CONEXIONES EN EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DEL PROFESOR: PROPUESTA DE UN MODELO DE ANÁLISIS

Connections and teacher's mathematical knowledge: A proposal for an analysis model

Genaro de Gamboa, Lourdes Figueiras

Universidad Autónoma de Barcelona

Resumen

Establecer conexiones es una acción presente en diversos modelos que analizan el conocimiento del profesor de matemáticas desde una perspectiva práctica. En esta contribución proponemos una definición y una clasificación asociada dirigidas a profundizar en la relación entre el establecimiento de conexiones en el aula y el análisis del conocimiento del profesor. Esta propuesta teórica surge de la observación continuada de clases de matemáticas y la ejemplificamos con episodios reales de aula relacionados con la introducción de los números enteros. Caracterizamos cuatro tipologías de conexiones y mostramos cómo cada una se asocia a rasgos diferentes del conocimiento del profesor.

Palabras clave: *Conexiones, conocimiento matemático del profesor, interconcepto y números enteros.*

Abstract

Making connections is part of several models that analyze the knowledge of the teacher of mathematics from a practical perspective. In this paper we propose a definition and also an associate classification with the aim of analyze the relationship between making connections and teacher knowledge. This theoretical proposal arises from the continuous observation of mathematics classroom. Examples are taken from real episodes related to the introduction of integers. We characterize four typologies of connections and show how each category is associated with different features of teacher knowledge.

Keywords: *Connections, mathematical teacher knowledge, interconcept and integers*

Diversos modelos del conocimiento del profesorado propuestos desde la investigación y el análisis de la práctica hacen referencia a la importancia de *establecer conexiones*. Ball, Thames y Phelps (2008) se refieren a ellas en la categoría del Conocimiento del Horizonte Matemático como indicador de la conciencia del profesor sobre cómo se relacionan los contenidos matemáticos a lo largo del currículo matemático escolar. Algunos autores (Martínez, Giné, Fernandez, Figueiras y Deulofeu, 2011) señalan que las conexiones van más allá de esta categoría, y que permiten articular otros subdominios de conocimiento del profesor.

En el modelo del Conocimiento Especializado del profesor de matemáticas (Carrillo, Climent, Contreras, y Muñoz-Catalán, 2013), las conexiones aparecen también en la descripción de algunos de sus subdominios de conocimiento: en el caso del Conocimiento de la Estructura Matemática emergen como un aspecto esencial que hace énfasis en entender las matemáticas como un sistema de conexiones y en el caso del Conocimiento de la Actividad Matemática, las conexiones permiten relacionar implícitamente diferentes formas de definir, argumentar o demostrar en matemáticas.

En el caso del modelo del Knowledge Quartet (Rowland, Turner, Twaites y Huckstep, 2009), el establecimiento de conexiones en el aula representa un elemento clave en la práctica docente, que se relaciona con la capacidad del profesor para conectar diferentes lecciones, conectar ideas

Gamboa, G. de, Figueiras, L. (2014). Conexiones en el conocimiento matemático del profesor: propuesta de un modelo de análisis. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 337-344). Salamanca: SEIEM.

matemáticas o conectar diferentes partes de una lección. Respecto a su relación con la clasificación del conocimiento propuesta por Shulman (1986), la dimensión de conexión constituye una manifestación de diferentes tipos de conocimiento, como pueden ser los conocimientos de los contenidos o los conocimientos pedagógicos relacionados con los contenidos (Rowland et al., 2009).

La amplia aparición de las conexiones en los modelos anteriores evidencia la existencia de una relación entre el conocimiento del profesor y el establecimiento de conexiones en el aula. El análisis de esta relación puede contribuir a identificar tipologías de conocimiento relacionadas con el establecimiento de conexiones, así como a entender mejor la relación entre diferentes categorías del conocimiento matemático del profesor. El objetivo de esta aportación es construir una definición de conexión que permita caracterizar el concepto en la práctica del aula y dar una clasificación inicial de las conexiones para aproximarse a la práctica docente en general, y al análisis del conocimiento en particular. Tanto la construcción de la definición como la propuesta de clasificación que aportamos vienen acompañadas de ejemplos y reflexiones alrededor de episodios de aula.

CONEXIONES MATEMÁTICAS E *INTERCONCEPTOS*

La idea de conexión que subyace en una gran parte de los trabajos que se ocupan de las conexiones en educación matemática es cercana a su utilización en el lenguaje natural: se produce una conexión cuando se establece una relación entre dos elementos de forma que el enlace se basa en un principio de lógica, coherencia y continuidad (Frykholm y Gasson, 2005 ; Rowland et al., 2009; Lockwood, 2011). Esta definición de conexión permite una aproximación a la matemática escolar en la que se enfatiza la importancia de establecer relaciones entre aspectos diferentes de un mismo concepto, entre conceptos diferentes o entre un concepto matemático y una situación extra matemática. Las investigaciones de algunos autores confirman cómo este conocimiento conectado es más sólido y duradero (Bamberger y Odendorf, 2007).

Uno de los problemas que tiene esta definición impersonal y objetiva de conexión es que en la práctica del aula de matemáticas las conexiones no siempre son acertadas, aunque respondan a relaciones lógicas, coherentes o continuas. Por ejemplo, en el contexto del tema de introducción a la aritmética con enteros la profesora propone a los alumnos dos ejercicios, dirigidos a estudiar las técnicas y las notaciones implicadas en la potenciación. Después de estudiar las propiedades de las potencias positivas y negativas, surge la discusión sobre la diferencia entre -2^5 y (-2)^5:

> Profesora: Atención todos a este problema. Pol, [dí el resultado de] (-2^5). Leamos lo que hay en la pizarra. El número que se replica es el 2. El menos no se replica. ¿Y por qué, Lorena, la importancia de los paréntesis? Porque el – no está dentro del paréntesis. ¿Sí lo vemos? Si quisiéramos que fuera el – 2 replicándose tendríamos que haber puesto un paréntesis; pero en estos momentos lo único que se replica es el 2, o siendo purista el +2. ¿De acuerdo? El +2.
>
> Lorena: Pero, ¿no es negativo?
>
> Profesora: Será negativo el resultado final, pero el número que se replica es el 2. Esto que tengo en la pizarra -(2)^5 y esto -(+2)^5 es lo mismo
>
> Lorena: ¿Y por qué pone negativo?
>
> […]
>
> Pol: Lo que no entiendo es por qué da el mismo resultado [en -2^5 y (-2)^5]. O sea -32.

Ante la dificultad de diferenciar las dos expresiones anteriores, Pol fija su atención en el resultado y encuentra que los resultados de ambas operaciones son el mismo. Aquí aparece una conexión basada en el principio de transitividad: si -2^5 = - 32 y - 32 = (-2)^5, por tanto -2^5 = (-2)^5. Sin embargo, aunque la relación establecida por el alumno entre los dos resultados sea lógica y coherente, es errónea. Cuando se pone de manifiesto una relación errónea como la de este ejemplo, entendemos esta relación como un *síntoma* de que existe otra conexión no explícita, que es la que permitiría corregir el error y que es la que nos interesa.

Otro ejemplo de relación errónea en el episodio anterior se encuentra en la intervención de Lorena: en ese momento, debería manifestarse la conexión entre los distintos significados del signo menos –como operador y como indicador de número negativo- y sin embargo no es así. Si nos restringimos a la definición general anterior, el error de Lorena no se consideraría una conexión en tanto que no es una relación coherente. Sin embargo, la explicitación de ese error nos permite detectar que existiría una conexión que permite relacionar los diferentes significados del signo menos. Por tanto, nuestro enfoque pretende incluir en la conceptualización de conexión aquellas que no siendo explícitas conducen a corregir errores –estos sí explícitos en la práctica- que se producen al establecer relaciones coherentes y continuas pero que no están bien construidas matemáticamente.

Por otra parte y desde un punto de vista interno, aunque en esencia una conexión sea una relación entre dos elementos, en su estructura interna presenta una estructura compleja que consiste en la construcción sucesiva de significados. Presmeg (2006), al analizar el establecimiento de conexiones en el aula por parte del profesor desde una perspectiva semiótica revela su complejidad, ya que la forma en que se construye la cadena de significados que permite establecer una conexión implica la construcción parcial de significados, que a su vez se conectan con otros y construyen sucesivamente otros nuevos.

La construcción de cadenas de significado en matemáticas requiere del establecimiento de transformaciones entre representaciones. Según Duval (2006), estas transformaciones son de dos tipos: los tratamientos y las conversiones. Los *tratamientos* son las transformaciones que se producen dentro de un mismo registro, por ejemplo, al cambiar una determinada operación de su representación decimal a su representación fraccionaria. Las *conversiones* son las transformaciones que se producen entre registros diferentes, como por ejemplo transformar gráficos cartesianos en ecuaciones, o representar operaciones con enteros sobre la recta numérica. Cada una de estas tipologías se relaciona con una dificultad fundamental en la construcción de conocimiento matemático, en tanto que representan las tipologías de situaciones a las nos enfrentamos al construir conocimiento matemático.

En los tratamientos, las dificultades se relacionan con la complejidad propia del registro que se utilice. En el caso de los registros multifuncionales -como el lenguaje natural o de problemas presentados en un contexto de visualización geométrica- se producen múltiples posibilidades en la interpretación de la información, lo que dificulta la identificación de la información con relevancia matemática. Los registros multifuncionales permiten una aproximación sencilla a la situación que se pretende trabajar, pero la falta de unas reglas identificables como comunes, generan que las aproximaciones sean también diversas y que por tanto sea más difícil encontrar un punto en común.

Las conversiones presentan problemáticas relacionadas con la posibilidad de establecer relaciones uno a uno entre los dos registros, así como con la organización interna de los elementos relacionados en cada registro (Duval, 2006). Por ejemplo, en el caso de los modelos de desplazamiento, en los cuales los números enteros representan desplazamientos respecto del origen y las operaciones de suma y resta representan las direcciones de dichos desplazamientos. Sin embargo, las estructuras que son válidas en un contexto matemático como - (-a), dejan de tener significado en el modelo correspondiente (posiciones y desplazamientos en una dimensión).

Por tanto, las conexiones están estrechamente relacionadas con el carácter inter relacional de la matemática escolar, donde los conceptos quedan constituidos por una red de definiciones y de propiedades que los relacionan, las representaciones que se les asocian, los procedimientos que permiten operar con ellos y el método que permite avanzar en el conocimiento de la estructura global. Cuando los conceptos de la matemática escolar son entendidos así, como una red coordinada y coherente, los llamaremos *interconceptos* para recoger el conjunto de las definiciones concretas que forman su estructura. Por ejemplo, el área de un cuadrado de lado n y el cuadrado de un número n son, desde esta perspectiva, un mismo interconcepto que en la matemática escolar se presentan a menudo con un significado independiente. La noción de interconcepto es central en lo que sigue para referirnos a la estructura de la matemática escolar, en tanto que a menudo es en la escuela donde se fragmenta esta red conceptual.

DOS NIVELES DE APROXIMACIÓN A LAS CONEXIONES EN EL AULA

Nos interesa generar una herramienta de análisis que permita referirse a las conexiones en un contexto de aula, y por tanto dar cuenta de las que se producen de forma espontánea en la clase de matemáticas y no únicamente en actividades diseñadas ad hoc para promover el establecimiento de conexiones. En este sentido, las conexiones deben ser analizadas teniendo en cuenta tanto el contexto de aula en que se producen como cada una de las intervenciones que añaden significado a la conexión.

Por lo tanto, entendemos las conexiones como una red de enlaces que permiten coordinar nuevos significados, y las describiremos desde dos niveles. Por un lado, nos interesa caracterizar la estructura interna de las conexiones, dando cuenta de cómo se producen los enlaces y en base a qué principios se establecen. Por otro lado, nos interesa la funcionalidad de la conexión, entendida como unidad, en la construcción de conocimiento matemático. Este nivel implica considerar la conexión en el contexto de aula en el que se produce. La clasificación que proponemos en el siguiente apartado responde a estos dos niveles de aproximación.

En el episodio que se describe a continuación se ilustra cómo las conexiones que aparecen en un contexto de aula admiten estos dos niveles de aproximación que, aunque complementarios, permiten extraer conclusiones diferentes. La profesora pide a los alumnos que expliquen cómo han resuelto la operación (-5)^7/(-5)^7. Los alumnos proponen las siguientes tres opciones:

> Marina: Averiguar primero qué da cada uno y después, o sea y el restar los exponentes que para uno, me daría cero y al final daría uno.
>
> Ariadna: Yo iba a hacer (-5)·(-5)·(-5)·(-5)·(-5)·(-5)·(-5), poner los números así (indica con la mano arriba y abajo) y tacharlos
>
> Martí: No, yo. Pues como eran dos números iguales, es como hacer 2 entre 2 y da 1

En este caso, se produce una conexión entre tres procedimientos diferentes para una misma operación. Desde una perspectiva interna analizamos cuáles son los argumentos que permiten justificar la relación entre las tres expresiones anteriores y cuáles son las conclusiones que se persiguen. Sin embargo, desde una perspectiva global nos interesa analizar la función que cumple esta conexión en el contexto matemático en el que se produce. En este caso particular, el hecho de hacer explícita la conexión entre estas tres representaciones permite profundizar en el conocimiento de Z, coordinando este conocimiento con el conocimiento de la aritmética en N. Además, se profundiza en el papel del 1 como elemento neutro de Z, al tiempo que se produce una clara relación entre la estructura multiplicativa de las bases y la estructura aditiva que aparece en los exponentes.

En consecuencia, entenderemos las conexiones como redes de enlaces que coordinan definiciones, propiedades, técnicas y procedimientos para construir interconceptos. Dichos enlaces son vínculos lógicos y coherentes entre representaciones –en el sentido de Duval- y su interpretación errónea o incompleta da lugar a errores comunes en la matemática escolar. Las características de las conexiones, y por tanto la clasificación que ofrecemos, dependen de la relación última que se quiere establecer así como del proceso de construcción parcial de significados que la constituye.

UNA PROPUESTA DE CLASIFICACIÓN PARA LAS CONEXIONES EN EL AULA

El conocimiento matemático tiene una naturaleza dual (Onrubia, Rochera y Barberá, 2001), ya que conviven en él aspectos internos que se refieren a sus propias estructuras abstractas junto con otros aspectos externos vinculados con el mundo real. Las características que determinan esta diferenciación entre aspectos internos y externos en la actividad matemática producen a su vez una diferencia en las tipologías de relaciones que se pueden establecer y por tanto una diferencia en la tipología de las conexiones. La naturaleza de las situaciones que se deben relacionar tiene características diferentes relacionadas con los objetivos, los contextos, los lenguajes y los conocimientos asociados a cada situación (Walkerdine, 1998; Fryckholm y Glasson, 2008).

Así pues, aparece una primera diferenciación entre conexiones que se producen en la vertiente interna de las matemáticas, que llamaremos conexiones intra matemáticas, y conexiones que establecen una relación con una situación de un contexto extra matemático, que llamaremos extra matemáticas. Éstas últimas se caracterizan principalmente por conectar las matemáticas con situaciones que: (a) tienen unos objetivos claramente diferentes a los de la actividad matemática escolar; (b) utilizan una tipología de discurso diferente a la que se utiliza en el aula de matemáticas y; (c) requieren de una simbología y un lenguaje que difieren de forma marcada de la simbología y la terminología utilizada en matemáticas (Walkerdine, 1998). En esta categoría incluimos las conexiones entre contenidos matemáticos y situaciones de la vida diaria, conexiones entre contenidos matemáticos y otras disciplinas curriculares y conexiones entre contenidos matemáticos y modelos que se les asocian construidos a partir de referentes reales, como pueden ser los modelos de desplazamiento asociados a la aritmética con enteros.

Dentro de las conexiones intra matemáticas, nos encontramos a su vez con dos sub tipologías: las conexiones relacionadas con procesos transversales y las conexiones conceptuales. Las conexiones relacionadas con procesos transversales son las relaciones que se establecen entre un concepto matemático y un proceso matemático transversal a todos los contenidos, en concreto consideramos las conexiones que establecen relaciones con el razonamiento y la justificación, y con las heurísticas relacionadas con la resolución de problemas. Por ejemplo, en el siguiente episodio se puede ver cómo en la resolución de un ejercicio de cálculo del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo de un par de números, un alumno observa que existe una regularidad cuando uno de los números es múltiplo del otro e interviene en clase para comentarla:

Asad: El pequeño es el m.c.d y el grande es el m.c.m

Profesora: ¿Siempre?

Asad: Bueno, en estos casos

Martí: Cuando un número es múltiplo de otro también será el mcm

Profesora: Bueno, a ver lo que ha dicho Martí. Tenemos una sospecha. No copiéis que solo es una sospecha. Martí, ¿me dictas? Todavía no lo hemos comprobado.

[…]

Profesora: Si un número a es divisor de otro número b, quien es el m.c.m (a, b)?

Varios alumnos: b

Profesora: ¿Por qué? Porque una cosa es la sospecha, y otra estar seguros. Ahora todo el mundo deja la libreta, porque vamos a hacer nuestra primera demostración matemática.

[La profesora dirige el razonamiento basado en analizar las listas ordenadas de los divisores de a y b.]

Profesora: No puede haber más divisores comunes, o sea que a es el máximo de los divisores comunes. Sospecha comprobada. Ahora, una conclusión que me gusta mucho. Si una cosa se cumple una, dos o cuatro veces, no necesariamente tendrá que pasar siempre.

En este caso, la profesora aprovecha las observaciones hechas por Asad y Martí para analizar en profundidad la hipótesis propuesta por los alumnos y guiarlos en la construcción de un razonamiento matemático riguroso. La relación que se produce en el aula no pretende únicamente enlazar el procedimiento de cálculo del m.c.m y del m.c.d con la propia definición de múltiplo y divisor entre dos números, sino que busca conectar esta relación particular con las ideas de generalización y demostración. Dicha conexión se produce de forma profunda, explicitando los principios que nos permiten avanzar en el razonamiento y por tanto mostrando diferentes niveles de certeza en matemáticas (sospecha-hipótesis y verificación general-demostración)

Finalmente, las conexiones conceptuales son las relaciones que se establecen entre representaciones, procedimientos o técnicas asociadas a un concepto, o a conceptos diferentes. Estas conexiones se diferencian a su vez en dos tipologías, las que implican conversiones en el sentido propuesto por Duval (2006), y las que únicamente implican que aparezca un tratamiento. En el caso de los números enteros un ejemplo de conversión seria la conexión entre una operación combinada de números enteros y su traducción a movimientos entre puntos de la recta numérica. Dentro del segundo están la mayoría de las conexiones que se producen en el aula de matemáticas, ya que al no producirse cambios de registro, muchos tratamientos pueden presentarse de forma algorítmica (Duval, 2006). Un ejemplo de este segundo caso sería la conexión presentada en el episodio en el que se relacionaban procedimientos para la resolución de (-5)^7/(-5)^7. En la figura siguiente presentamos un resumen de las tipologías de conexiones que proponemos.

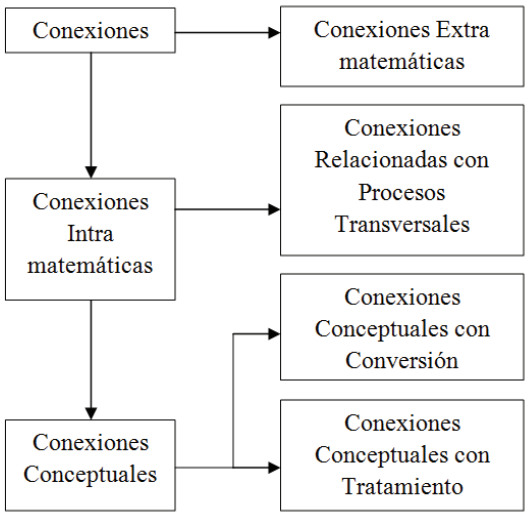

Figura 1. Clasificación de las conexiones

CONSIDERACIONES FINALES

La definición de conexión y la clasificación presentadas en este documento pretenden contribuir a la caracterización explícita de un concepto ampliamente usado en la didáctica de la matemática como es el de conexión. La clasificación que presentamos establece criterios de identificación que enfocan tanto las características de los enlaces parciales que constituyen la conexión como el contexto en que se producen. Esta dualidad de enfoques permite construir un marco coherente de aproximación a la práctica de aula.

Dado que el profesor es quien gestiona la actividad del aula, y quien en muchos casos valida los diferentes razonamientos que aparecen, su capacidad en términos de conocimiento para ayudar a los alumnos a establecer conexiones es determinante. Por tanto, este marco ha de permitirnos identificar rasgos del conocimiento del profesor que se relacionan con la aparición de conexiones, así como relacionarlos con diferentes dimensiones del conocimiento del profesor utilizadas por las propuestas teóricas actuales y a su vez complementarlos. En los episodios discutidos en este documento se puede identificar que los conocimientos requeridos por el profesor para guiar a los alumnos en el establecimiento de conexiones son diferentes en cada tipo de conexión.

En el caso de las conexiones extra matemáticas, los conocimientos requeridos por el profesor se relacionan con el conocimiento de las posibles situaciones que se pretenden conectar con las matemáticas, así como con un conocimiento didáctico que le permita escoger las situaciones más idóneas para ejemplificar un concepto matemático. En el primer caso, se trata de un conocimiento tan variado que no hemos identificado una relación directa con ninguna de las categorías propuestas por los modelos que utilizamos. En el segundo caso, identificamos aspectos relacionados con diferentes categorías propuestas como son el Conocimiento de los Contenidos y los Estudiantes, y el Conocimiento de Contenidos y la Enseñanza en el modelo de Ball et al., (2008) o el Conocimiento de la Enseñanza y de las Matemáticas en el modelo de Carrillo et al., (2009).

En el caso de las conexiones relacionadas con procesos transversales –tercer episodio analizado-, el conocimiento que identificamos es un conocimiento profundo de la actividad matemática que le permita al profesor guiar a los alumnos en la construcción de razonamientos y en la utilización de heurísticas. Estos conocimientos se relacionan con el Conocimiento de la Práctica Matemática (Carrillo et al, 2011) así como con la categoría de Transformación (Rowland et al., 2009).

En el caso de las conexiones conceptuales –primer y segundo episodios analizados- identificamos, por un lado, un conocimiento profundo de los contenidos que se están trabajando. Esta tipología de conocimiento la relacionamos con el Conocimiento de la Estructura Matemática (Carrillo et al., 2011), con el Conocimiento Especializado del Contenido (Ball et al., 2008) así como con la categoría de Fundamentos (Rowland et al., 2009). Por otro lado identificamos un conocimiento didáctico –relacionado con las categorías explicadas más arriba- que le permita identificar errores recurrentes por parte de los alumnos, así como analizar las situaciones más propicias para realizar diferentes transformaciones entre representaciones.

El modelo teórico propuesto permite identificar y clasificar conexiones en un contexto de aula. Además, las diferentes tipologías para las conexiones se relacionan con aspectos diferentes del conocimiento del profesor. El análisis de la relación entre las tipologías de conexión y las tipologías del conocimiento del profesor producirá resultados en dos líneas principales. Por un lado, permitirá identificar los rasgos del conocimiento de profesor que se asocian a la aparición de determinados tipos de conexiones, lo que aportará información relacionada con el desarrollo del conocimiento del profesor dirigido a mejorar su capacidad para establecer y gestionar conexiones en el aula. Por otro lado, permitirá avanzar en el análisis de las relaciones que existen entre las diferentes categorías de conocimiento propuestas en los modelos de conocimiento mencionados en el documento.

Referencias

Ball, D.L., Thames, M.H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for Teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407

Bamberger, H., y Oderdorf, C. (2007) *Introduction to Connections Grades 3–5*. Portsmouth: Heinemann

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. *Procceedings of Eight ERME Congress*. (pp. 2985-2994). Anatalya, Turkey.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. *61*, 103-131.

Frikholm, J. A., y Glasson, G. E. (2005). Connecting Science and Mathematics instruction: Pedagogical content knowledge for teachers. *School Science and Mathematics*, 105(3), 127-141.

Lockwood, E. (2011). Student connections among counting problems: an exploration using actor-oriented transfer. *Educational Studies in Mathematics, 78*(3), 307-322.

Martínez, M., Giné, C., Fernández, S., Figueiras, L., y Deulofeu, J. (2011). El conocimiento del horizonte matemático: más allá de conectar el presente con el pasado y el futuro. En M, Marín, G. Fernández, L.J. Blanco, M. Palarea (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XV*. (pp. 429-438) Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Onrubia, J., Rochera, MJ., y Barberà, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. En Coll, C., Palacios, J., Marchesi, A. (Coords). *Desarrollo psicológico y educación 2: Psicología de la educación escolar.* Madrid: Alianza.

Presmeg, N. (2006). Semiotics and the "connections" standard: Significance of semiotics for teachers of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*,163-182.

Rowland, T., Turner F., Thwaites, A. y Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching*. London: SAGE publications.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15* (2), 4-14.

Walkerdine, V. (1988). The mastery of Reason: Cognitive Developments and the Production of Rationality. New York: Routlege.