

LA ENSEÑANZA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. UNA EXPERIENCIA DE CLASE

Sonia Bibiana Benítez, Lidia María Benítez

Universidad Nacional de Tucumán

Instituto Miguel Lillo

soniabbenitez2001@hotmail.com, lidiabenitez@hotmail.com

Argentina

Resumen. La Resolución de problemas es, probablemente, uno de los objetivos principales en el aprendizaje de la Matemática. Polya sostiene que “Resolver problemas es hacer matemática” y plantea la Resolución de Problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, utilizamos y aplicamos en cualquier campo de la vida diaria. Se realizó una experiencia en la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad Nacional de Tucumán, Argentina, siguiendo los diferentes pasos de Polya, como un nuevo modelo de práctica docente.

Estos alumnos son ingresantes de la carrera de Licenciatura en Ciencias Biológicas, que no aprobaron la materia Matemática. El objetivo es la adquisición y/o reforzamiento de conceptos y procedimientos matemáticos que faciliten el desarrollo de competencias necesarias para la acreditación del nivel, y de esta manera contribuir a una mejor inserción en el ámbito académico en el próximo año lectivo.

Palabras clave: enseñanza, aprendizaje, matemática

Abstract. Problem solving is, most likely, one of the main objectives of learning Mathematics. Polya states that Problem Solving is doing mathematics and he suggests four basic principles of Problem Solving which we actually use and apply in every field of our daily life.

We carried out a pilot experience, following Polya's steps, as a new model of teaching practice with students from the Natural Sciences Faculty in Tucumán's National University, Argentina. These were new students to the career of biological sciences, who had failed the subject Mathematics.

Key words: education, learning, mathematics

Introducción

La educación es el acceso de las personas y de las naciones a la sociedad global del conocimiento. Esta tiene que avanzar con la rapidez de los cambios tecnológicos y científicos para promover una mejor formación científica, tecnológica y humanística de la sociedad. El proceso educativo requiere mayores esfuerzos de sus docentes, estudiantes y directivos, que se comprometan a propiciar espacios que propendan a mejorarlo.

Ante esta situación, investigadores, profesores y otros especialistas, están abocados a la búsqueda de alternativas didácticas, que tiendan a favorecer procesos educativos significativos, en pos de alcanzar el mejor nivel posible.

La necesidad de encontrar una adecuada orientación pedagógica, para lograr un aprendizaje eficiente de las Matemáticas desde los primeros años, la Resolución de Problemas se ha propuesto como una alternativa metodológica diferente a la tradicional. Por medio de la Resolución de Problemas se pretende lograr un equilibrio entre distintos niveles de complejidad de los ejercicios matemáticos, con el propósito de fortalecer y trabajar aquellos problemas que se escapan de lo rutinario.

Desde los planteamientos de Polya hasta las mas recientes investigaciones realizadas por Santos (2007) o Mancera (2000), entre otros; la resolución de problemas ha sufrido importantes modificaciones, por las que fue considerada como una importante estrategia para enfrentar la enseñanza de la Matemática. Esta metodología permite que los estudiantes empleen distintos recursos y estrategias para plantear y resolver problemas. Se les presenta la oportunidad de exponer sus ideas, escuchar y examinar las de sus compañeros, lo que les permite robustecer constantemente no solo la comprensión de los contenidos matemáticos, sino también su capacidad de razonamiento lógico y de análisis de la información

Marco teórico

La Resolución de Problemas se ha convertido en los últimos años en una importante contribución a la Educación Matemática en muchas partes del mundo. Puede considerarse como pionera la obra de George Pólya escrita en los años 40 del siglo XX, luego se realizaron más investigaciones en este campo, destacándose los trabajos de Alan H. Schoenfeld, Hort Müller, entre otros.

Lo más importante en la enseñanza de temas matemáticos a través de la resolución de problemas, es que éstos sean contextualizados y orientados. Además, debe caracterizarse para que el profesor ayude al estudiante a construir un profundo entendimiento de las ideas matemáticas y procesos. De tal manera, que ellos sean capaces de hacer matemática, esto es, crear, conjeturar, explorar, evaluar y verificar.

Sin embargo, existen concepciones erróneas sobre lo que significa resolver un problema matemático. La mayor parte de las veces los alumnos piensan que es equivalente a resolver ejercicios rutinarios discutidos en clase, reproduciendo los algoritmos y explicaciones dadas por el profesor. Resolver un problema implica otro tipo de actividad mental de mayor exigencia, que debe estar orientada hacia una mayor participación del alumno en la búsqueda de la solución.

Para Brousseau (1986), un problema es una situación que el profesor propone al alumno para hacerle adquirir un conocimiento nuevo, por lo que dicha situación se plantea al inicio de la lección y es precisamente la solución a este problema el conocimiento que el docente quiere enseñar a los estudiantes. Sin embargo, estos no saben que van a aprender un concepto nuevo.

El trabajo del docente es de suma importancia en este tipo de metodología, pues toma un rol de guía mediador durante la solución del problema. Según Brousseau (1986), debe promover en su lección algo semejante a una microsociedad científica, donde se construyan los conocimientos mediante las situaciones problemáticas planteadas para este fin.

Por esto es importante que el docente elabore problemas interesantes y adecuados a los conocimientos de los estudiantes, que le permitan desarrollar aptitudes y facultades inventivas,

que no quiten la responsabilidad que debe sentir por resolverlo y disfrutar la satisfacción que genera el encontrar, por sus propios medios, la solución. Además, el problema no debe tener una solución inmediata, sino que debe hacer pensar al estudiante. Encontrar la solución requerirá poner en juego todas sus capacidades y conocimientos. Es ir más allá de resolver un ejercicio rutinario, es responder a la pregunta para qué y por qué resolver el problema.

Todo el proceso está basado en el aprendizaje significativo, que es quien sustenta la resolución de problemas. Como dijera Ausubel (1983) "El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

En el libro "Metodología general integral para la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos", el Dr. Guillermo Perez Pantaleón propone que el docente analice el vocabulario propio del alumno, tanto el de la vida diaria, como el que se va construyendo en la escuela, el del entorno donde vive, de la sociedad en el que se desarrolla, etc. Diseñe los problemas sobre la base de esta realidad y sus necesidades y pudiera estructurar un "banco de problemas" que tendrían sentido para los alumnos, es decir problemas significativos para él. Estaríamos asegurando de esta forma la comprensión de cualquier problema con el que se enfrente, satisfacer la búsqueda de las palabras claves que puedan orientarlo en la solución de los mismos y se incrementaría la motivación para la resolución de problemas.

En su metodología propone la elaboración de un universo vocabular formado por el glosario de términos nuevos que el alumno va incorporando, día a día, en las clases, al ir construyendo junto con su docente los contenidos (conocimientos + habilidades) curriculares.

Según el Dr. Pérez Pantaleón no basta solo con la motivación, sino que necesita también de un entrenamiento que lo ayudará a inhibir la angustia que produce no encontrar la solución o no comprender del todo el alcance del problema planteado.

Propone la utilización del diario del docente como un recurso metodológico que sirve de guía para la reflexión sobre la práctica, favoreciendo la toma de conciencia del profesor sobre su proceso de evolución y sobre sus modelos de referencia.

Polya marca la "edad de oro" de los métodos heurísticos y expuso un método heurístico para resolver problemas, aportando una lista de las etapas fundamentales que participan en la solución de problemas:

- ❖ Comprender el problema: es la etapa de lectura del enunciado del problema para identificar datos, incógnitas, determinar que es lo que se pide, con que elementos se cuenta, que hace falta, etc.

- ❖ Concebir un plan para llegar a la solución: es la etapa de creación de una o varias estrategias a seguir para responder lo que se pide.
- ❖ Ejecución del plan: es la etapa en que se pone en práctica el diseño elaborado.
- ❖ Evaluación del plan respecto del problema: es la etapa del monitoreo de la acción.

Contextualización y desarrollo de la experiencia

Se llevó a cabo una experiencia con alumnos de 1er año de la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad Nacional de Tucumán, que quedaron libres en Matemática. Se trataba de que adquirieran y/o refuerzan conceptos y procedimientos matemáticos que faciliten la acreditación del nivel, y contribuya a una mejor inserción en el ámbito académico en el próximo año lectivo.

Se trabajó con 15 alumnos y se programaron las actividades para que fueran desarrolladas en 5 clases de 2 hs. cada una, formándose 3 grupos de 5 alumnos en cada clase. Se repartían los objetivos específicos de la clase y una guía de trabajo que contenía actividades para trabajar en clase, el universo vocabular y actividades para trabajar en casa

Se propuso diseñar una actividad diferente a la clase tradicional, más acorde con la naturaleza misma de cómo nacen los conceptos matemáticos, centrar el aprendizaje en el estudiante e involucrarlo de una forma más activa dentro del proceso de aprendizaje.

El perfeccionamiento de los planes de estudio en las diferentes carreras exige trabajar aún más en la relación entre las asignaturas de la disciplina Matemática y otras disciplinas de la carrera, para poder enfrentar y resolver los problemas de carácter profesional.

Al finalizar el curso el alumno deberá:

- ❖ Trabajar correctamente con los diferentes conjuntos numéricos
- ❖ Interpretar las relaciones entre variables reflejadas mediante tablas y describir características generales de cada tipo de relación funcional
- ❖ Manejar fluidamente el lenguaje del álgebra
- ❖ Resolver gráfica y analíticamente situaciones mediante el empleo de ecuaciones de 1er y 2do grado sistemas de ecuaciones
- ❖ Resolver ecuaciones de 1er grado con una y dos incógnitas
- ❖ Seleccionar estrategias más adecuadas para resolver un problema
- ❖ Demostrar habilidad para utilizar recursos tecnológicos como herramienta para promover aprendizajes

Las clases se desarrollaron de la siguiente manera:

En la primera clase se hizo un diagnóstico mediante encuesta para evaluar el nivel académico de los alumnos.

La segunda clase consistió en conocer y aplicar estrategias en la Resolución de Problemas; Identificar elementos de la Estructura General de los Problemas:

Contenido: Conjunto de objetos, magnitudes, valores y relaciones del enunciado. Incluye los contenidos.

Condiciones: Parte del problema que transmite la información inicial acerca del suceso. Se formulan generalmente como afirmaciones. Definidas implícita o explícitamente

Exigencias: parte del problema que especifica el fin u objeto a alcanzar. Puede expresarse como orden o pregunta. Pueden estar definidas explícita o implícitamente.

(Perez Pantaleón 2009).

Se definió lo que es un problema, que es una situación en la que aparecen, de manera implícita o explícita una o varias exigencias que requieren ser resueltas, a partir de una serie de condiciones, a través de la utilización de conocimientos y relaciones específicas.

El problema, conjuntamente con el dilema, la incertidumbre y la duda constituyen una situación problemática.

Los heurísticos empleados en la Resolución de problemas fueron:

-Pasos de Polya

-Reglas heurísticas tales como separar los datos y las incógnitas. Recordar fórmulas

-Estrategia heurística: se comportan como recursos organizativos del proceso de resolución, que contribuyen a determinar la vía de solución del problema. Existen dos estrategias, el trabajo hacia adelante donde se parte de lo dado para realizar las reflexiones que conducirán a la solución del problema y el trabajo hacia atrás donde se examina primeramente lo que se busca y apoyándose en los conocimientos que se poseen, se analizan posibles resultados intermedios, pudiéndose deducir lo buscado.

La tercera clase se basó en identificar y aplicar nuevas metodologías para la Resolución de Problemas y lograr el entrenamiento a través de la Formulación y Reformulación de Problemas.

La cuarta clase se trabajó sobre Relación y Función y la quinta clase se dedicó a Reforzar la metodología de Resolución de Problemas.

La Metodología de Trabajo en cada una de ellas fue la misma.

Se repartieron guías de trabajo que constaban de:

-Actividades para trabajar en clase

-Universo Vocabular, con términos y/o conceptos empleados en la guía que le ayudará de consulta.

-Actividades para trabajar en la casa y ejercitar lo aprendido en clase

Las Actividades para trabajar en clase se desarrollaron siguiendo los pasos de Polya en tres momentos

En un **primer momento** se entregó un listado de situaciones problemáticas, debiendo seleccionar una de ellas. A continuación debía responder a preguntas, Polya en cada fase propone una serie de reglas y procedimientos heurísticos en su mayoría van dirigidas a la comprensión del plan.

Entre las preguntas figuran las siguientes:¿Porqué elegiste esa situación problemática?,

¿Es similar a a algún problema que resolviste antes?,¿Es de fácil interpretación?,

¿Podría plantearlo de una manera diferente?

Una vez que se comprende el problema se debe Concebir un Plan.

Segundo momento. Una vez detectada la dificultad del problema, según Polya, es posible dibujar un problema o traducirlo a algún tipo de código, de notación, etc.

Cómo trazarías un plan de acción para solucionarlo?, Cómo lo representarías?

Para Pólya en esta etapa del plan el problema debe relacionarse con problemas semejantes. También debe relacionarse con resultados útiles, y se debe determinar si se pueden usar problemas similares o sus resultados (aquí se subraya la importancia de los problemas análogos).

Seguidamente se pone en práctica el diseño elaborado en base a las preguntas realizadas lo que conformaría la ejecución del plan

Tercer momento: de la comprobación y reflexión.

En este momento surgen las siguientes preguntas:

Logré solucionar el problema?, si es así, cuáles son los indicadores que me permiten afirmar esto?
Si no lo logré, qué fue lo que me impidió hacerlo?

En conclusión, al trabajar con esta nueva metodología, le pareció productivo trabajar en pequeños grupos, por qué?

Se hizo necesaria la intervención del docente? en qué momento?

Las Actividades para trabajar en casa consistieron en un listado de situaciones problemáticas y una guía de pasos a seguir como por ejemplo, elabora un plan de acción que permita resolverlos, organiza la información para que pueda ser presentada en clase, enumera los contenidos matemáticos a los que recurriste para solucionar cada problema, escribe las dificultades que se le presentaron.

Al finalizar las cinco clases se hizo **la puesta en común** que se realizó en dos momentos,

Primer momento. Trabajo individual.

-Identifica las componentes de la estructura general y vuelca en tu cuaderno.

-Resuelve el problema

-Contrasta con tus compañeros

Segundo momento: -Socialización

-Se resuelve el problema entre todos.

-La primera actividad fue identificar las componentes de la estructura general, que respondieron al unísono: Condiciones, Exigencias y Contenidos

En esta instancia se puso en práctica la enseñanza heurística, que posee categorías, procedimientos heurísticos que se componen de principios, reglas, estrategias y medios auxiliares o recursos materiales heurísticos.

Finalmente se realizó una **autoevaluación** donde se les repartió un cuestionario con preguntas, como ser:

Usé ideas propias o reformulé ideas de mis compañeros para plantear los problemas?

Plantee en forma clara los problemas a resolver?

Formulé un plan de trabajo antes de comenzar a resolver los problemas?

Fui creativo en la presentación de los trabajos?

La metodología utilizada me pareció interesante?

Me ayudó el glosario en la resolución de los problemas?

Trabajé en un clima agradable?

Esta actividad me permitió socializar con mis pares?

Tuve problema para resolver las actividades para la casa?

Podría brindar alguna sugerencia que permita mejorar la enseñanza de la matemática?

Diario del docente

La experiencia se realizó en 5 clases y en cada clase se repartieron los objetivos específicos de la clase y una guía de trabajo que contenía actividades para trabajar en clase, el universo vocabular y actividades para trabajar en casa

El ambiente de trabajo fue muy agradable a pesar de que en un comienzo hubo cierta resistencia a trabajar con problemas, argumentando que les cuesta mucho resolverlos y que abordarlos les causaba angustia.

En el primer encuentro, al comenzar a trabajar con la unidad didáctica especificada y la aplicación de la metodología de resolución de problemas, los alumnos completaron una encuesta sobre sus conocimientos acerca de cómo resolver problemas, su estructura y el método heurístico.

Se observó que no en todos los espacios curriculares donde se enseña la disciplina matemática se utiliza la Resolución de Problemas para introducir un nuevo tema.

Entre las dificultades detectadas está el uso limitado de la simbología, con presencia indiscutible de convenciones (x es una incógnita, x e y indican que estamos en el plano cartesiano, etc.), lo que llevó a conflictos en la transferencia del lenguaje coloquial al simbólico.

Del análisis de los trabajos presentados se verificó la importancia de la aplicación de las técnicas de resolución de problemas, cuyo objetivo es que el alumno participe activamente en la elaboración de su propio conocimiento y el docente sea guía en esa elaboración.

De la encuesta realizada a los estudiantes se observó que no han contestado muy a conciencia debido a que si bien sus respuestas reflejan la importancia de la matemática en la vida diaria y el conocimiento de los pasos para resolver problemas, como también de su estructura, en la práctica se observó que existían muchas falencias de cómo realizarlo, y había que recordarles a cada instante que debían especificar la estructura del problema y las reglas heurísticas.

Algunos grupos trabajaron muy bien en forma conjunta y ordenada, otros estuvieron un poco más atrasados ya que hay algunos que no se enganchan del todo en la tarea o no comprenden bien el

enunciado, intervine aclarándoles las dudas, teniendo en cuenta sus conocimientos previos y las pistas dadas en el enunciado del problema para llevarlos a la respuesta deseada.

Cuesta trabajo empezar la puesta en común ya que están un poco dispersos y no parecen muy interesados. Sólo un grupo muestra verdadero interés, así como algunos alumnos de otros grupos. Comienza el grupo interesado y de a poco los demás van participando y dando sus puntos de vista.

Observé que en general siempre participan los mismos, mientras que hay alumnos que se mantienen callados, lo que considero normal en una puesta en común en la que participa mucha gente, pero lo que sí es cierto es que el número de alumnos que participa es menor que el que no lo hace.

En la 2da y 3ra clase resuelven los ejercicios donde se encuentran más ambientados con la forma de trabajo y la metodología empleada, ya no hay que recordarles que deben identificar la estructura de cada problema. Se organizan en pequeños grupos. Les lleva un poco más de tiempo llegar a la solución e interactúan más entre ellos ya que cada uno tiene su forma de analizarlo.

La última clase se puso en práctica todo lo aprendido en clases anteriores, o sea que estaban en condiciones de identificar distintos elementos que conforman la estructura general de un problema, de formular y reformular las exigencias de algunos problemas y analizar cómo puede variar un problema teniendo en cuenta los contenidos y sus condiciones y ser capaces de explicitar toda la actividad heurística que desarrollan cuando resuelven un problema.

Se resolvió una situación problémica, primero en forma individual y luego una puesta en común donde todos participaron.

Se hizo un análisis retrospectivo, donde analizamos cada paso haciendo uso de reglas, medio y estrategias heurísticas

Para terminar con la aplicación de la metodología, se realizó una encuesta con el objeto de saber los resultados obtenidos, como consecuencia de ello puedo aclarar que fueron más sinceros en sus respuestas diciendo que no estaban acostumbrados a trabajar de esa manera, pero que les resultó interesante la metodología aplicada

Esta estrategia metodológica de enseñanza, sustentada en la teoría de Polya para la resolución de problemas y en otras técnicas propias y fundamentales de la Matemática como ser el razonamiento, la intuición y la simbología, logró que los alumnos adquieran seguridad y confianza en su aprendizaje.

Referencias bibliográficas

Santos, T. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*, México: Trillas.

Mancera, E. (2000). *Saber matemáticas es saber resolver problemas: la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, Florida: Academic Press

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think Mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. A. Grows (Eds), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 334-370), Nueva York: Macmillan .

Brousseau, G. (1986). Fondements et methods de la didactique des mathematiques. *Recherches en Didactique des Mathematiques* 7(2), 33-115.

Pérez Pantaleón, G. (2009). *La Enseñanza y el Aprendizaje de la Formulación y Resolución de Problemas Matemáticos*, Tucumán, Argentina: FAU-UNT..

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*, México: Trillas.

Ausubel, D., Novak, M., Hanesian, G. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas,.