

RAZONAMIENTO INFERENCIAL INFORMAL: EL CASO DE LA PRUEBA DE SIGNIFICACIÓN CON ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Inferential informal reasoning: the case of significance test

Víctor N. García, Ernesto A. Sánchez

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México

Resumen

El presente trabajo es un estudio exploratorio sobre el razonamiento inferencial informal (RII) llevado a cabo con estudiantes de bachillerato (15-17 años). Se les aplicó un problema que se refiere formalmente como prueba de hipótesis sobre proporciones. Las respuestas se organizaron y analizaron con base en un marco conceptual formado por tres categorías. Como resultado, se observó que las respuestas de los estudiantes combinan sus conocimientos informales acerca del contexto y los datos del problema. El contexto familiar provocó poca dificultad para hacer inferencias adecuadas; consecuencia de un razonamiento adecuado debido a que la mayoría reconoce el modelo probabilístico debido al azar y se razona apropiadamente con él. Se concluye que el razonamiento en la prueba de significación es más natural para los estudiantes y es una pauta para desarrollar el RII así como el uso de contextos familiares.

Palabras clave: *Inferencia estadística, razonamiento informal, prueba de significación.*

Abstract

The present work is a study on the informal inferential reasoning (IIR) conducted with high school students (15-17 years). A problem formally referred as test hypotheses about proportions was applied. The responses were organized and analyzed based on a conceptual framework consisting of three categories. As a result, it was observed that the responses of students combine their informal knowledge about the context and the problem data. The familiar context caused little difficulty about drawing inferences consequence of adequate reasoning. Most recognize the probabilistic model due to chance and properly reason with it. In conclusion the reasoning within significance test is more natural for students and is a guideline to develop the RII as well as the use of familiar contexts.

Keywords: *Statistical inference, informal reasoning, test of significance.*

INTRODUCCIÓN

En las sociedades modernas, cada vez es más frecuente que las personas en sus actividades profesionales y en su vida diaria se vean en la necesidad de saber interpretar y comprender información sobre gran diversidad de temas (economía, política, negocios y finanzas, salud, demografía, deportes, etc.) y deben tomar decisiones involucrando conceptos matemáticos de carácter cuantitativo y probabilístico. Garfield y Ben-Zvi (2008) consideran que el estudio de la estadística proporciona a las personas las herramientas y las ideas para enfrentarse inteligentemente a la información numérica que emerge del mundo cotidiano. Y Dentro de la estadística, la inferencia es fundamental. Ésta se define como la teoría, los métodos y la práctica de hacer juicios acerca de una población usualmente con base en la información que proporciona una muestra aleatoria.

De la literatura sobre el tema (Castro-Sotos, et al., 2007) se concluye que la estadística inferencial formal es un tema difícil de aprender, los resultados de muchos estudios empíricos informan que García, V. N., Sánchez, E. A. (2014). Razonamiento inferencial informal: el caso de la prueba de significación con estudiantes de bachillerato. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 345-354). Salamanca: SEIEM.

estudiantes e incluso profesores persistentemente cometen errores conceptuales. Una de las razones puede provenir del hecho de que el tratamiento de la inferencia en los cursos de estadística del bachillerato y primer curso universitario, oscila entre el aprendizaje de procedimientos rutinarios (recetas) y reproducción de aspectos formales. En general, el tratamiento en la enseñanza del tema de inferencia no ofrece a los estudiantes la oportunidad de discutir y entender las principales ideas subyacentes en los procedimientos inferenciales, antes de formalizarlas con los conceptos matemáticos correspondientes. Podría incluso parecer extraño a los profesores distinguir entre las principales ideas subyacentes a la inferencia y sus definiciones y procedimientos formales.

Esto ha motivado el interés por estudiar la Inferencia Estadística Informal (IEI) y el Razonamiento Inferencial Informal (RII), con los objetivos de: 1) descubrir y describir formas en que sea posible que los estudiantes desarrollen ideas centrales de la inferencia estadística sin utilizar el aparato matemático que las fundamenta, y 2) crear un repertorio de problemas y actividades que jueguen un papel de antecedente o sustrato en el aprendizaje de los estudiantes sobre el cual puedan construir los conocimientos formales de la inferencia estadística. Concebimos a la presente investigación como una exploración inicial cuyos resultados sirvan de base para elaborar una estrategia de enseñanza de temas enmarcados en la IEI y el RII. Se parte de la hipótesis de que uno de los principios del enfoque constructivista aplicado a la enseñanza, es la recomendación de que el diseño de cualquier aprendizaje nuevo debe utilizar y articularse con los conocimientos que ya posee el aprendiz. En consecuencia, si se pretende desarrollar el razonamiento inferencial de los estudiantes, conviene tener instrumentos para saber cuáles son los conocimientos y razonamientos con los que cuentan y que naturalmente ponen en juego en tareas de inferencia y las falsas concepciones que los limitan u obstruyen.

El presente estudio tiene el propósito de explorar los conocimientos y razonamientos que los estudiantes ponen en juego frente a una tarea de inferencia, sin aún haber estudiado el tema. Las preguntas de investigación son: ¿Qué elementos intervienen en el razonamiento de los estudiantes de bachillerato al hacer inferencias estadísticas sin los métodos y técnicas formales? ¿Cuáles son las dificultades y errores que se presentan para hacer inferencias estadísticas informales de estudiantes de bachillerato?

ANTECEDENTES

Las investigaciones sobre RII se dividen en dos clases diferentes (aunque relacionadas), a saber, una que contiene estudios sobre la naturaleza del RII y otra que incluye estudios que se refieren al desarrollo del RII. Los de la primera clase se centran en caracterizar el RII y en determinar los tipos de razonamiento que emergen al hacer inferencias al resolver problemas con información estadística dada. Los de la segunda, diseñan y evalúan actividades para que los estudiantes adquieran recursos que les permitan resolver problemas de inferencia sin utilizar los métodos formales. En lo siguiente, se refieren sólo algunos estudios de la primera clase, a saber; 1) los que se ubican en el nivel bachillerato y, 2) que tratan la caracterización del RII.

Varios trabajos publicados en los últimos años, aluden a los conceptos de IEI y RII; sin embargo, todavía no hay consenso acerca de lo que significan estos dos términos exactamente. En un intento de combinar las distintas perspectivas, Zieffler, Garfield, delMas, y Reading (2008) definen RII como “la forma en que los estudiantes usan sus conocimientos informales de estadística para crear argumentos basados en muestras observadas que sustenten las inferencias hechas sobre la población desconocida” (p.44). Estos autores, también proponen un marco conceptual para caracterizar el RII y apoyar el desarrollo de tareas que permitan examinar el RII natural de los estudiantes, así como el desarrollo de tal razonamiento.

Existen relativamente pocos trabajos sobre la naturaleza del RII en estudiantes de bachillerato (15-17 años). Hay dos de ellos que conviene considerar. En el primero, Rossman (2008) ofrece una caracterización de la inferencia estadística informal a través de establecer algunos rasgos esenciales

de las situaciones y problemas de inferencia estadística y mostrando cómo, para resolverlos, se pueden utilizar métodos informales; dichos rasgos son: a) la información que proporciona la muestra, b) un modelo de probabilidad de la situación y c) el efecto del tamaño de la muestra sobre la fuerza de la conclusión. En el segundo, Zeiffler et al. (2008) proponen la definición de RII citada arriba y exponen tres tipos de actividades que deben ser generadas por las tareas para desarrollarlo: a) hacer juicios, aserciones o predicciones sobre poblaciones con base en una muestra, b) recuperar, utilizar e integrar conocimientos previos disponibles y pertinentes y 3) elaborar argumentos para apoyar los juicios, aserciones o predicciones.

Además de los aspectos mencionados por Rossman (2008) y Zeiffler et al. (2008), se ha señalado que en las inferencias informales, el contexto es crucial, como lo confirma la publicación de un número especial de *Mathematical Thinking and Learning* (Pfannkuch, 2011). Cobb y Moore (1997) recuerdan que en estadística los datos no sólo son números, sino son números en un contexto. Pfannkuch (2011) pone de relieve la dificultad de manejar el contexto por los estudiantes cuando aprenden a hacer inferencias, pues a veces es necesario incluir información del contexto al hacer la inferencia; pero en otros casos conviene hacer abstracción de ella; y centrarse sólo en los aspectos importantes de la inferencia. Makar et al. (2011) ubican al contexto como un elemento fundamental dentro del RII, ya que el razonamiento debe ser un proceso de generación de sentido impulsado por las dudas y las creencias, dando lugar a inferencias y explicaciones.

En general, las investigaciones en las que el objetivo explícito es desarrollar el RII también son aún escasas, aunque quizá un buen número de trabajos realizados con otros objetivos bien pueden asimilarse a ellas. De cualquier manera, parece importante ampliar, reforzar y profundizar estudios en esta línea; ésta es la intención de la investigación de la cual se deriva la presente comunicación. En García (2013) se ofrece un informe basado en algunos datos de la presente investigación sobre RII.

MARCO CONCEPTUAL

En este trabajo, se entiende por Marco Conceptual a un número reducido de categorías que indican los aspectos principales a tener en cuenta en el trabajo y sus posibles relaciones (Miles & Huberman, 1994).

Razonamiento informal y razonamiento intuitivo

En este estudio se considera -con Voss, Perkins y Segal (1991)- que el razonamiento informal es el que se lleva a cabo en situaciones no deductivas que afectan todas las facetas de la vida; son esencialmente los pensamientos que se dan en las situaciones de la vida cotidiana y del trabajo. El razonamiento informal es una clase de argumentación, en la cual la calidad del argumento no se determina en términos de un conjunto de reglas lógicas que indican si la conclusión es válida o no, sino que se juzga en términos de su solidez; ésta se refiere a: 1) Si las razones que apoyan el argumento son verdaderas o aceptables. 2) En qué medida las razones argumentadas apoyan la conclusión a la que llega el individuo. 3) En qué medida se han tenido en cuenta los contra argumentos, esto es, las razones que apoyan las decisiones o posiciones diferentes que toma el individuo.

El conocimiento informal dentro del campo de educación matemática es visto o bien como un tipo de conocimiento cotidiano del mundo que los estudiantes poseen con base en las experiencias fuera de la escuela, o como un conocimiento menos formal de los temas que resultan de la enseñanza formal previa; en este trabajo es visto como la integración de ambos. Este punto de vista sugiere que es importante estudiar y considerar el papel del conocimiento informal en el estudio formal de un tema en particular, es decir, que el conocimiento informal es un punto de partida para el desarrollo de la comprensión formal (Zeiffler et al., 2008).

El razonamiento intuitivo a diferencia del informal no tiene que ver con la argumentación, sino con una respuesta inmediata y con el uso de algún conocimiento inicial (informal o formal) y sin ningún tipo de operación o cálculo (representado en las respuestas). La intuición cambia conforme a la madurez del estudiante pero cumple con la inmediatez y su carácter global y autoevidente (Fischbein, 1987). Es importante hacer la distinción entre razonamiento informal e intuitivo porque son dos razonamientos con diferente complejidad estructural.

Componentes de la IEI y el RII

La inferencia estadística informal (IEI) es una generalización probabilística (no determinista) de los patrones que son revelados por los datos disponibles (Makar & Rubin, 2009), y esta generalización es el producto final de un RII (Makar, Bakker & Ben-Zvi, 2011). Una inferencia estadística informal se representa mediante un enunciado, mientras que el razonamiento inferencial informal es el proceso mediante el cual se descubren y establecen dichos enunciados. El RII es la forma en que los estudiantes usan sus conocimientos para hacer y sustentar inferencias estadísticas sobre una población desconocida basadas en muestras observadas y sin utilizar los métodos o técnicas formales de la estadística inferencial, como el uso de distribución muestral, desviación estándar, puntuación estándar, etc. Zieffler et al. (2008) establece tres componentes características del RII: 1) Hacer juicios o predicciones sobre la población a partir de muestras, pero sin el uso de procedimientos y métodos estadísticos formales. 2) Utilizar e integrar el conocimiento previo (conocimiento formal e informal) al grado en que este conocimiento esté disponible. Cualquier inferencia se hace a partir de un conjunto de datos y de una teoría (científica o personal, explícita o implícita) que permite interpretar tales datos. 3) La articulación de los argumentos basados en la evidencia para los juicios, reclamos, o predicciones sobre la población a partir de muestras.

Pruebas de significación

Dentro de la inferencia frecuencial hay dos concepciones sobre los contrastes estadísticos: (a) las pruebas de significación, que fueron introducidas por Fisher y (b) los contrastes como reglas de decisión entre dos hipótesis, que fue la concepción de Neyman y Pearson (Batanero, 2011). La enseñanza ignora estas diferencias y presenta los contrastes de hipótesis como si se tratase de una única metodología. El razonamiento que apoya un test de significación parte de la suposición de que la hipótesis nula es cierta. Bajo este supuesto, se calcula la distribución del estadístico en todas las posibles muestras de la población. A partir de esta distribución se calcula la probabilidad del valor particular del estadístico obtenido en la muestra y se determina a cuál de las dos clases (resultado significativo y no significativo) pertenece. Si el valor obtenido pertenece a la región de resultado significativo se rechaza la hipótesis y en caso contrario no se rechaza. El valor de la probabilidad por debajo de la cuál rechazamos la hipótesis lo fija el investigador según su juicio subjetivo y su experiencia.

El contexto

El contexto del problema se refiere a la situación del mundo real de la que surgió el problema. El contexto incluye: conocimiento de la situación del mundo real, es decir, el conocimiento del tema y cuando se trata de datos dados, el conocimiento de cómo se generaron los datos, tales como el diseño del estudio y cómo las variables fueron definidas y medidas. El contexto es de suma importancia pues toda persona está impregnada de sus creencias y conocimientos, producto de sus experiencias cotidianas. El contexto es una de las principales características que separan a la estadística de las matemáticas.

METODOLOGÍA

El acopio de datos se llevó a cabo mediante un cuestionario escrito administrado a 16 estudiantes del tercer semestre de bachillerato de una escuela pública, con edades de entre 16 y 17 años; en el periodo en que se realizó el estudio ellos estaban matriculados en materias de tronco común (sin

cursos de probabilidad y estadística). El cuestionario aplicado consta de dos problemas (en el presente trabajo se presenta un problema) pertenecientes al tema de contraste de hipótesis de proporciones. Este problema a su vez está dividido en dos partes; A y B. El problema extraído de Triola (2004) dice: “ProCare Industries alguna vez ofreció un producto llamado ‘Gender Choice’, el cual, según afirmaciones publicitarias, permitía a las parejas incrementar sus posibilidades de tener una niña. Supón que realizamos un experimento con 100 parejas que desean tener una niña, y todas ellas siguen el tratamiento de Gender Choice. Si de las 100 parejas que usaron Gender Choice, 52 (90 en la parte B) tuvieron niñas ¿Qué puedes concluir acerca de Gender Choice? Cada parte (A y B) tiene la siguiente pregunta adicional: “¿Qué crees que sea más probable; que el resultado se deba al azar o a la efectividad del producto?” Esta pregunta se debe responder para los resultados de 52 niñas y 90 niñas de 100 nacimientos.

ANÁLISIS DE LOS DATOS

Las componentes características del RII señaladas por Ziffler et al. (2008) se encontraron de manera incipiente en todas las respuestas de los estudiantes, es decir, formularon juicios, utilizaron sus conocimientos previos y trataron de articular un argumento; en consecuencia se buscaron otras categorías para analizar los datos; éstas fueron tres: 1) la hipótesis, 2) la argumentación para establecer la significación y 3) la inferencia final que corresponden a tres momentos importantes en una prueba de significación. Se observa en las respuestas, en primer lugar, la hipótesis que hacen los estudiantes (explícita o implícitamente) con relación al modelo de población, es decir, la proporción de mujeres que suponen hay; aunque pareciera obvio que el modelo es que hay 50% mujeres, varios creen que es mayor. También se observa qué elementos consideran para establecer la significación, si toman los datos y cómo, o si sólo se basan en sus creencias, o en una combinación de ambos. Finalmente, se observa su conclusión final, si aceptan que un hecho raro a ocurrido (por ejemplo en el caso de 90 niñas de 100) o lo atribuyen a un efecto del tratamiento.

La hipótesis

En las respuestas de los estudiantes se pudieron identificar tres hipótesis; cada estudiante se basó en una de ellas para dar su respuesta. En la Tabla 1 se muestra la clasificación general de las respuestas (que se indican con R1, R2,...R16) dadas por los estudiantes, en función de la hipótesis que subyace explícita o implícitamente en ellas. En diez (63%) se considera que un 50% de la población está formada por mujeres, mientras que una sola respuesta (7%) cree que el 80% son mujeres; no se considera esta respuesta como incorrecta, pues es la interpretación del estudiante y tendrá que razonar a partir de dicho modelo. Cuatro estudiantes (25%) consideran que hay una mayor población de mujeres pero no especifican algún porcentaje. Éstas hipótesis y los estudiantes que las supusieron son las mismas para la parte B, pues en ella sólo cambió la muestra (90 niñas) del problema.

Tabla 1. Clasificación de las respuestas de acuerdo a la hipótesis (nula) supuesta

Hipótesis	Estudiantes	Total (%)
50% es mujer	R1, R2, R4, R6, R8, R9, R13(implícitamente) R7, R10, R11, R16 (explícitamente)	7 (44%) 4 (25%)
80% es mujer	R3	1 (6%)
mayor a 50%	R5, R12, R14, R15	4 (25%)

A continuación se ofrecen unos ejemplos de las respuestas de los estudiantes que ejemplifican cada hipótesis.

50% es mujer. En la respuesta de R6 (figura 1), se establece implícitamente la hipótesis de que el 50% es mujer. En efecto, dado que el estudiante indica que 52% es mayoría tiene como referencia al 50.

¿Por qué? Explica.

Por que a pesar que el 52% es mayoría pienso que no es suficiente para afirmar que fue por el uso del producto.

Figura 1. Respuesta de R6

En la respuesta R10 dice “Existe la misma probabilidad que 50 de las 100 parejas tuvieran niño o niña y en este caso así fue, a excepción que 2 más tuvieron niña, pero esto no rompe la regla”; es decir, explícitamente se mencionan que las probabilidades de tener un niño y una niña son iguales a 50%. Un caso curioso es el de un estudiante que cree que el 80% de la población es mujer: “Porque la estadística que conozco es del 80% mujeres y 20% hombres. Por tanto, aumentó el porcentaje de obtener niña”. Aunque esta creencia está alejada de la realidad, se podría considerar una premisa a partir de la cual se realiza el razonamiento. Se nota sin embargo, que la conclusión no es inapropiada. Varios estudiantes establecieron que la mayoría de la población es mujer pero no especificaron en qué proporción. La respuesta R12 es un ejemplo: “Las probabilidades siempre han sido mayoritarias a tener niñas. Actualmente simplemente en el país hay más mujeres”.

En seguida se muestra la comparación de los datos de la muestra con la hipótesis nula de los estudiantes por medio de la argumentación presentada en sus respuestas.

Argumentación

Para evaluar en qué medida los datos de la muestra apoyan o no la hipótesis establecida es necesario decidir si son significativos o no, es decir, si son muy raros bajo la hipótesis aceptada o si indican un resultado ‘natural’. Para tomar la decisión los estudiantes utilizaron los datos o sólo su conocimiento informal. En la tabla 2, se observa la clasificación de las respuestas en función de la significación que atribuyen al dato dado.

Tabla 2. Clasificación de las argumentaciones para la significatividad

Respuestas	Argumentación	Parte A	Total (%)	Parte B	Total (%)
Significativo	Con base en datos	R4	2 (12%)	R3,R4,R5,R6, R8, R11,R13,R16	9 (56%)
	Conocimiento informal	R13		R9	
No Significativo	Con base en datos	R1,R3,R5,R6,R7,R8 R9,R10,R11,R12 R14,R15,R16	14 (88%)	R7, R12, R15	7 (44%)
	Conocimiento informal	R2		R1,R2,R10,R14	

Muestra significativa. Para la parte A éstas respuestas son de mala calidad pues 52% es una variación aceptable bajo la hipótesis de que hay 50% de probabilidad de que nazca una niña, por lo que no es un dato significativo. Dentro de estas respuestas hay dos argumentaciones. Una afirma que como 52% es mayor que 50%, la diferencia se explica por un efecto de “Gender Choice”, R4: “Pues tal vez el producto si influyó mucho en algunas parejas para poder tener la niña que querían, porque más del 50% la obtuvieron”.

Otra respuesta que supone que el estadístico es significativo no tiene en cuenta los datos y sólo se basa en una creencia: “La sugestión del inconsciente del ser humano provoca el nacimiento de la niña. Es como un embarazo ficticio”.

Para la parte B las respuestas dentro de esta categoría se consideran de buena calidad pues el 90% de la muestra está a más de 4 desviaciones estándar de la media, por lo que es un dato significativo. R3 concluye que sí funciona “Gender Choice” (es significativo) y argumenta “porque aumento 10% la probabilidad de tener niña” recordemos que su hipótesis es 80% mujer, claramente su argumentación está basada en los datos. R9 por otro lado basa su argumento en sus creencias: “pues ya que este producto va dirigido a la gestación y por lo tanto influye en el feto”

Muestra no significativa. Las respuestas que consideran el valor de la muestra como no significativo tienen dos argumentaciones. La primera es que el estadístico está dentro de lo que consideran como “normal” o como parte del azar, y las que están basadas en conocimiento informal. Un ejemplo de la primera argumentación es la presentada por R10 ya mencionada anteriormente: “Existe la misma probabilidad que 50 de las 100 parejas tuvieran niño o niña y en este caso así fue, a excepción que 2 más tuvieron niña, pero esto no rompe la regla”. Argumenta que 2% arriba de 50% no rompe la regla de la probabilidad de 50.

Otro ejemplo corresponde a la respuesta R5: “Por lo regular la tendencia de nazca mujer es más probable que nazca hombre sin tomar nada”, sin embargo, su argumentación es diferente que R10, pues R5 se apoya en la hipótesis de que más del 50% son mujeres y que el resultado de la muestra es consistente con su hipótesis.

Una respuesta que concluye que el valor del estadístico de la muestra no es significativo mediante el uso de su conocimiento informal y no de los datos es la de R15: “Reitero, que no creo que un producto pueda alterar los organismos de una humano para poder elegir su sexo”.

En la parte B del problema, en el que se supone que en la muestra ocurren 90% de niñas, algunas respuestas argumentaron que era un resultado raro pero posible, ejemplo de este argumento pertenece a R2: “porque no hay prueba o diagnóstico médico que diga que si es por el producto que se vende y no por el azar”. Se ubica esta respuesta como no basada en los datos pues se apoya en una creencia idiosincrática del significado de “pruebas o diagnósticos médicos”.

Una respuesta interesante y basada en los datos de la muestra es la presentada por R7 quien afirma que sí hubo un incremento pero está dentro de la variación natural “porque la probabilidad de que hayan nacido por el uso del producto no es del 100%, las 90 niñas que nacieron no necesitaron usar el producto, ya que un hijo tiene la probabilidad del 80% de ser niña”. Esta hipótesis inicial falsa provocará una inferencia inadecuada. A continuación se presentan las inferencias hechas a partir de las argumentaciones anteriores.

Inferencia estadística informal

Tabla 3. Clasificación de la inferencia

Conclusión	Parte A	Total (%)	Parte B	Total (%)
Rechazar hipótesis (sirve G.C.)	R4, R13, R14	3 (19%)	R3,R4,R5,R6, R8,R9,R11, R13,R16	9 (56%)
No rechazar hipótesis (no sirve G. C.)	R1,R2,R3,R5, R6,R7,R8,R9, R10,R11,R12, R15,R16	13 (81%)	R1,R2,R7, R10,R12,R14 R15	7 (44%)

La tabla 3 muestra la categorización hecha a partir de las respuestas de los estudiantes (inferencias). Para la parte A la conclusión adecuada es no rechazar la hipótesis de 50% mujeres (no sirve “Gender Choice”), mientras que en la parte B es rechazarla (sirve “Gender Choice”).

Cabe destacar que algunos estudiantes respondieron con las dos conclusiones (aceptar y rechazar la hipótesis) debido posiblemente al contexto “escolar”; por ejemplo R8 concluyó que sí funcionaba el producto argumentando que la muestra rebaso el porcentaje de su hipótesis nula -se asume que el estudiante pensaba que esa conclusión era la respuesta “correcta”- pero al seguir cuestionándolo cambia su conclusión argumentando con los datos y conocimientos personales (Figura 2 y 3).

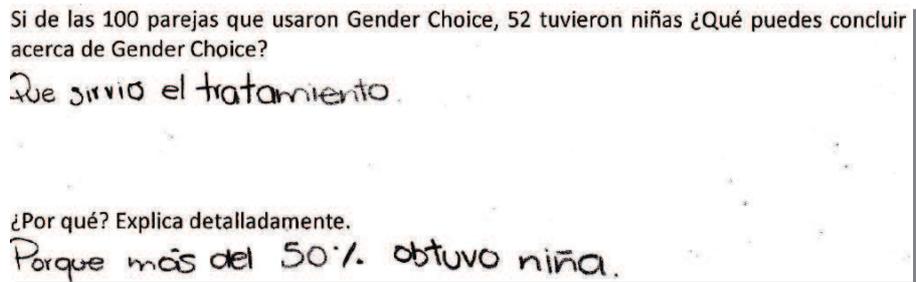


Figura 2. Respuesta de R8

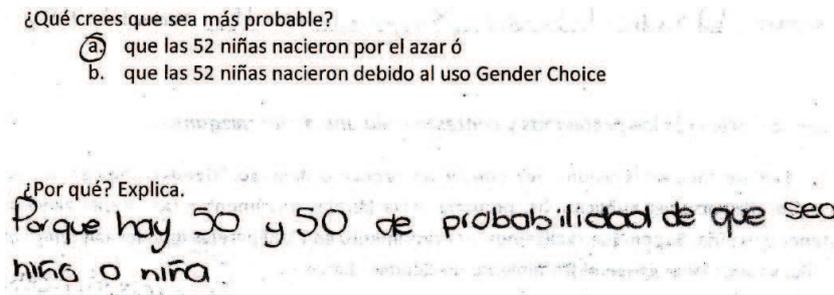


Figura 3. Respuesta de R8

R3 asume una proporción de 80% mujeres en su hipótesis inicial y como 52 es mayoría asume que concuerda con su hipótesis. Pero dicha hipótesis muestra implicaría una hipótesis alternativa: “Gender Choice” disminuye la posibilidad de tener niña, contrario a lo que afirma. Dos estudiantes R1 y R10 argumentaron que la muestra fue coincidencia e infirieron que “Gender Choice” no funcionaba: “Porque sigue siendo coincidencia no porque el producto en verdad funciona”.

CONCLUSIONES

Con base en los datos recabados y el análisis hecho en el presente estudio se responderán a las preguntas de investigación.

¿Qué elementos intervienen en el razonamiento del estudiante de bachillerato al hacer inferencias estadísticas sin los métodos y técnicas formales?

Hipótesis nula. La suposición de la hipótesis nula es el primer paso para la prueba de significación, pues establece una pauta para comparar la muestra con dicha hipótesis. Las respuestas de los estudiantes muestran que establecen un modelo inicial de la distribución de la población (hipótesis nula). Para esto utilizan sus conocimientos informales aunque estos puedan ser inadecuados (por ejemplo suponer 80% mujeres). Esas respuestas muestran la importancia de la componente 2) del marco de Zieffler et al. (2008), pues todo estudiante tiene ciertos conocimientos informales los cuales emplean para resolver problemas y es fundamental partir de dichos conocimientos informales para construir nuevo conocimiento.

Argumentación. La estructura del razonamiento de los estudiantes refleja una lógica similar a la de las pruebas de significación de Fisher. Ellos razonan de la siguiente manera: Si la hipótesis de que

el producto funciona fuera verdadera, la proporción de mujeres en la muestra debería ser cercana al 100%. Si la muestra no es cercana al 100%, entonces la hipótesis de que producto funciona es falsa. El fallo en este razonamiento es que el límite del 90% para tomar una decisión es demasiado alto, cuando el procedimiento estadístico establece que con 60% sería más o menos adecuado. Cabe señalar que la mayoría de los estudiantes articularon sus argumentos con los datos de la muestra en concordancia con la componente 3) de Zieffler et al. (2008).

Inferencia estadística informal. En la parte A 13(81%) realizaron una conclusión adecuada mientras que en la parte B 9(56%) hicieron una conclusión adecuada. Sin embargo, solamente 7 (R3, R5, R6, R8, R9, R11, R16) estudiantes realizaron conclusiones adecuadas en ambas partes del problema (Tabla 3). El contexto influyó mucho, pues la mayoría no creía que funcionara de verdad “Gender Choice” ello es un factor que explica el mayor índice de acierto en la parte A. El contexto escolar también afecta; en una primera respuesta R8 concluyó que si funcionaba porque la muestra rebasó el 50%, pero en la segunda respuesta rectifica usando sus conocimientos informales y concluyendo que los resultados se debían al azar y no al “Gender Choice”. Es posible que su primera respuesta se deba a creer que la respuesta “correcta” del problema era concluir que sí funciona. Todos los estudiantes sacaron una conclusión, esto es parte esencial del RII de acuerdo con la primera componente de Zieffler et al. (2008). Algunas respuestas (R1 y R2) indican que ocurrió un evento raro (ellos lo llaman coincidencia) debido a su creencia de que no funcionaba “Gender Choice”. Esta conclusión es una de dos posibles a las que se puede llegar en las pruebas de significación, pero dicha conclusión no se considera por su baja posibilidad, se opta mejor por rechazar la hipótesis nula.

En general se detectaron tres tipos de razonamiento en las respuestas dadas: 1) considerar un modelo o distribución inicial de la población (hipótesis nula) y comparar los datos de la muestra con este modelo, 2) apoyar el razonamiento en el uso de su conocimiento informal y no analizar los datos de la muestra, 3) combinar los dos razonamientos anteriores. No se puede decir que el razonamiento 2) sea incorrecto, a este tipo de razonamiento le llamamos razonamiento intuitivo; los conocimientos sobre el contexto pueden ayudar a hacer una inferencia más profunda (Langrall et al., 2011). Además, no es posible que los estudiantes se basen solamente en los datos, ellos están siempre influenciados por sus experiencias, por ello la importancia de contrastar los conocimientos con los cuales cuenta el estudiante y los datos de la muestra.

¿Cuáles son las dificultades y errores que se presentan en el razonamiento inferencial informal de estudiantes de bachillerato para hacer inferencias estadísticas?

Se encontraron argumentaciones inapropiadas, ya que se utilizaron creencias en el razonamiento en lugar de analizar los datos. Los que utilizaron los datos de la muestra generalmente llegaron a la conclusión adecuada. Las dificultades presentadas fueron: 1) Establecer que 52% es mayoría. No es un argumento fuerte, evidencia una falta de percepción de la variación. 2) No utilizar los datos. Provoca basarse en conocimientos informales, y crear una teoría que confirme dichos conocimientos. 3) Establecer como hipótesis un modelo de 80% mujeres es un argumento falso y forma parte del conocimiento informal, induciendo inferencias de mala calidad. 4) Creer que un evento raro ha ocurrido y seguir aceptando la hipótesis a pesar de la fuerte evidencia en contra debido a conocimientos informales.

El contexto juega un papel importante; los estudiantes utilizaron conocimiento informal en sus argumentaciones, al establecer la hipótesis nula y al explicar las causas de los datos. Este razonamiento muestra que el conocimiento informal puede representar un obstáculo para una inferencia adecuada, por lo que es importante que los estudiantes trabajen con los datos y pasen a segundo plano sus conocimientos informales personales pero sin descartarlas por completo.

El buen desempeño en general; establecer una hipótesis, articular los datos con los conocimientos previos y establecer un juicio (Tabla 1-3) de los estudiantes de bachillerato en ésta tarea en

particular pone en evidencia la pertinencia de utilizar problemas en contextos familiares para los estudiantes, con el fin de comenzar a desarrollar RII. Seguir el razonamiento empleado en una prueba de significación parece ser el más idóneo para comenzar a desarrollar el RII, además, resaltar la importancia de contar con un método (informal) para determinar cuándo rechazar o aceptar la hipótesis para pasar de un razonamiento intuitivo a uno informal.

Referencias

- Batanero, C. (2011). Del análisis de datos a la inferencia: Reflexiones sobre la formación del razonamiento estadístico. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recife, Brasil. Online: http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/conferencia_CIAEM_Batanero.pdf.
- Batanero, C. (2000). Controversies around significance tests. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 75-98.
- Castro-Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van den Noorgate, W., Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review* 2, 98-113.
- Cobb, G. & Moore, D. (1997). Mathematics, statistics and teaching. *The American mathematical monthly*, 14(9), 801-823.
- Dierdorp, A., Bakker, A., Eijkelhof, H. & Maanen, J. (2011). Authentic practices as contexts for learning to draw inferences beyond correlated data. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 132-151.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics. An Educational Approach*. Reidel Dordrecht: The Netherlands.
- García-Ríos, N. (2013). Inferencias estadísticas informales en estudiantes mexicanos. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 343-357). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students statistical reasoning*. New York: Springer.
- Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Langrall, C., Nisbet, S., Mooney, E. & Janssen, S. (2011). The role of context expertise when comparing data. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 47-67.
- Makar, K., Bakker, A. & Ben-Zvi, D. (2011). The Reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 152-173.
- Makar, K. & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105.
- Miles, M. & Huberman, A. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis* (2a ed.). London: Sage Publications.
- Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: one statistician's view. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>.
- Triola, Mario F. (2004). *Estadística*. México: Pearson educación.
- Voss, J. F., Perkins, D. N., & Segal, J.W. (1991). *Informal reasoning and education*. New Jersey: Laurence Erlbaum Assoc.
- Zieffler, A., Garfield, J., delMas, R. & Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistical Education Research Journal*, 7(2), 40-58. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>.