

Desarrollos Matemáticos en Arquitectura

María Dolores García y José Armando Albert

ITESM, Campus Monterrey y CICATA¹ del IPN

México

mdgarcia@itesm.mx

Epistemología - Nivel Superior

Resumen

Al igual que en otras disciplinas, la formación de Arquitectos se encuentra con el problema del aprendizaje de las matemáticas. Este problema es transferido a los profesores de matemáticas reconociendo que, como docentes de las mismas, podrán saber qué matemáticas requieren los estudiantes y cómo enseñarlas. Se han hecho diversas propuestas didácticas, pero el problema continúa pues no se han tomado en cuenta todos los aspectos que éste involucra: desde las diversas necesidades de matemáticas de estos profesionales, hasta la manera en que ellos se cuestionan el uso de la misma. Este trabajo presenta los avances de un estudio sistémico que se está realizando para abordar el problema. En particular, se presenta la problemática y se analizan algunos desarrollos matemáticos fundamentales en el contexto de la evolución de la Arquitectura.

Antecedentes

En la actualidad hay un fuerte reclamo de las áreas de Arquitectura y el Diseño Industrial por una revisión del currículo de matemáticas que se ofrece a los estudiantes de estas áreas en el Nivel Universitario. Se oyen voces al respecto tanto de los profesionales de Arquitectura como de los profesores y alumnos, incluyendo los mismos profesores de matemáticas. Se pudo constatar que esto ocurre no sólo en nuestra localidad y en nuestro país sino también a nivel Internacional.

Estos reclamos han producido cambios en los programas curriculares, los que, en muchas escuelas, concluyen con la eliminación de los cursos de cálculo diferencial e integral, como ocurrió en la Universidad Jorge Tadeo Lozano en Bogotá, Colombia, (Cubillos, 2004)². En esta universidad se han oficializado los cursos de Geometría Descriptiva I y II dentro del área de ciencias básicas de su Universidad y han decidido que esta geometría sea la matemática que requieren los estudiantes de Arquitectura y Diseño Industrial. En la Facultad de Arquitectura de París³ hubo graves dificultades con los alumnos quienes no lograban el aprendizaje de las matemáticas del nivel superior - como el cálculo diferencial e integral, entre otros -. Por tal motivo se demandó al Ministerio de Educación eliminar las matemáticas de los programas. Lo único que sobrevive, al igual que la Universidad colombiana antes mencionada, es la Geometría descriptiva (March, 2004)⁴.

¹ Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada

² Cubillos, S. "Modelación geométrica en el espacio bi y tridimensional de un dodecaedro." Conferencia. Segundo Congreso Internacional Iberocabri 2004. Saltillo. 2 de junio de 2004.

³ École d'architecture, Paris Val de Seine, <http://www.paris-valdeseine.archi.fr/>

⁴ March, R. "Geometría y arquitectura: modelación de las formas constructivistas con Cabri." Conferencia. Segundo Congreso Internacional Iberocabri 2004. Saltillo. 4 de junio de 2004.

En México, la problemática del aprendizaje de las matemáticas en la Arquitectura está también viva. Desde hace varios años, maestros de diversas instituciones han intentado ubicarla y abordarla. Por ejemplo, en la Escuela de Ingeniería y Arquitectura del IPN, que aunque los alumnos debieran estar manejando conceptos del Cálculo Diferencial e Integral, de hecho los están evadiendo, entre otras causas, por sus grandes dificultades en temas básicos de aritmética, álgebra, geometría y trigonometría.

Muchas Escuelas de Arquitectura han reducido el cálculo a tablas y fórmulas con las que se apoyan para manejar los temas básicos, incluso en el área de estructuras. Se observa la tendencia a depositar la matemática en tablas, de las cuales hacen uso frecuente, pero sin saber cómo modificar éstas o por qué surgen, lo cual los lleva al uso permanente de reglas por mera algoritmia con poco margen para saber adaptar y ser creativos en este aspecto.

Monrroy (2000) publicó un texto: *Matemáticas para el Diseño. Introducción a la Teoría de la simetría*, donde se perfila que hay un problema que no es sencillo de resolver. Aboga más por el uso de la tecnología como una herramienta útil en el Diseño y, se desarrolla principalmente alrededor de la Teoría de Grupos. El autor nos describe el problema de la siguiente manera:

“Un problema central en la enseñanza universitaria del diseño ha sido el definir la Matemática adecuada que el estudiante y futuro profesional del Diseño debe tener en su currículo. Esta discusión está lejos de resolverse. Me atrevo a afirmar que en la mayoría de las Escuelas de Diseño y Arquitectura, aún no se ha detectado cabalmente dicha problemática”. (Monrroy, 2000).

Se ve mencionada una situación por demás real, pues, como se ha observado arriba, las fuertes dificultades que se tienen en el aprendizaje del cálculo están llevando a eliminarlo de los programas curriculares. Sin embargo, se está sustituyendo por diversos elementos más bien geométricos, de acuerdo a la perspectiva de cada autor.

Existen actualmente cursos innovadores de la enseñanza y aprendizaje de matemáticas superiores, pero suelen estar dirigidos hacia ingeniería. Los estudiantes de Arquitectura y Diseño han participado, pero no ha resultado exitoso para ellos, aunque sí pueda serlo para ingeniería. Tal es el caso de cursos de cálculo diferencial e integral en algunos Campus del Tecnológico de Monterrey basados en análisis epistemológicos previos y en el contexto de la física, por ser ésta quien da origen a gran parte de las ideas esenciales del cálculo. Sin embargo, los estudiantes de Arquitectura demandan continuamente un contexto más cercano a la Arquitectura y Diseño. En el año 2001, se inicia esta investigación que pretende hacer una reforma del curso de matemáticas para Arquitectura y Diseño con base a un mayor énfasis a los aspectos de visualización que le son más propios y con los que está más familiarizado el estudiante de Arquitectura para construir ideas fundamentales de la matemática, entre otros elementos.

La Problemática

Los estudiantes de arquitectura no están teniendo éxito en los cursos de matemáticas para ingeniería no sólo por sus deficiencias en sus matemáticas previamente estudiadas sino, entre otras cosas, por su gran necesidad de motivación permanente manifiesta no sólo de sentir éxito en las matemáticas, sino que éstas estén fuertemente vinculadas a sus prácticas y usos

profesionales en Arquitectura. En la actual oferta de cursos de matemáticas, éstos no están desarrollados en el contexto de la Arquitectura y Diseño.

La problemática se ve agudizada por una fuerte tendencia a excluir las matemáticas del currículo: un porcentaje considerable de profesores de Arquitectura y de profesionales de la misma mencionan no utilizar la matemática (aunque de hecho sí lo hagan en mayor o menor grado) en sus trabajos. Contraria a esta tendencia, también hay grupos conformados por profesores de Arquitectura y profesionales de la misma y aquellos grupos de investigadores en Arquitectura (p. ej. los grupos Nexos⁵, Maydi⁶), que demandan el uso de la matemática como un elemento necesario tanto en la formación de los estudiantes de Arquitectura, como para el pleno desarrollo profesional de su disciplina. De acuerdo a los trabajos que presentan en congresos sobre el tema de Matemáticas para Arquitectura, esos elementos matemáticos van desde la aritmética básica hasta elementos de matemáticas avanzadas como la Topología, así que el determinar qué es lo que se requiere en los niveles universitarios nos plantea un amplio estudio.

Problema de investigación

En el marco de la problemática antes expuesta, esta investigación pretende aportar en un aspecto de la misma: ahondar en las ideas fundamentales de las matemáticas que están muy vinculadas con el desarrollo histórico de la Arquitectura con el propósito de aportar al problema de *qué matemática enseñar* en carrera de Arquitectura. Se pretende también elegir una de las ideas matemáticas fundamentales para la Arquitectura que un estudio posterior pueda dársele seguimiento y aportar al *cómo enseñar* a través de darle seguimiento desde su transposición hasta cómo se construye y desarrolla en el aula.

Antecedentes teóricos

Se aborda la investigación principalmente desde la perspectiva de la Ingeniería Didáctica (Peltier, 1993; Artigue, 1995) entendida como una metodología organizadora de elementos de varias teorías tales como la Transposición Didáctica (Chevallard, 1991), Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997), Campos conceptuales (Vergnaud, 1990) y también otras aportaciones teóricas como la del Enfoque Socioepistemológico (Cantoral, 2004) que permitan considerar las prácticas sociales de la Arquitectura involucradas con ideas matemáticas como otra fuente de aportaciones para la comprensión del aprendizaje y el diseño de situaciones para el aula.

Metodología

En el marco metodológico de la Ingeniería Didáctica, entendida como se describe en el apartado anterior, esta investigación profundiza en el desarrollo de conceptos matemáticos a través de la relación histórica Matemáticas-Arquitectura como parte de la componente epistemológica del Análisis preliminar.

⁵ Que publican sus resultados en: <http://www.nexusjournal.com>

⁶ The mathematics & design association en: <http://www.maydi.org.ar/>

Análisis epistemológico

En el estudio del desarrollo histórico de las Matemáticas en la Arquitectura, identificamos cuatro ideas fundamentales, entendidas como categorías de análisis, las cuales se observan a través de las prácticas matemáticas en la Arquitectura y en su evolución histórica: Medida, Proporción, Espacio geométrico y Optimización de espacios y recursos.

Continuamente la Historia de la matemática sugiere que las necesidades de sobrevivencia así como los rituales del ser humano son las que hacen surgir y desarrollarse a la matemática. Boyer (1968) nos habla del origen de la matemática como un desarrollo de los conceptos de número, magnitud y forma. No es extraño que en Arquitectura estos elementos se encuentren como fuertes elementos base desde sus orígenes hasta nuestros días.

Medida

La idea de *medida* se sitúa como parte fundamental en la Arquitectura. Es el elemento que, de inicio, permite al hombre delimitar el espacio, tomando una magnitud una cantidad de éste para darle forma a su espacio.

El hombre primitivo ha detenido su carro, decide que este será su suelo. Elige un claro, abate los árboles demasiado cercanos, allana el terreno de los alrededores. . . Planta las estacas que han de sostener su tienda. . . Los hombres de la tribu han decidido albergar a su Dios. Lo colocan en un lugar de espacio bien ordenado. . . Hay medidas. Para construir bien, para repartir bien los esfuerzos, para lograr la solidez y la utilidad de la obra, las medidas condicionan todo. (Le Corbusier, 1978)

Encontramos en este texto de Le Corbusier una idea de la primaria necesidad de medida, que ha regido y rige en toda construcción realizada o proyecto por realizarse, para organizar su entorno.

La medida, con sus diversas unidades surge en la Arquitectura como un elemento necesario para la toma de espacios en la naturaleza. Se encontró que a lo largo de la historia ha habido diversas unidades de medida. De acuerdo a la Arquitectura, que busca armonizar al hombre con la naturaleza, las primeras medidas tomaban sus unidades de la longitud de partes de los cuerpos humanos, como son brazos, piernas, pie, que podemos encontrar en escritos y diseños actuales.

Estas magnitudes cambian a lo largo de la historia, de los sitios donde son ocupados, de la astronomía local, etc. Podemos observar así, que en la gran pirámide – la pirámide de Keops- se utilizó como unidad, el codo sagrado o metro piramidal, el cual se obtiene con la siguiente razón:

$$\frac{2a}{365.242} = \frac{232.805}{365.242} = 0.6373991,$$

donde $2a$ representa la longitud del cuadrado de la base de la pirámide y 365.242 el número de días del año (Ghyka, 1953).

Con respecto a la introducción del metro, como unidad de medida, Le Corbusier menciona:

La Revolución Francesa destronó los pies y las pulgadas y sus lentos y complicados cálculos; pero era necesario encontrar otro modelo. Los sabios de la convención adoptaron otra medida concreta tan despersonalizada y tan desapasionada que se convertía en una abstracción, en una entidad simbólica: el metro, la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre. El metro fue adoptado por una sociedad empapada de novedades.

Se puede observar que la idea de unidad de medida ha sido relacionada con otras magnitudes, ya no sólo hay medidas relativas al cuerpo, las unidades de medida ahora se refieren al entorno, se fijan en referencia a él. Este dato es muy importante en la Arquitectura pues de ahora en adelante se observa que tomará sus medidas, bajo diversas unidades, pero restringiéndose o tomando como referencia a otras.

Se encontró que en Arquitectura la idea de medida propia es algo tan fuerte que para tener las unidades precisas de acuerdo al diseño, continuamente los Arquitectos reclaman la necesidad de la misma, así vemos a Le Corbusier, construyendo su modulator, sistema de medidas que, en su diseño, demandó el uso de la sección áurea. Bishpam (2004) menciona que tradicionalmente grupos diversos en Inglaterra construyen su modulator— bloques de madera con diversos cortes a modo de escalas— el cual en unión con una regla no graduada utilizan para elaborar sus diseños.

El desarrollo de la idea de medida permitió el surgimiento de otra de las grandes ideas matemáticas vinculadas con la Arquitectura: la idea de proporción.

Proporción

Otra idea fundamental es la de *proporción*. Ésta se encuentra a lo largo de la historia de la Arquitectura, desde la idea básica que busca belleza, mediante el uso de la sección áurea, hasta para el cambio de unidades en la medición con diversas escalas, asimismo, podemos verla en el manejo de las pendientes en las construcciones, actuales y antiguas: Un problema esencial en la construcción de las pirámides era el de mantener la misma pendiente en los cuatro lados de la pirámide y la misma en todos. Boyer (1968) menciona que puede ser este el problema que dio pie a la construcción de un concepto equivalente al de la cotangente de un ángulo. Tomaban algo llamado *segt* que calculaba la razón entre el avance y la subida, el recíproco de la actual pendiente, que significaba la separación horizontal de una recta oblicua del eje vertical por una unidad de variación en la altura. Esto es equivalente al desplome que, en la actualidad, usan los arquitectos para medir la pendiente hacia el interior de un muro.

Una de las proporciones más manejadas a lo largo de la historia de la arquitectura y que tiene que ver con la armonía y belleza captada por el ojo humano es la que se presenta con la sección áurea, se encuentra en las construcciones de las pirámides, en los edificios de la antigua Grecia, en grandes edificios neoyorquinos, etc.

La división de un segmento de línea recta AB en un punto C entre A y B de tal forma que se cumpla que: el segmento completo sea al mayor como el mayor es al menor, llevó a los antiguos griegos al reconocimiento de un número que da armonía y belleza a los objetos, este

es el número de oro, sección áurea o divina proporción como la nombra Luca Pacioli ya en el renacimiento.

La sección áurea tiene diversas construcciones geométricas que los diseñadores manejan con regla y compás, además, tiene la característica de desarrollar sus potencias como una serie tanto geométrica como aritmética pues, si representamos al número de oro con la letra griega phi, como: $\phi = 1.618$, veremos que cumple con: $\phi^n = \phi^{n-1} + \phi^{n-2}$.

Espacio geométrico

Vera Spinadel⁷, menciona a la *geometría* como un elemento indispensable para la organización del espacio y el conocimiento de las formas espaciales ya que estas son elementos necesarios para expresar mensajes arquitectónicos de mejor calidad. Un caso en la Arquitectura moderna se encuentra en la obra de Gaudí quien, de acuerdo a Crippa, M. (2003), atribuía gran importancia a la geometría como instrumento de conocimiento y proyección. Tomaba los elementos de la naturaleza y manejaba sus formas geométricas, volumen, superficie, etc. para hacer una arquitectura que califica su trabajo, de acuerdo a los expertos, de obra maestra.

Optimización de espacios y recursos

En el proceso de construcción de toda obra producto del ser humano entra el manejo de los recursos, pues como menciona Salazar (1995) tanto la técnica con que se realizará la obra como el tiempo que tomará la realización de la misma están supeditados al costo de la obra, por lo que es necesario un análisis que lleve a un balance entre el *qué* el *cuánto* y el *cómo* se manejarán los recursos. Entra en juego aquí la optimización matemática de los mismos.

Conclusiones

Se han construido diversos cursos de matemáticas para Arquitectura desde los contenidos tradicionales para ingeniería. Sin embargo, han aportado poco a resolver la problemática del aprendizaje de matemáticas en la formación de arquitectos y diseñadores, e incluso la han complicado o la han limitado, como aquellos que sólo manejan la geometría descriptiva. Por eso se hace urgente abordar este problema desde la actividad interna de la Arquitectura para responder al *qué y al cómo enseñar matemáticas* a los futuros arquitectos. Pero, por su complejidad, esto no puede basarse sólo en buena voluntad sino en investigación científica que le dé sustento. Este proyecto intenta incursionar en ello y como se puede ver en sus avances del análisis epistemológico, hay una multitud de conocimientos que pueden ser muy valiosos para los arquitectos y que, como están vinculados desde el quehacer mismo de la arquitectura, pueden resultar mucho más atractivos para los estudiantes. Y de entre estos conocimientos, nos parece de especial interés uno: la proporción, para hacer un mejor acercamiento y profundización dado que es una de las ideas matemáticas más fecundas en Arquitectura.

⁷ En el foro ubicado en: <http://www.nexusjournal.com/Query04-WhyVsHow.html>, en el cual se aborda la pregunta: Why is mathematics used in architecture?

Referencias Bibliográficas

- Artigue, M (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gomez (Ed.), *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (pp. 33-59). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bispham, M. (2004). The rod Method: Traditional Numberless Design and Layout. En K. Williams y F. Delgado (Eds.), *Nexus V Architecture and Mathematics*. Florence, Italy: Kim Williams Books. 43 – 55.
- Boyer, C. (1968). *Historia de la Matemática*. (M. Martínez, Trad.). Madrid, España: Alianza Editorial.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Melbourne, Australia: Kluwer Academic Publishers.
- Cantoral, R. & Farfán, R. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo*. Cd. de México, México: Thomson.
- Corbusier, L. (1964). *Hacia una Arquitectura*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Poseidón.
- Crippa, M. A. (2003). *Gaudí. De la naturaleza a la Arquitectura*. Bonn, Alemania: Taschen.
- Chevalard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. (C. Gilman, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor.
- Ghyka, M. (1953). *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Poseidón.
- Monroy, F. (2000). *Matemáticas para el Diseño. Introducción a la Teoría de la Simetría*. Cd. de México, México: Limusa, Noriega Editores.
- Salazar, S. (1995). *Costo y tiempo en edificación*. Cd. de México, México: Editorial Limusa.
- Vergnaud, G. (1990). La Théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10 (2/3), 133 – 170.