Cálculo de Áreas mediante la Suma de Riemann con la TI-83

Jose Luis Lupiáñez Gómez

Introducción

La tecnología que nos ofrecen las nuevas calculadoras gráficas permite afrontar tareas en el aula de matemáticas desde dos persepectivas generales: realizar actividades tradicionales desde enfoques novedosos, y desarrollar nuevos problemas que escaparían de las posibilidades del trabajo con papel y lápiz. En este artículo conjugamos ambas perspectivas en una actividad para introducir el cálculo del área que encierra una curva, basada en la Suma de Riemann, y que puede realizarse con la calculadora TI-83. El planteamiento de la actividad permite estudiar varias funciones sin perder tiempo en tediosos cálculos, con idea de observar lo acertado de este método de aproximación.

La Suma de Riemann con la TI-83

Usando la TI-83 es posible calcular la Suma de Riemann para una función $f(x)$ en un intervalo [A,B] en el que sea continua. Básicamente, consiste en dividir ese intervalo en N subintervalos y para cada uno de ellos se multiplica la altura de la función en el correspondiente extremo derecho por la anchura del subintervalo, y al sumar las áreas de los rectángulos así construidos se obtiene la suma de Riemann. Veamos cómo seguir este proceso con la calculadora:

Tomemos como ejemplo la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$ en [1,5]. La guardamos en el editor de ecuaciones en Y1 (Figura 1) y lo primero es introducir los extremos del intervalo y el número de particiones del mismo. Consideremos inicialmente 8 particiones del intervalo. A continuación generamos una una lista L_1 con los extremos derechos de cada uno de los subintervalosdel intervalo y de la amplitud H de los subintervalos (Figura 2).

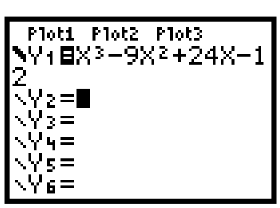


Figura 1

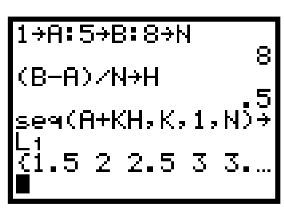


Figura 2

Construiremos una nueva lista L2 para la imágenes por nuestra función Y1 de esos extremos derechos de los subintervalos (obtendremos la altura de los rectángulos), y otra L3 para el producto de los elementos de L2 por la amplitud H de los subintervalos (que nos brindará el área de cada uno de los rectángulos construidos):

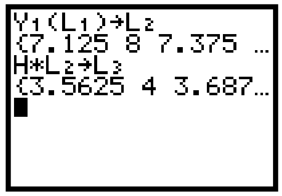
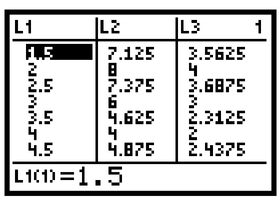


Figura 3

Esta información puede analizarse desde el editor de listas de la TI-83 del menú STAT (Figura 4), y para hallar el área encerrada bajo la curva con esta partición del intervalo usaremos el comando *Sum* de la calculadora para hallar la suma del área de todos los rectángulos; es decir, de todos los elementos de la lista L_3 (Figura 5):



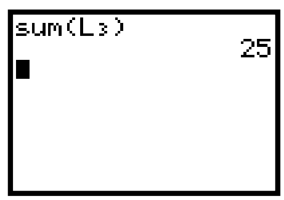
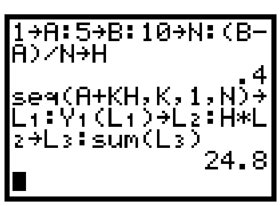


Figura 4 Figura 5

Para precisar ese cálculo, bastaría aumentar el número de subintervalos (N) y volver a ejecutar aquellos comandos que dependen de ese valor. Para ello se emplea la opción 2nd ENTRY de la calculadora (Figuras 6 y 7), y se puede observar cómo disminuye el área al aumentar el número de subintervalos:



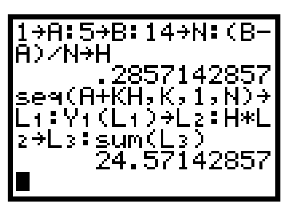


Figura 6 Figura 7

Es posible diseñar un programa que represente gráficamente la función y que dibuje los rectángulos correspondientes al número de particiones que indiquemos, para acabar dando la suma de las áreas de los mismos. En Baxter & Reynolds (1999, pág. 411) aparece un programa de este tipo. Lo primero es seleccionar una ventana de graficación apropiada a nuestra función y al intervalo que estamos trabajando (Figura 8):

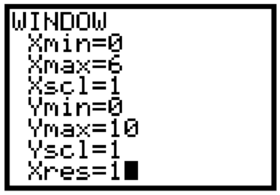


Figura 8

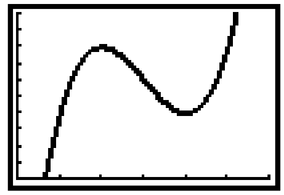


Figura 9

Al ejecutar el programa se pide los extremos del intervalo inicial y el número de particiones del mismo que queremos hacer (Figura 10a). Con esta información se representa la gráfica, se dibujan los rectángulos y la calculadora se queda en pausa (Figura 10b). Con un toque a la tecla ENTER se sale a la pantalla principal y muestra el área deseada (Figura 10c):

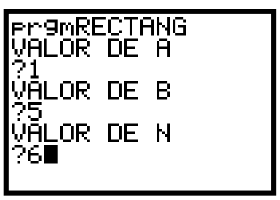


Figura 10a

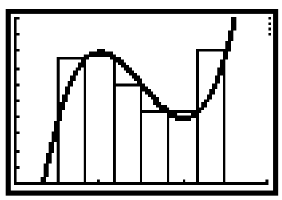


Figura 10b

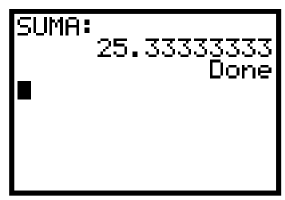


Figura 10c

Con distintas ejecuciones del programa, y cambiando el valor de N obtenemos diferentes aproximaciones (Figuras 11 a 13):

Figura 11a

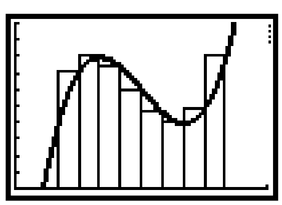


Figura 11b

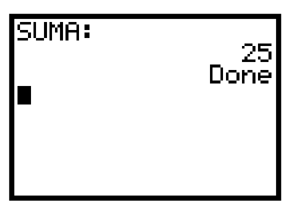


Figura 11c

Figura 12a

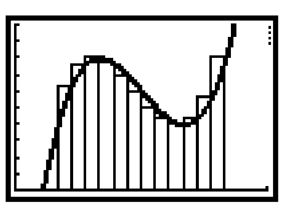


Figura 12b

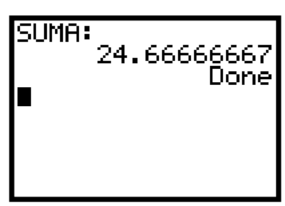


Figura 12c

Figura 13a


Figura 13b

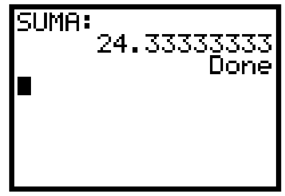


Figura 13c

Finalmente, podemos usar las opciones del comando CALC de la TI-83 para hallar exactamente el área encerrada por la curva en el intervalo deseado. La reiteración del programa anterios permite observar la convergencia de las diferentes aproximaciones a ese valor final (Figura 14):

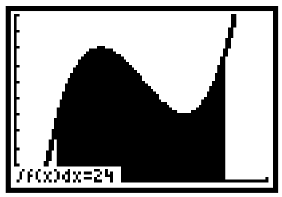


Figura 14

El Programa RECTANG

```
Disp "VALOR DE A"
Input A
Disp "VALOR DE B"
Input B
Disp "VALOR DE N"
Input N
(B-A)/N→H
ClrDraw
DispGraph
0→J:0→S
A+H→X
Lbl 1
Y1+S→S
Line(X-H,0,X-H,Y1)
Line(X-H,Y1,X,Y1)
Line(X,0,X,Y1)
X+H→X
J+1→J
If J<N
Goto 1
Pause
HS→S
ClrHome
Disp "SUMA:"
Disp S
```

Baxter, N., Reynolds, B. (1999) *Workshop calculus with graphing calculators*. Springer

Jose Luis Lupiáñez Gómez
Dpto. Didáctica de la Matemática. Univ. de Granada
Facultad de Ciencias de la Educación
Campus Cartuja s/n. 18071 Granada.
lupi@ugr.es