

# Análisis Cognitivo en la Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria<sup>1</sup>

Jose Luis Lupiáñez, Luis Rico, Pedro Gómez, Antonio Marín

Universidad de Granada, España

## Resumen

*Describimos un procedimiento denominado análisis cognitivo que forma parte de otro más amplio: el análisis didáctico. Por análisis didáctico entendemos aquel conjunto de tareas que debe llevar a cabo un profesor para planificar, implementar y evaluar unidades didácticas. Presentamos un instrumento basado en el modelo de competencias que caracterizan la Alfabetización Matemática del proyecto PISA de la OCDE. Mediante este instrumento los profesores en formación seleccionan, enuncian y describen las capacidades que esperan que desarrollen sus escolares al implementar una unidad didáctica. Estas capacidades se agrupan según prioridades en el aprendizaje de cada tema, y los profesores en formación expresan cuáles de esas capacidades contribuyen al desarrollo de una o varias competencias. Ejemplificamos este instrumento para el caso de la función cuadrática, sobre el que extraemos varias conclusiones.*

## Introducción

En la Universidad de Granada se imparte un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que se concreta en varias asignaturas ofertadas en la Licenciatura de Matemáticas de esta universidad.

Una de esas asignaturas, *Didáctica de la Matemática*, se centra en que los futuros profesores desarrollen y empleen conocimientos que les permitan analizar, diseñar y evaluar propuestas de enseñanza sobre algún tema matemático. Estas propuestas las denominamos unidades didácticas (Segovia & Rico, 2001).

Durante todo el desarrollo de la asignatura, los profesores en formación trabajan en grupos de 4 ó 5 personas, teniendo asignado cada uno de esos grupos un tema matemático determinado desde el inicio del curso. Esos grupos analizan, producen y valoran información acerca de su propio tema, que les permita diseñar una unidad didáctica para una hipotética secuencia de enseñanza con alumnos de algún curso de la Educación Secundaria Obligatoria.

En el diseño de estas unidades didácticas, uno de los procedimientos que los futuros profesores ponen en juego es el análisis cognitivo, que forma parte de otro procedimiento más amplio, denominado análisis didáctico (Gómez, 2002).

Una vez concretados el tema, el nivel educativo al que se dirigirá la unidad didáctica y los conocimientos previos de los escolares, parte del análisis cognitivo se centra en que los profesores en formación analicen y describan qué capacidades esperan que desarrollen esos escolares acerca de ese tema, al finalizar la hipotética implementación de la unidad didáctica que están

---

<sup>1</sup> Este trabajo está financiado por el Proyecto BSO2002-02799 del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

diseñando. También analizan en qué grado estas capacidades relativas a un tema específico contribuyen a la formación matemática general de esos escolares, expresada en términos de las competencias que estable el Proyecto PISA 2003 de la OCDE para caracterizar la *Alfabetización Matemática*<sup>2</sup> de los estudiantes al término de la educación obligatoria (OECD, 2003; Rico, 2004).

En este documento describiremos las componentes del análisis cognitivo y pondremos especial detalle en una de ellas: la relacionada con capacidades y competencias de los escolares de secundaria. Presentaremos un instrumento para que los profesores en formación seleccionen, enuncien y organicen las diferentes capacidades que esperan desarrollar en sus escolares acerca de un tema de matemáticas. Los futuros profesores agrupan estas capacidades según prioridades de aprendizaje en el tema, y expresan su decisión de que esas capacidades contribuyan al desarrollo de ciertas competencias en los escolares.

Ejemplificaremos ese instrumento en el caso de la función cuadrática, y finalmente detallaremos algunas conclusiones sobre el papel del análisis cognitivo basándonos en nuestra concepción de la reflexión que, desde la perspectiva del aprendizaje, debe hacer el profesor de matemáticas de secundaria a la hora de planificar su enseñanza.

## Análisis Didáctico

El análisis didáctico es un procedimiento en el que el profesor en formación ha de movilizar y poner en juego su conocimiento didáctico para diseñar, llevar a la práctica y evaluar una unidad didáctica o una sesión de clase sobre un tema matemático determinado. Para abordar las distintas problemáticas de ese objetivo, el análisis didáctico incluye a su vez diferentes tipos de análisis que ponen su énfasis en diferentes momentos: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. Los tres primeros análisis se llevan a cabo en la fase de planificación (Gómez, 2002).

Una vez seleccionado un tema matemático en el que se centrará la unidad didáctica, mediante el *análisis de contenido* se analiza en detalle la estructura conceptual del tópico en que se engloba el tema tratado, destacando los conceptos y procedimientos involucrados y sus relaciones. También se describen las diferentes maneras de representar esos conceptos, las reglas de procesamiento que marcan los procedimientos así como las relaciones de los distintos sistemas de representación. Finalmente, se identifican familias de fenómenos en diferentes contextos y cómo son modelizados por alguna subestructura de la estructura matemática original.

Como hemos indicado antes, en el análisis cognitivo, una vez concretados el nivel educativo al que se dirigirá la unidad didáctica y los conocimientos previos de los escolares, los profesores en formación describen qué capacidades deberán desarrollar los escolares acerca del tema seleccionado. Pero, además, también extraen criterios para determinar cómo alcanzar esas capacidades partiendo de los conocimientos previos de los que parten los escolares, y describen qué errores y dificultades pueden surgir durante ese proceso de aprendizaje, si bien en este documento no nos ocuparemos de estos dos últimos puntos.

---

<sup>2</sup> Traducción del término *Mathematical Literacy* que aparece en Rico (2004), p. 40.

En el análisis de instrucción, haciendo uso de toda la información obtenida en los análisis previos, se analizan, seleccionan, diseñan y organizan las tareas que realizarán los escolares, así como los materiales y recursos disponibles para el aprendizaje. El trabajo con esas tareas es el que permite a esos escolares desarrollar las capacidades descritas en el análisis cognitivo previo. En este análisis también se diseñará un sistema de evaluación para medir el grado de consecución de tales capacidades.

En el siguiente apartado describiremos con más detalle la parte del análisis cognitivo, en la que los profesores en formación seleccionan, enuncian y caracterizan las capacidades que deben desarrollar los escolares acerca de un tema matemático, a lo largo de la implementación de la unidad didáctica que están diseñando.

## Capacidades y competencias de los escolares

Metafóricamente, el análisis cognitivo atiende tanto la parte *positiva* del aprendizaje (qué deberían saber hacer los escolares), como la parte *negativa* (en qué errores pueden incurrir y a qué pueden deberse). Ese *saber hacer* de los escolares se establece en términos de capacidades.

Las capacidades aluden a las expectativas sobre el aprendizaje, a lo que potencialmente un escolar puede hacer; son las actuaciones esperadas ante los tipos de tareas que le proponemos realizar, y en cuya ejecución muestran su dominio y conocimiento sobre un tema, ya que expresa cómo y de qué manera puede movilizar y usar los conocimientos que ha aprendido acerca de ese tema. Los logros en las capacidades se observan por medio de las actuaciones de los escolares cuando se enfrentan a la resolución de tareas concretas.

Conforme los escolares desarrollan diferentes capacidades mediante el dominio de diversas estructuras conceptuales y el uso experto de distintas estrategias van incrementando paulatinamente sus competencias en matemáticas. Esta noción de competencia, según el marco del Proyecto OECD/PISA (OECD, 2003; Rico, 2004), permite describir los modos en los que los escolares actúan cuando hacen matemáticas y cuando se enfrentan a problemas; en resumen, las competencias que posee un escolar ponen de manifiesto su nivel de *alfabetización matemática*.

El ser competente en matemáticas constituye un objetivo a conseguir a través de toda la formación escolar obligatoria. Pero el desarrollo paulatino de cada una de las competencias se puede establecer por medio de las capacidades que van adquiriendo y asimilando los escolares en relación a temas matemáticos concretos. Constituye un supuesto de este trabajo que las capacidades que adquieren los escolares en los distintos temas matemáticos contribuyen a la evolución de sus competencias intelectuales y personales, con especial incidencia en aquellas que se vinculan con mayor fuerza a las matemáticas.

El análisis cognitivo se propone detallar ciertas capacidades que se derivan del aprendizaje de un tema matemático cuando se han priorizado algunos tópicos, y expresar la contribución de dichas capacidades al desarrollo de competencias.

Siguiendo el informe PISA 2003 (OCDE, 2003) hemos seleccionado siete competencias, que son las siguientes:

1. *Pensamiento y Razonamiento*
2. *Justificación*
3. *Comunicación*
4. *Estructura Conceptual*
5. *Representación*
6. *Fenomenología*
7. *Modelización*

La primera competencia se refiere a parcelas del pensamiento y del razonamiento que el escolar lleva a cabo cuando trabaja en matemáticas para dar respuesta a tareas. La segunda se centra en analizar cómo justifica y valida ese escolar la bondad de sus afirmaciones y respuestas. La tercera se preocupa de analizar los procesos de comunicación matemática de los escolares en términos de cómo expresan ideas matemáticas y cómo interpretan las expresiones de otros.

El manejo de los principales conceptos y procedimientos están en la base de la competencia de *Estructura Conceptual*, mientras que la de *Representación* tiene que ver con el uso y la interpretación de las diferentes formas de representar esos conceptos y procedimientos. *Fenomenología* y *Modelización*, tienen que ver, respectivamente, con las capacidades de los escolares para reconocer y describir situaciones y contextos en los que aparecen las nociones matemáticas, y con las capacidades para resolver ciertos tipos de problemas en esas diferentes situaciones y contextos.

Para comenzar la descripción de las capacidades y su vinculación con las competencias, que se espera que el estudiante desarrolle durante la implementación de la unidad didáctica, hay que delimitar y concretar el nivel educativo al que se dirige esa planificación.

Una revisión curricular en ese nivel educativo permite acotar mucho la complejidad de relaciones y de significados que se han puesto de manifiesto en el análisis de contenido. En esa revisión pueden concretarse unas prioridades de contenidos, de objetivos y de aspectos a evaluar.

Con esa primera información, revisamos el mapa de la estructura conceptual que se ha realizado en el análisis de contenido. En esta estructura se identifican prioridades en los contenidos y procedimientos relacionados, merced a la importancia y al número de conexiones que aglutinan algunos de esos conceptos y procedimientos. Estas prioridades se pueden contrastar con las obtenidas en la revisión curricular anterior.

Con estas dos fuentes podemos delimitar con criterio cuáles son las prioridades de aprendizaje sobre un tema determinado para escolares de un nivel educativo concreto.

## **Enunciar capacidades y vinculación con competencias**

Para el caso de la función cuadrática en un curso de 3º de ESO (14-15 años), las revisiones mencionadas anteriormente nos llevan a seleccionar tres prioridades en su aprendizaje:

1. **Reconocer y caracterizar funciones cuadráticas.**

2. **Obtener, interpretar y relacionar diferentes representaciones de una función cuadrática**
3. **Resolver problemas en diferentes situaciones y contextos, a través de una función cuadrática o de alguna de sus propiedades.**

A partir de estas prioridades de aprendizaje y, de nuevo, con la revisión de la información obtenida en el análisis de contenido previo al análisis cognitivo, pueden enunciarse las capacidades que esperamos que nuestros escolares de 3º de ESO desarrollen en torno a la función cuadrática.

Los diferentes enunciados de capacidades se realizan al analizar cuáles son los principales conceptos, procedimientos y relaciones entre ellos que tienen que ver con cada una de las prioridades anteriores. Esa información surge del detalle de la estructura conceptual.

Una manera operativa de describir esas capacidades es usar una tabla como la siguiente, en la que, como ejemplo, se enuncian diferentes capacidades relacionadas con la tercera prioridad de aprendizaje establecida antes:

		PR	J	C	EC	R	F	M
	<b>Resolver problemas en diferentes situaciones y contextos, a través de una función cuadrática o de alguna de sus propiedades</b>							
1	Elaborar argumentos para acotar el máximo o el mínimo de una función cuadrática.		X	X		X		X
2	Identificar los intervalos de crecimiento y decrecimiento en la representación gráfica de una función cuadrática.				X	X		X
3	Expresar matemáticamente situaciones del mundo real en términos de una función cuadrática, como la caída libre de un objeto, o un problema de optimización de áreas.	X			X	X	X	X
4	Aplicar los conceptos y relaciones fundamentales asociados con la función cuadrática para resolver un problema dado en un contexto real o del entorno.	X	X		X	X	X	X

Cada una de las siete últimas columnas corresponde a una de las siete competencias descritas, que se codifica por medio de su inicial: *Pensamiento y Razonamiento*, *Justificación*, *Comunicación*, *Estructura Conceptual*, *Representación*, *Fenomenología* y *Modelización*.

La contribución prioritaria de cada capacidad a las diferentes competencias se expresa poniendo una marca en la celda correspondiente. En el ejemplo anterior, vemos que la capacidad número 1 consideramos que contribuye al desarrollo de las competencias *Justificación*, *Comunicación*, *Representación*, y *Modelización*.

El ejercicio de señalar a qué competencias contribuye cada una de las capacidades enunciadas se realiza según varios criterios:

1. *El diseño curricular global*
2. *En análisis de contenido*
3. *Atención a las dificultades*
4. *Prioridades metodológicas*

El primer criterio tiene que ver con el diseño curricular global de la asignatura, e incluso del nivel educativo en el que se enmarque la Unidad didáctica. En ese nivel de descripción curricular se expresan objetivos generales de aprendizaje que pueden interpretarse en términos de las capacidades y competencias seleccionadas. Por ejemplo, en el Real Decreto 3473/2000 para la modificación de las Enseñanzas Mínimas para la ESO, uno de los objetivos propuestos para el bloque de Funciones y Gráficas para 3º de ESO es *“evaluar el comportamiento de una gráfica sencilla (...), y obtener información práctica en un contexto de resolución de problemas relacionados con fenómenos naturales o prácticos de la vida cotidiana.”* (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2001).

Esta descripción genérica de un objetivo de aprendizaje para todo un curso, proporciona información para tomar decisiones a la hora de decidir qué competencias interesa desarrollar, y por tanto, qué capacidades hay que esperar que los chicos alcancen sobre cada tema de ese curso.

El segundo criterio tiene que ver con la información que suministra el análisis de contenido que se ha realizado previamente al cognitivo. En ese análisis se ponen de manifiesto multitud de significados de las nociones matemáticas involucradas, y se describe qué vínculos se establecen entre ellas. La cantidad y la fuerza de esos vínculos permiten concluir que, cuando se alcancen ciertas capacidades, se está contribuyendo especialmente al desarrollo de algunas competencias.

Por ejemplo, si analizamos la estructura conceptual de la función cuadrática, destaca el peso que tienen en esa estructura los sistemas de representación simbólico, numérico y gráfico y sus distintas relaciones. Si esperamos que los escolares sean capaces, por ejemplo, de interpretar cómo se traduce en la gráfica de una parábola el aumento o disminución del valor de los coeficientes de su expresión simbólica, sin duda estamos contribuyendo a que esos escolares desarrollen su competencia para relacionar y hacer traducciones entre distintas representaciones de nociones matemáticas.

El tercer criterio tiene que ver con las dificultades de aprendizaje. En el análisis cognitivo se han descrito y organizado la tipología de errores que pueden aparecer durante la puesta en práctica de la unidad didáctica. También se han analizado y caracterizado a qué dificultades pueden deberse esos errores. Esa caracterización permite asociar una dificultad a un desarrollo incompleto o inadecuado de uno o varios contenidos, y eso nos lleva a destacar capacidades que los escolares tienen que alcanzar para superar esas dificultades, y que redundan en el desarrollo de sus competencias.

El cuarto criterio está relacionado con las decisiones personales que el profesor toma a la hora de planificar sus clases. Se pueden hacer apuestas sobre métodos de resolución, sobre tipos de problemas, sobre formas de razonamiento, etc., que luego se verán reflejadas en el tipo de tareas que planteará a sus alumnos.

Además, la tabla anterior también indica y resume la relación entre cada grupo de capacidades y las siete competencias cognitivas, según la contribución de cada uno de esos grupos de capacidades al desarrollo de cada una de las siete competencias. Esa contribución viene marcada en las celdas en las que se intersecan cada una de las filas en la que se describe un grupo de capacidades con cada una de las siete columnas de competencias.

El grado de contribución se muestra haciendo un recuento ponderado del número de cruces que se han puesto en cada columna, usando un sistema de sombreado. De esta forma es posible hacer un balance de en qué competencias se ha puesto especial énfasis, y eso nos lleva a valorar la descripción de capacidades que se han enunciado. En el ejemplo anterior hemos ejemplificado esa ponderación distinguiendo cuatro niveles.

En resumen, la tabla organiza las diferentes capacidades que se espera que los escolares desarrollen acerca de tema seleccionado. Estas capacidades se agrupan según las prioridades en el aprendizaje de ese tema. También se muestra si esas capacidades contribuyen ó no al desarrollo de una o varias competencias, y se hace un balance de en cuáles de esas competencias se hace especial énfasis.

## Estudio de la función cuadrática

A continuación veremos el ejemplo completo de la descripción de capacidades y su contribución a las competencias descritas en el caso de la función cuadrática para escolares de 3º de ESO:

		PR	J	C	EC	R	F	M
<b>Caracterizar y reconocer funciones cuadráticas</b>								
1	Construir ejemplos de funciones cuadráticas, tanto de manera simbólica como gráfica.	X			X	X		
2	Proporcionar argumentos para justificar porqué una función es cuadrática ó no.	X	X		X	X		
3	Argumentar porqué una función cuadrática tiene siempre un extremo.		X		X	X		
4	Dar ejemplos de funciones cuadráticas con un máximo o con un mínimo, tanto de manera simbólica como gráfica.	X			X	X		
5	Identificar el vértice y el eje de simetría de una parábola.			X	X	X		
6	Identificar elementos en la expresión simbólica de una función cuadrática: variable, exponente, coeficientes principal, lineal e independiente,...			X	X			
7	Emplear los términos habituales: función, función cuadrática o de segundo grado, igualdad, valores, gráfica,...			X				
8	Interpretar y manejar los convenios habituales de representación, respetar el significado del signo de igualdad, variables en los ejes,...			X		X		
9	Encontrar y describir verbalmente alguna situación del mundo real que pueda asociarse matemáticamente con una función cuadrática.			X			X	X
10	Describir diferentes situaciones y contextos dónde pueden encontrarse formas u objetos parabólicos.			X			X	X
<b>Obtener, interpretar y relacionar diferentes representaciones de una función cuadrática</b>								
11	Reconocer e interpretar los coeficientes de las expresiones estándar, multiplicativa y canónica de una función cuadrática.			X	X	X		
12	Hallar los puntos de corte con los ejes, las				X	X		

		PR	J	C	EC	R	F	M
	coordenadas del eje de simetría y del vértice de una parábola dada su expresión simbólica.							
13	Crear representaciones gráficas genéricas de funciones cuadráticas: con vértice en el origen, que pasen por el origen, o sin cortar al eje X.			X		X		
14	Reconocer valores numéricos de la función cuadrática en su representación gráfica.				X	X		
15	Evaluar una función cuadrática.	X			X			
16	Construir la gráfica de una función cuadrática a partir de alguna de sus expresiones simbólicas.	X			X	X		
17	Relacionar justificadamente diferentes parábolas con la parábola estándar $y=x^2$ .	X	X		X	X		
18	Identificar características comunes de familias de parábolas, como la amplitud, o el lugar que ocupa el vértice o el eje de simetría.	X			X	X		
19	Relacionar las diferentes expresiones simbólicas de la función cuadrática mediante los métodos de <i>factorización, expansión (desarrollo), y completación de cuadrados.</i>	X	X		X	X		
20	Interpretar gráficamente, los cambios del signo y del valor absoluto de los coeficientes de la expresión simbólica de una función cuadrática.	X		X	X	X		
21	Aproximar y justificar una expresión simbólica de una función cuadrática a partir de su gráfica.	X	X		X	X		
<b>Resolver problemas en diferentes situaciones y contextos, a través de una función cuadrática o de alguna de sus propiedades</b>								
22	Elaborar argumentos para acotar el máximo o el mínimo de una función cuadrática.		X	X		X		X
23	Identificar los intervalos de crecimiento y decrecimiento en la representación gráfica de una función cuadrática.				X	X		X
24	Expresar matemáticamente situaciones del mundo real en términos de una función cuadrática, como la caída libre de un objeto, o un problema de optimización de áreas.	X			X	X	X	X
25	Aplicar los conceptos y relaciones fundamentales asociados con la función cuadrática para resolver un problema dado en un contexto real o del entorno.	X	X		X	X	X	X

## Conclusiones

La descripción de capacidades y su contribución al desarrollo de competencias que realizan los grupos de profesores en formación al llevar a cabo el análisis cognitivo, pone de manifiesto algunas potencialidades de esta técnica.

En primer lugar, permite a los grupos de futuros profesores establecer una relación entre el currículo global de todo un nivel educativo, con el nivel local relativo a un tema específico. Partiendo de las directrices sobre objetivos, contenidos y evaluación que se expresan en el currículo general de un nivel educativo, los profesores en formación establecen cuáles son las capacidades



que deben desarrollar los escolares de ese nivel en torno a un tema concreto, y describen en qué medida esas capacidades contribuyen a la formación matemática general de esos escolares en términos de competencias.

En segundo lugar, con esa descripción de capacidades los futuros profesores ya no tratan con la generalidad que tiene cualquier tema de matemáticas, sino que ese tema se concreta en una serie de actuaciones, enunciadas en términos de capacidades, que se espera que los estudiantes realicen al finalizar el desarrollo de la unidad didáctica.

En tercer lugar, como parte de la planificación de una unidad didáctica, los futuros profesores, merced a esta descripción de capacidades, relacionan el análisis de contenido con el análisis de instrucción, desde dos puntos de vista:

- Por una parte, los profesores en formación disponen de criterios para estudiar, seleccionar y diseñar las tareas que habrán de resolver los escolares a lo largo de la implementación de la unidad didáctica. Si el objetivo es que los escolares lleguen a desarrollar ciertas capacidades, esa capacitación ha de mostrarse en la ejecución de tareas que muestren de qué son ó no capaces esos escolares. Por eso, las tareas que se planteen a los escolares han de tener en cuenta el uso del conocimiento matemático que se describe en la selección de capacidades a desarrollar.
- Por otra parte, al delimitar qué capacidades desean que desarrollen sus escolares, los futuros profesores están sentando las bases para el diseño de actividades de evaluación. Estas actividades deben permitirles valorar el grado de desarrollo de las capacidades que desean evaluarse.

En cuarto lugar, mediante la descripción de capacidades y competencias que realizan los profesores en formación, éstos hacen explícitas la manera que tienen de entender las matemáticas y de cómo se aprenden:

Al hacer balance de las competencias que se desean desarrollar, puede ocurrir que éstas pongan su énfasis en aspectos más formales de las matemáticas, como las de *Estructura Conceptual y Representación*. Pero puede ocurrir que sean los aspectos fenomenológicos y de modelización los que más se persigan, en cuyo caso se pone de manifiesto una visión más aplicada de las matemáticas.

Además, los futuros profesores también establecen qué tipo de actuaciones han de promoverse en el aula para lograr el aprendizaje de sus escolares. Por ejemplo, si enfatizan el desarrollo de las competencias de *Justificación y Comunicación*, se hace una apuesta por una visión social del aprendizaje más que por una perspectiva individual del mismo.

Todos estos aspectos ponen de manifiesto que la estructura que se ha diseñado para el análisis cognitivo contribuye a que los profesores en formación adquieran herramientas útiles que les permiten planificar sus actuaciones profesionales de una manera fundamentada y sistemática.

Desde otro punto de vista, la fundamentación y organización del análisis cognitivo que hemos descrito permite avanzar y mejorar el desarrollo conceptual del análisis didáctico, ya que pone de manifiesto los vínculos entre diferentes elementos que lo constituyen, y refuerza su estructura cíclica. Este desarrollo conceptual incide a su vez en el programa de formación inicial para profesores de matemáticas de secundaria, pues lo hace más coherente y

potencia su carácter relacional, en el que las diferentes herramientas conceptuales y metodológicas que se desarrollan adquieren fuerza y validez en su conjunto.

## Referencias

Gómez, P. (2002). *Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas*. Revista EMA, 7, 3, pp. 251-292.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2001). Real Decreto 3473/2000, de 29 de diciembre, por el que se modifica el Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la educación secundaria obligatoria. *BOE*, 14, de 16 de Enero de 2001. Madrid: Ministerio de la Presidencia, pp. 1810-1858.

OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. París: OCDE.

Rico, L. (2004) La evaluación de Matemáticas en el Proyecto PISA. En R. Pajares, A. Sanz, L. Rico: *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte; Instituto nacional del Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, pp. 39-51.

Segovia, I., Rico, L. (2001). Unidades Didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.): *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Síntesis, pp. 83-104.