudios basados en cuestionarios. Asimismo, se analiza la propuesta de temas de TEDS-M desde el modelo MTSK y se presenta una tabla que relaciona el análisis didáctico del contenido con este modelo, lo que permite mirar los resultados desde otra perspectiva, estableciendo algunas conclusiones en relación con el conocimiento didáctico del contenido.

Palabras clave: *conocimiento matemático, conocimiento didáctico del contenido, formación inicial de maestros, TEDS-M, números*

Abstract

Some ideas from Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014) are included to contextualize this paper. It follows, on the one hand, the perspective we are using to understand professional knowledge, which emphasizes wideness and usefulness, and, on the other hand, the mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK), that will allow interpret the content of the abovementioned authors' paper. One highlights limitations of pre-service primary teachers concerning knowledge of topics and of the structure of mathematics with respect to numbers and operations, as well as limitations owed to the questionnaire-based studies in general. Likewise one analyses TEDS-M proposal of themes using the MTSK model, and one presents a table with the relationship between the didactical analyses of content and this model; it allows look at the results from another perspective, and establish some conclusions about the pedagogical content knowledge domain.

Keywords: *mathematical knowledge, pedagogical content knowledge, pre-service primary teacher education, TEDS-M, numbers*

ESTUDIO TEDS-M

La participación de España en el estudio TEDS-M tuvo el propósito de establecer relaciones entre la formación inicial de nuestros maestros (entendiendo formación como conocimiento) y las características del plan de estudios correspondiente a dicha formación inicial, así como situar a esta en una perspectiva internacional (Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez, 2014). Los resultados globales colocan el conocimiento matemático de nuestros futuros maestros en 481 puntos, y el conocimiento didáctico del contenido matemático en 492, en relación con la media internacional de 500. El

Carrillo, J. (2014). El conocimiento de los estudiantes para maestro (TEDS-M España) desde la perspectiva de su especialización. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 115-123). Salamanca: SEIEM.

análisis efectuado y los resultados obtenidos proporcionan descriptores y categorías de esa formación y del conocimiento de los futuros maestros.

El análisis presentado por Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014) supone una profundización en los resultados del estudio TEDS-M en relación con contenidos de números y operaciones. Para ello, han necesitado elegir un marco conceptual diferente del utilizado en TEDS-M respecto al análisis del conocimiento didáctico del contenido: el marco del análisis didáctico (Rico, Lupiáñez y Molina, 2013).

Los autores analizan críticamente aspectos metodológicos y conceptuales de TEDS-M, como el diseño del cuestionario y las guías de corrección, y la deficitaria caracterización de los dos dominios estudiados (el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido), lo que conlleva la dificultad de justificar la interpretación de algunos resultados. Expresan asimismo la duda de si algunas respuestas incorrectas a preguntas sobre conocimiento didáctico del contenido pueden explicarse por la falta de conocimiento matemático, debido a la necesidad de ambos conocimientos para responder a dichas preguntas.

PERSPECTIVA TEÓRICA

No existe un acuerdo general sobre cuál debería ser el contenido de la formación inicial del profesor para la enseñanza de la matemática, ni sobre cómo determinar los niveles de logro en relación con el conocimiento construido en dicha formación. Sin embargo, parece que hay consenso en cuanto a la necesidad de que esos niveles de logro informen del conocimiento como producto y como proceso (incluyendo, por tanto, su construcción y sus dimensiones).

Caracterizaciones amplias de conocimiento, como la de Llinares o la de Pajares, ayudan a establecer cierto grado de acuerdo sobre aquello a lo que nos referimos cuando hablamos de conocimiento. Mientras que Pajares (1992) habla del conocimiento como una amplia red de conceptos, imágenes y habilidades, Llinares (1998) afirma que el conocimiento (profesional) “*incluye no sólo la información específica sobre datos y métodos de comprobación de resolución de problemas, sino también la información necesaria para definir y comprender los problemas con los que debe enfrentarse el profesional*” (p. 55). Obsérvese que la caracterización de Pajares incluye las habilidades, lo que es coherente con la formulación de los temas que se consideran en el estudio TEDS-M, como se verá más adelante. Por su parte, Llinares nos habla de la utilidad del conocimiento, se trata de un conocimiento con una orientación clara.

Al enfrentar la elaboración de los instrumentos de recogida de información y de análisis de datos, la diferenciación clásica de Shulman (1987) entre conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido se impone. Varios modelos han emergido con base en la propuesta de Shulman; entre otros:

- *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) (Ball, Thames y Phelps, 2008), con la inclusión del subdominio del conocimiento especializado del contenido dentro del dominio del conocimiento matemático;
- *Knowledge Quartet* (KQ) (Rowland, Turner, Thwaites y Huckstep, 2009), con la consideración de una dimensión para las conexiones entre contenidos y otra para las situaciones de contingencia;
- *Conocimiento Didáctico-Matemático* (CDM) (Godino, 2009), que propone un refinamiento de los subdominios del MKT a partir de la consideración de las facetas epistemológica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica, con correspondientes niveles de análisis y consignas para su evaluación.

Con base en el MKT fundamentalmente, y en las conexiones del KQ desde el enfoque de Martínez, Giné, Fernández, Figueiras y Deulofeu (2011) (con la diferenciación entre conexiones

intraconceptuales, interconceptuales y temporales), en la Universidad de Huelva hemos desarrollado el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK por sus siglas en inglés -*Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*) (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013). El MTSK (ver figura 1) intenta trascender la diferenciación entre el conocimiento común y el especializado, y superar las dificultades de delimitación entre los subdominios del conocimiento especializado, del horizonte matemático y del conocimiento del contenido y los estudiantes del modelo MKT (Carrillo, Flores y Contreras, 2013). Para ello, los subdominios del conocimiento matemático se definen desde una perspectiva interna a la matemática y en función de las necesidades del profesor, sin interesarle si ese conocimiento es compartido por otros colectivos (como ocurre en el MKT):

- Conocimiento de los Temas (KoT): incluye, entre otros, aspectos fenomenológicos, significados, definiciones, y ejemplos que caractericen aspectos del tema abordado, además de referirse al contenido disciplinar de las matemáticas que figura en manuales y textos matemáticos.
- Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM): sistema integrado de conexiones que permita al profesor comprender y desarrollar conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y conceptos elementales mediante una visión avanzada.
- Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM): incluye el conocimiento de las formas de conocer, crear o producir en matemáticas, conocimiento de aspectos de la comunicación matemática, del razonamiento y la prueba. Saber, por ejemplo, qué es definir y cómo usar definiciones.

Por otra parte, los subdominios del conocimiento didáctico del contenido se enfocan desde la matemática, de modo que esta condiciona su caracterización, no es intersección entre matemática y enseñanza o aprendizaje.

- Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): incluye conocer distintas estrategias que permitan al profesor fomentar un desarrollo de las capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales. Conocer la potencialidad de recursos, ejemplos o modos de representación para hacer comprensible un contenido determinado. Conocer elementos teóricos sobre enseñanza de la matemática.
- Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM): conocimiento de las características del proceso de comprensión de los estudiantes sobre los distintos contenidos, del lenguaje asociado a cada concepto, así como de errores, dificultades u obstáculos posibles. Conocer elementos teóricos sobre aprendizaje de la matemática.
- Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): conocimiento acerca de lo que el estudiante debe/puede alcanzar en un curso escolar determinado. Además de lo prescrito en el currículo institucional, este conocimiento puede provenir de las investigaciones y de las opiniones de profesores expertos.

Se añade en el MTSK el estudio de las creencias del profesor sobre la matemática y sobre su enseñanza y aprendizaje. Todo esto significa considerar la especialización del conocimiento del profesor en el modelo en su conjunto, sin restringirla al dominio matemático. No se supone que el futuro maestro sea un especialista en el contenido matemático, sino que el conocimiento que posee en relación con la enseñanza de las matemáticas tiene un carácter especializado².

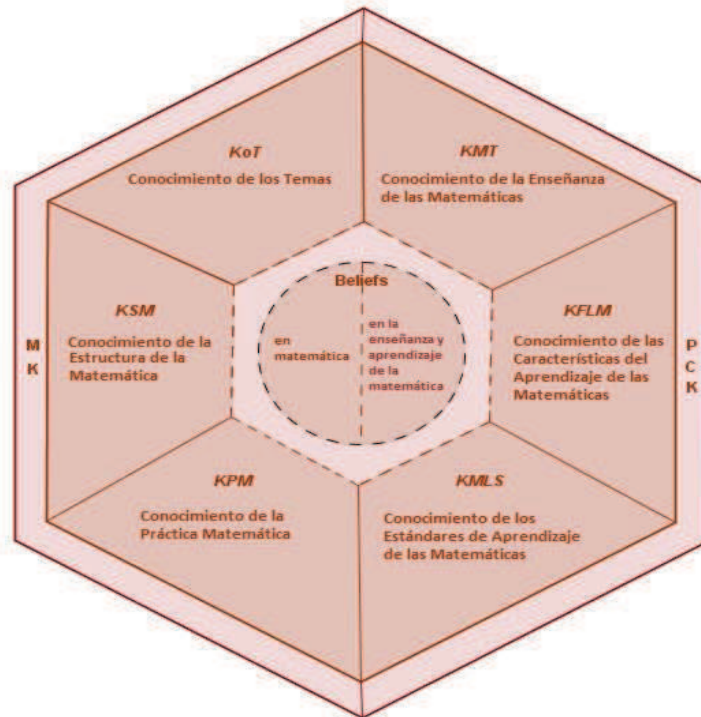


Figura 1. Dominios del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Carrillo *et al.*, 2013).

La perspectiva del MTSK me ayudará a interpretar el contenido de Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014). Naturalmente, solo abordaré aquellos puntos que, a mi entender, pueden enriquecerse o complementarse al mirarlos de otro modo.

ANÁLISIS

Conocimiento matemático

Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014) analizan el conocimiento matemático teniendo en cuenta el tipo de problema numérico que plantea, los conceptos matemáticos que se trabajan y los conocimientos y capacidades matemáticos implicados en las respuestas. Asimismo, caracterizan cada pregunta según el tipo de subdominio de la dimensión cognitiva —razonamiento, aplicación y conocimiento— que evalúa y el nivel curricular del contenido matemático al que se refiere.

Como es frecuente en los estudios basados en cuestionarios, y los mismos autores señalan, hemos de ser muy cautos en la interpretación de los resultados y su (plausible) procedencia³. En la sección *Objetivo y método de la investigación*, presentan el análisis de la pregunta que se enuncia en la figura 2 como ejemplo de análisis del conocimiento matemático.

Una máquina consume 2,4 litros de combustible cada 30 horas de funcionamiento. ¿Cuántos litros de combustible consumirá la máquina en 100 horas si sigue consumiendo combustible al mismo ritmo?

Marque la opción que crea correcta.

- A. 7,2
- B. 8,0
- C. 8,4
- D. 9,6

Figura 2. Pregunta sobre proporcionalidad directa

Los autores caracterizan el conocimiento matemático correspondiente a las respuestas incorrectas A y D como realización de cálculos inadecuados y utilización de solo uno de los datos del enunciado. Entiendo que pueden darse estas soluciones empleando todos los datos, pero aplicando indebidamente una aproximación, considerando $100/3=3$ o bien $100/3=4$. Para la opción A también puede decirse que, como en 90 horas consume 7,2 litros y con el siguiente múltiplo de 30 se pasa, la respuesta es 7,2 por corresponder al menor múltiplo posible (90). De un modo similar, puede decirse en D que la respuesta corresponde al siguiente múltiplo de 30, ya que con 90 no se llega. Análogamente, la procedencia del error en la respuesta C no tiene por qué ser que no se usen los datos, también puede deberse al hecho de considerar $100/3=3,5$, media de las aproximaciones anteriores. Dicho de otra forma, como en 90 horas se consumen 7,2 litros y en 120 horas se consumen 2,4 litros más, al estar 100 entre 90 y 120, se suma a 7,2 la mitad de 2,4.

En los resultados globales (sobre números y operaciones), los autores afirman que los futuros maestros españoles mostraron tener el conocimiento matemático correspondiente a los contenidos de primaria, que manifestaron limitaciones para los contenidos del primer ciclo de secundaria, y que evidenciaron carencias con respecto a los contenidos correspondientes al nivel avanzado. Estos resultados confirman el estudio de Muñoz-Catalán y Carrillo (2007), en el que se abordaron contenidos conceptuales relativos a fracciones y decimales, divisibilidad, y uso de la calculadora para la obtención de cifras ocultas. Estas carencias y limitaciones son un indicio, no solo de la imposibilidad de poseer un conocimiento fundamentado del tema (KoT), sino de las lagunas en el conocimiento de la estructura de la matemática (KSM): establecer relaciones interconceptuales supone una sutileza en el conocimiento de los contenidos que parece difícil de desarrollarse sin un conocimiento en profundidad de los núcleos conceptuales; la estructura conceptual (foco de interés del análisis didáctico en relación con el análisis de contenido) se resiente.

Conocimiento didáctico del contenido

Tatto, Schwille, Senk, Ingvarson, Peck y Rowley (2008) (en Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez, 2014) consideran los subdominios currículo, planificación de la enseñanza e implementación para organizar el conocimiento didáctico del contenido, e incluyen unos temas en cada subdominio. La tabla 1 de Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014) presenta la caracterización de estos subdominios a partir de un listado de temas (a modo de descriptores) que en su formulación parecen corresponderse más con el conocimiento matemático que con el conocimiento didáctico del contenido, y en su mayoría aluden a acciones, competencias o habilidades para las cuales se necesita la intervención de ambos dominios del conocimiento.

Por ejemplo, dentro del subdominio del currículo, para el tema *establecer itinerarios y conexiones dentro del currículo*, el maestro deberá poseer conocimiento de los estándares de aprendizaje matemático (KMLS) y conocimiento de la estructura de la matemática (KSM), el primero perteneciente al dominio del conocimiento didáctico del contenido, y el segundo al dominio del conocimiento matemático del modelo MTSK. Lo mismo sucede en relación con el tema *identificar ideas clave en los programas de aprendizaje*, donde, además de referir a una competencia que habrá de poseer el maestro para organizar su enseñanza, necesita del conocimiento de las *grandes ideas* (como la de igualdad/ semejanza/ congruencia) desde un punto de vista matemático (Kuntze, Murphy, Lerman, Kurz-Milcke, Siller y Winbourne, 2011), el cual situamos en el conocimiento de la estructura de la matemática.

El conocimiento de los temas (KoT) surge en el subdominio de la planificación al referirse a *identificar los diferentes enfoques para resolver los problemas matemáticos*. Puede considerarse la participación del conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM), pero es evidente la necesidad de disponer de un conocimiento sobre las distintas formas de abordar los problemas en cuestión.

Del mismo modo, en el subdominio de la implementación, respecto a *analizar o evaluar las soluciones o los argumentos matemáticos de los estudiantes*, es necesario que el maestro posea conocimiento del tema e incluso, si se trata de analizar la coherencia argumentativa, conocimiento de la práctica matemática (KPM). O si consideramos el tema *responder a inesperados problemas matemáticos*, que alude a la capacidad del maestro para enfrentarse a situaciones de contingencia, una de las dimensiones del Knowledge Quartet (*Contingency*), en la cual confluyen conocimientos pertenecientes a todos los subdominios del MTSK, al menos conocimiento de los temas y los tres subdominios del conocimiento didáctico del contenido (conocimiento de la enseñanza de las matemáticas –KMT–, conocimiento de las características del aprendizaje matemático y conocimiento de los estándares de aprendizaje matemático).

Encontramos otros temas para los que, a pesar de venir formulados como acciones o competencias, como antes se ha indicado, y a pesar de que, por lo general, se pueden asociar descriptores de varios subdominios del MTSK, existe un subdominio del conocimiento didáctico del contenido que podríamos considerar como su vinculación natural. Tal es el caso de *planificar la enseñanza matemática*, vinculado al subdominio del conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, o el de *predecir respuestas típicas de los estudiantes, incluidas las concepciones erróneas*, que puede asociarse al conocimiento de las características del aprendizaje matemático.

Más tarde, Tatto, Sharon, Senk, Ingvarson y Rowley (2012) (en Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez, 2014) afirman que la caracterización del conocimiento didáctico del contenido es parcial, lo que, unido a la dificultad de diferenciar planificación e implementación en el análisis del TEDS-M, lleva a Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez a caracterizar el conocimiento didáctico del contenido usando el modelo del análisis didáctico (Gómez, 2006; Rico *et al*, 2013), lo que supone la consideración de los subdominios de análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y de evaluación.

En la tesis de Nielka Rojas (Rojas, Flores y Carrillo, en prensa) se relacionan los temas del análisis didáctico (en lo relativo al análisis de contenido, cognitivo y de instrucción) con los subdominios del MTSK (tabla 1).

Tabla 1. Relación entre los componentes del análisis didáctico y los dominios de conocimiento especializado del profesor de matemática

Análisis Didáctico	Dominios de conocimiento					
	Conocimiento del contenido			Conocimiento didáctico del contenido		
	KoT	KSM	KPM	KMT	KFLM	KMLS
Análisis de contenido						
Análisis conceptual	X	X	X	X	X	X
Análisis fenomenológico	X	X		X		
Sistemas de representación	X	X		X		
Análisis cognitivo						
Expectativas de aprendizaje					X	X
Limitaciones de aprendizaje				X	X	
Oportunidades de aprendizaje				X	X	
Análisis de instrucción						
Tareas y secuencias de tareas	X			X	X	X
Materiales y recursos				X	X	X

La tabla 1 permite reinterpretar la tabla 6 de Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014) en los términos que aparecen en la figura 2. Se han calculado medias aproximadas con los datos de la tabla 6 mencionada.

No consta información sobre los subdominios del conocimiento de la práctica matemática y del conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas. Salvo en el subdominio del

conocimiento de la estructura de la matemática (KSM), del que se tiene la información asociada a la estructura conceptual, las medias deben entenderse al lado de desviaciones típicas altas, sobre todo en el subdominio del conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM), con porcentajes extremos de 12,6 y 80,4. El conocimiento de los temas de números y operaciones, particularmente sobre ordenación de fracciones, algoritmo de la resta, representación de números decimales y significado gráfico de la división de fracciones, queda reflejado en un porcentaje del 28,4, que asciende al 32% cuando nos referimos al establecimiento de relaciones entre conceptos y procedimientos (conocimiento de la estructura de la matemática). Su posible plasmación en el proceso de enseñanza desciende al 25% (conocimiento de la enseñanza de la matemática). Finalmente, la identificación de elementos de dificultad en problemas aritméticos y problemas de proporcionalidad directa (80,4% y 59%, respectivamente) contrasta con el reconocimiento de errores en el trabajo con números mixtos y en las operaciones con números decimales (12,6% y 22,1%, respectivamente), descriptores del subdominio del conocimiento de las características del aprendizaje matemático.

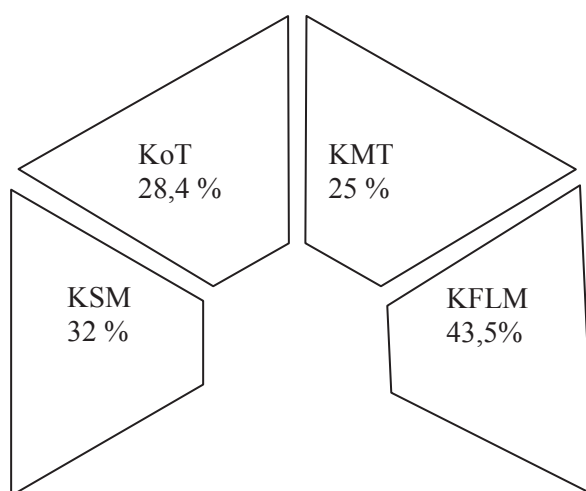


Figura 2. Porcentaje de respuestas correctas de números y operaciones según subdominios del MTSK

REFLEXIÓN FINAL

Las relaciones de la tabla 1 dan sentido a la interpretación del análisis y de los resultados de TEDS-M desde la perspectiva del modelo MTSK, particularmente de los resultados reportados en Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014) sobre TEDS-M España, en concreto respecto al bloque de números y operaciones.

Cuando estos autores asocian, en una de las preguntas del cuestionario, la falta de reconocimiento de errores de los alumnos a una carencia en el conocimiento didáctico del contenido, podríamos preguntarnos si cabría la posibilidad de deberse a una carencia en el conocimiento del tema (KoT), como ellos mismos afirman de manera general en la sección Discusión, reconociendo una limitación del estudio TEDS-M. Poseer un buen nivel en el dominio del conocimiento matemático no garantiza un buen desempeño docente, en particular no garantiza un buen nivel en el dominio del conocimiento didáctico del contenido, pero parece evidente que la carencia de conocimiento matemático supone carencia de conocimiento didáctico del contenido.

Coincido con Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez (2014) al subrayar la escasa relevancia en el cuestionario de la argumentación y la prueba. Realmente, se da poca importancia globalmente al conocimiento de la práctica matemática (KPM), como refleja la figura 2.

La comparación internacional con el grupo de países que comparten sistema formativo de maestros sitúa a España por debajo de la media, en general. Más allá de esta comparación, los resultados españoles ponen de relieve un conocimiento de los futuros maestros que dista mucho de ser aquella

información disponible para alcanzar las metas y resolver los problemas profesionales (Llinares, 1998).

En el año 2005, Nuria Climent y yo presentamos en el congreso de la EARLI algunos resultados del proyecto europeo METE⁴. Una de las conclusiones fue que los profesores españoles eran los que menos actividades proponían basadas en situaciones de la vida real o con datos genuinos. ¿Guardará alguna relación el hecho de no trabajarse problemas con situaciones de la vida real en la Educación Primaria y la Educación Secundaria con el conocimiento matemático de nuestros futuros maestros?

Finalmente, los resultados que se ofrecen muestran el porcentaje de futuros maestros que respondieron correcta o incorrectamente a las preguntas, no indican la relación entre respuestas correctas e incorrectas por individuo. Para saber cuál es el conocimiento de los que son maestros actualmente, entre los sujetos participantes, necesitaríamos ese dato. Los resultados, por tanto, informan, como se señala al comienzo, de la formación inicial de los maestros. Ampliar el estudio en la línea que aquí se comenta podría arrojar luz a la relación entre la formación inicial, el conocimiento de los maestros y las expectativas tanto de los (posibles) futuros maestros, como de sus formadores.

Referencias

- Ball, D., Thames, M.H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What makes it Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)* (pp. 2985-2994). Antalya, Turquía: Middle East Technical University, Ankara.
- Carrillo, J., Flores, P., y Contreras, L.C. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193-200). Granada: Editorial Comares.
- Flores, E., Escudero, D. I., y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). Bilbao: SEIEM.
- Godino, J.D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Gómez, P. (2006). Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En P. Bolea, M. J. González y M. Moreno (Eds.), *X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 15-35). Huesca: Instituto de Estudios Aragoneses.
- Gómez, P., y Gutiérrez-Gutiérrez, A. (2014). Conocimiento matemático y conocimiento didáctico del futuro profesor español de Primaria. Resultados del estudio TEDS-M. En Editor1, Editor2 y Editor3 (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. inicial-final). Salamanca: SEIEM.
- Kuntze, S., Murphy, B., Lerman, S., Kurz-Milcke, E., Siller, S-H., y Winbourne, P. (2011). Development of pre-service teachers' knowledge related to big ideas in mathematics. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th PME* (Vol. 3, pp. 105-112). Ankara, Turkey: Middle East Technical University.
- Llinares, S. (1998). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación. *Revista UNO*, 17, 51-63.
- Martínez, M., Giné, C., Fernández, S., Figueiras, L., y Deulofeu, J. (2011). El conocimiento del horizonte matemático: más allá de conectar el presente con el pasado y el futuro. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 429-437). Ciudad Real: SEIEM.

- Moriel Junior, J. G., y Carrillo, J. (2014). Explorando indicios de conocimiento especializado para enseñar Matemática con el modelo MTSK. En Editor1, Editor2 y Editor3 (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. inicial-final). Salamanca: SEIEM.
- Muñoz-Catalán, M.C., y Carrillo, J. (2007). Conocimiento numérico de futuros maestros. *Educación Matemática*, 19(1), 5-26.
- Pajares, F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*. 62(39), 307-332.
- Rico, L., Lupiáñez, J.L., y Molina, M. (Eds.). (2013). *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de Investigación, Innovación Curricular y Formación de Profesores*. Granada, España: Comares.
- Rojas, N.; Flores, P., y Carrillo, J. (en prensa). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Bolema*.
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., y Huckstep, P. (2009). *Developing Primary Mathematics Teaching: reflecting on practice with the Knowledge Quartet*. London: Sage.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

¹ Este trabajo se ha realizado al amparo del proyecto de investigación "Caracterización del conocimiento especializado del profesorado de matemáticas", EDU2013-44047-P.

² El MTSK se ocupa de aquello para lo que la matemática es determinante, no enfoca el conocimiento psicopedagógico general, ni otras componentes de conocimiento en los que la matemática solo desempeña un papel contextual (como la componente sociológica).

³ En los estudios del MTSK consideramos la idea de oportunidades que brindan distintos escenarios para seguir indagando en el conocimiento del profesor, de modo que se identifican diversos acercamientos metodológicos con la intención de obtener evidencias del conocimiento del profesor (Flores, Escudero y Aguilar, 2013). Asimismo, contemplamos la idea de indicios de conocimiento como paso previo a la posterior indagación en profundidad (Moriel-Junior y Carrillo, 2014).

⁴ Mathematics Education Traditions in Europe: a five way comparative study. Universidades participantes: Cambridge, Lovaina, Budapest, Joensuu y Huelva.