TECNOLOGÍAS QUE JUSTIFICAN TÉCNICAS

Alberto Camacho Ríos
Instituto Tecnológico de Chihuahua II. México
camachoalberto@hotmail.com

Resumen. El escrito se desarrolla sobre una de las grandes etapas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico cual es la introducción en las praxeologías matemáticas de saberes que se corresponden con disciplinas ajenas a la matemática y su enseñanza. En el documento se ha provocado una inmersión transpositiva de conocimientos externos a una praxeología matemática durante el *trabajo de la técnica*: actividad con la que se pretende mejorar la técnica matemática y fortalecer de esa manera el dominio de la tecnología. En ese episodio una confrontación de conocimientos prácticos y teóricos ocurre al intentar legitimar las diferentes técnicas que se desprenden de tecnologías externas. De esa confrontación resultan ambigüedades y rupturas, puesto que la tecnología dominante deja de tener control de las técnicas externas al modelo praxeológico.

Palabras clave: práctica social, técnica, tecnología, funciones tecnológicas, Institución

Abstract. The paper is developed on one of the main stages of the Anthropological Theory of Didactics which is the introduction into mathematical knowledge praxeology´s corresponding to disciplines outside of mathematics and its teaching. The document has caused a dip trans-positive of knowledge external to a mathematical praxeology for artwork: An activity that aims to improve the mathematical technique and thereby strengthen the technology domain. In this episode a confrontation occurs skills and knowledge to try to legitimize the different techniques that flow from external technologies. Those confrontations are ambiguities and ruptures, as the dominant technology ceases to have control of external techniques to praxeological model

Introducción

El escrito se desarrolla sobre una de las grandes etapas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) cual es la introducción en las praxeologías matemáticas de saberes que se corresponden con disciplinas ajenas a la matemática y su enseñanza. Una irrupción transpositiva de conocimientos prácticos que se desprenden de técnicas alternativas posibles, y que pertenecen a Instituciones ajenas a las praxeologías, se presentan en la (TAD) a través de dos rutas de acceso, la primera ocurre durante el *episodio de trabajo de la técnica*: etapas exploratorias que provocan un desarrollo progresivo de la técnica, que a su vez generan técnicas relativamente nuevas en el contexto de la enseñanza y, la segunda, en la dinamización de actividades que se realizan previamente a los *momentos de estudio* en las organizaciones didácticas (OD), también conocidas como praxeologías didácticas, es decir: etapas organizadas que llevan a los estudiantes a la institucionalización del conocimiento. En ambos casos la irrupción desemboca principalmente en el bloque tecnológico teórico [θ, Θ] trastocando su parte interna. La parte que se trastoca tiene que ver con uno de los objetivos de la tecnología matemática, como es la de justificar "racionalmente" la técnica (Chevallard, 1999, p. 3). La justificación de la técnica —a través del discurso tecnológico que se desprende de la tecnología— se presenta entonces *ambigua*, debido a los *estilos de racionalidad* que habitan en los espacios institucionales que se ponen a interactuar:

> El estilo de racionalidad puesto en juego varía, ello es obvio, en el espacio institucional, y, en una institución dada, al filo de la historia de esta institución, de suerte que una racionalidad institucional dada pueda aparecer... poco racional desde la otra institución. (Ibíd. p. 3).

Lo "poco racional" de los discursos institucionales puestos en juego se distingue por su nivel de matematización.

Para ofrecer un mejor punto de vista alrededor de este fenómeno, se muestra enseguida un breve recorrido de la propuesta de Chevallard para el *trabajo de la técnica*. Posteriormente se plantea un modelo praxeológico en el que se han introducido conocimientos que surgen de Instituciones *P* ajenas a las tecnologías teóricas y a las propias Instituciones usuarias dedicadas a la enseñanza de la matemática. El objetivo es determinar la derivada de una función de grado racional, utilizando el método de derivación por incrementos: La idea central es la de contrastar una técnica externa al modelo praxeológico con la técnica matemática dominante y *desarrollar el trabajo de la técnica,* de manera que se amplíe la derivación para diferentes funciones como la comentada anteriormente. En ese contraste se podrán apreciar rupturas epistemológicas al centro de la teoría matemática que sujeta a las organizaciones matemáticas (OM) y que dejan con incongruencias a las justificaciones de la técnica que se desprenden del bloque tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$.

Revisión bibliográfica

Según Chevallard (2007, p. 714), una (OM), como la que se describe en el Esquema 1, se compone de los bloques práctico y técnico: 1) El saber-hacer o la *praxis* $[T, \tau]$, y 2) El saber o *logos* $[\theta, \Theta]$.

$$[T, \tau, \theta, \Theta]$$

Esquema 1. Modelo praxeológico de Chevallard

En el hábitat de una institución usuaria, la actividad escolar T representa las tareas, τ la técnica o conjunto de realizaciones y procedimientos que permiten abordarlas, θ la tecnología: objetos matemáticos legitimados para el curso, como son los teoremas, axiomas y definiciones, que además justifican y hacen inteligible a la técnica, y Θ la teoría que, a su vez, justifica a la tecnología. La tecnología se refiere no sólo al estudio de las técnicas que contiene, sino a la manera en que de estas últimas se desprenden.

Las praxeologías fundamentales son concebidas como Organizaciones Matemáticas Puntuales (OMP) $[T/\tau/\theta/\Theta]$. Este tipo de organizaciones son comunes y tienen la característica de *recrear* en el salón de clase una técnica por demás conocida, previamente reconocido su origen, su proceso de construcción social y su colocación en el ambiente escolar. El bagaje de conocimientos matemáticos teóricos que las integran se aprecian en los manuales escolares y en la producción de los encargados de hacer matemática, en ambos casos media la transposición institucional de conocimientos. Por su lado, las organizaciones praxeológicas locales (OML) son aquellas que agrupan a una buena cantidad de (OMP) constituidas cada una alrededor de un único tipo de tareas T_i.

Al centro del modelo praxeológico, Castela (2008) y Castela y Romo Vázquez (2011) han distinguido seis funciones posibles de la tecnología θ que justifican las técnicas que de ella se desprenden: *describir, facilitar, motivar, evaluar, validar y explicar*. Según las autoras, entre los saberes que se contemplan en las seis funciones algunos se determinan en el marco de una teoría matemática y otros surgen de la práctica matemática, quien provee su validación en un contexto empírico. La validación de las funciones citadas debe ir acorde a la situación de la teoría matemática que cobija a la tecnología, y fincarse en forma de hipótesis que surgen de los teoremas que resultan de la propia tecnología: al analizar el modelo praxeológico que involucra la solución de ecuaciones diferenciales lineales a través de la Transformada de Laplace, en el contexto de la enseñanza de la Ingeniería —en Francia— principalmente en el curso AU2 de Automática, encontraron que ciertos elementos de saberes que corresponden a la tecnología θ^{th} desembocan de procesos no teóricos. Estos procesos son determinados y validados por las instituciones usuarias I_u de la matemática que no se pueden disociar de los modelos praxeológicos por su estatus en la enseñanza de la matemática. Particularmente, el discurso en el cual la integral de la función impulso Delta de Dirac vale uno en $f'(0)$, la validación que aparece en el Anexo del curso AU2, es vista como una *explicación* necesaria al centro de las argumentaciones formales, más no conforme con las normas de la teoría matemática y si, en los más de los casos, al contexto fenomenológico de la física. La explicación se refiere al estado en que se encuentra la validación de las argumentaciones en su proceso de matematización. La situación es incómoda puesto que la tecnología θ^{th} que valida las técnicas en el juego de la praxeología matemática, deviene ambigua, poco tolerante, y con desviaciones hacia la justificación de conocimientos prácticos que emergen de la fenomenología física.

Ante la pérdida de dominio por parte de la tecnología teórica en la legitimación de las funciones de la técnica, estas últimas deben ser incluidas en una tecnología práctica θ^p que las justifique, toda vez que validadas por la institución usuaria I_u.

La brecha que se abre entre los conocimientos contenidos en θ^p y θ^{th}, en el modelo extendido propuesto en el Esquema 2, hace que la posición de θ^p sea incierta por la teoría matemática en la que se encuentra ubicada la praxeología. Ante esto último, Castela y Romo Vázquez (2011) proponen un intento de justificación de los conocimientos prácticos: "(…) una *épure* praxeológica (…) donde el nivel práctico debe ser forjado por la institución usuaria, tomando apoyo sobre la diversidad de temas que en esa institución pondrán en práctica la técnica" (p. 17). Una *épure* praxeológica es una (OM) que se encuentra en proceso de legitimación debido a que contiene conocimientos prácticos. Un modelo praxeológico *extendido* que incluye ambas tecnologías es propuesto en el Esquema 2.

$$\left[T,\tau,\theta^p,\Theta\right]\leftarrow I_u \ ; \quad \left[\begin{array}{cccc} T, & \tau, & \begin{array}{c}\theta^{th}\\ \theta^p\end{array} & \Theta \end{array}\right]\begin{array}{l}\leftarrow P(M)\\ \leftarrow I_u\end{array}$$

Esquema 2. A la izquierda, *épure* determinada por I_u. A la derecha, Modelo praxeológico *extendido* propuesto por Castela y Romo Vázquez (2011), en el que se incluye una tecnología teórica θ^{th}.

Sin embargo, en el caso donde la tecnología práctica se determina a partir de actividades ajenas a las (OM), como sucede con aquellas contenidas en las prácticas sociales que habitan en Instituciones *P,* la brecha que se abre entre las tecnologías θ^p y θ^{th} es semejante a los procesos de construcción de conocimiento matemático que han ocurrido a lo largo de la historia, incluso en ciertos casos extremos θ^{th} se puede ver como el límite al que tiende θ^p. Bajo esas circunstancias, las técnicas son rescatadas de las tecnologías prácticas θ^p y su legitimación al centro del modelo praxeológico ocurre desde la Institución *P,* ajena a las cuestiones de enseñanza del conocimiento, cuyo nivel de matematización suele estar alejado de la propia legitimación de las técnicas que se desprenden de θ^{th}, presentándose la ambigüedad ya citada.

El *trabajo de la técnica*

En Chevallard (2007) la tecnología teórica es: "(…) quien, en una institución o persona, reemplaza la *función* tecnológica: justifica y esclarece la técnica τ relacionada con un tipo de tareas *T,* permitiendo reconstruirla cuando ella es *dada*" (p. 714). La reconstrucción se refiere a la necesidad de *retocar* la praxeología cuando algún episodio de la técnica lo haga necesario:

> (…) un episodio de trabajo de la técnica puede conducir a retocar la organización matemática, y eventualmente vivir un nuevo episodio tecnológico –teórico– y en todo caso realizar, aun cuando fuera brevemente, otro episodio de institucionalización. (Ibíd. p. 730).

Los *episodios de trabajo de la técnica* que llevan a retocar la tecnología, se refieren a la etapa de definir al modelo teórico-matemático de la praxeología. El retoque se realiza durante su *organización matemática*, y en particular durante el *trabajo de la técnica*. El objetivo en esta etapa es mejorar la técnica y dejarla lo más eficaz y confiable posible, incorporando a esta última técnicas alternativas. Con ello se exigen modificaciones a la tecnología que la llevan a acrecentar el dominio y control con los que cuenta.

El ejemplo de una obra *O* de la que se rescata una técnica τ_j y la tecnología θ_j de la que se desprende, para calcular el valor de *x* con el cual el *perímetro* 2*p* de un rectángulo deviene máximo, se muestra en (Chevallard, 1999) de la siguiente manera:

La tecnología es recuperada del origen mismo de cálculo infinitesimal en los siguientes términos: "Si x_1, x_2, ..., x_n son reales > 0, siendo la suma constante, igual a *a*, entonces el producto $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n$ es máximo luego que $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = a/n$." (p. 14)

Con la irrupción en la praxeología de la técnica y la tecnología, así recuperadas, ocurre un movimiento transpositivo de nuevos objetos de conocimiento que *nutren* a la tecnología original y la transforman en una tecnología mixta. Se trabaja en esa etapa con *embriones* del conocimiento (Ibíd. p. 3), desarrollados y utilizados a lo largo de varios siglos que toman la forma de (OMP), y que se constituyen alrededor de un único tipo de tarea. Al menos para el caso citado, Chevallard no aclara la justificación de la irrupción de nuevo conocimiento, ni cómo es el resultado de la nueva tecnología mixta, tampoco asume el control de las rupturas epistemológicas que se producen.

La *obra O* que refiere Chevallard son documentos históricos, originalmente de naturaleza matemática, de los cuales se rescatan tecnologías externas y con las que se pueden *reproducir* aquellas técnicas desarrolladas circunstancialmente. Por la naturaleza de los documentos donde se rescatan las técnicas no hay afectación en las decisiones matemáticas y de práctica matemática a que da lugar la tecnología dominante para operar, accionar y legitimar sus propias funciones.

Irrupción transpositiva de una técnica externa a la praxeología dominante

Se presenta enseguida el caso de una actividad comprendida en una (OMP), en la que se propone el uso de la técnica matemática τ_m de derivación por incrementos, también conocida como regla de los cuatro pasos, para derivar funciones con exponentes fraccionarios de la forma: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$, para *n* entero natural. Importa confrontar conocimientos externos al modelo praxeológico dominante, debido a que, como se verá, este último es una (OM) *incompleta* (Fonseca, Boch y Gascón, 2007) que hace necesario el trabajo de la técnica. En ese episodio se recupera un ostensivo que integra una técnica ajena la cual se complementa bien con la técnica matemática, más su inclusión y, sobre todo, los elementos que la configuran, no se corresponden con las normas de la tecnología teórica dominante.

La praxeología para la derivación de funciones a partir de la definición de derivada —al menos en el sistema de enseñanza superior mexicano— toma estructura como:

Organización Matemática Dominante

- Tipo de tareas *T*: Derivar por incrementos la función $f(x)=\frac{1}{\sqrt[n]{x}}$, para *n* entero positivo, aplicando la definición de derivada.
- Técnica τ_m: Derivación por incrementos:
- Procedimiento: Regla de los cuatro pasos:

  τ_1: Se incrementa $f(x)\rightarrow f(x+\Delta x)$

  τ_2: Se establece la diferencia: $f(x+\Delta x)-f(x)$

  τ_3: Se dividen ambos miembros por Δx

  τ_4: Se aplica $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

  Siendo: $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

- Tecnología θ: La definición de la tecnología son los cuatro pasos enunciados y resumidos en la expresión: $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$, si este límite existe.
- Teoría Θ: Los elementos teóricos que justifican θ son aquellos de la razón de cambio, así como los que definen la derivada de una función en el marco del análisis matemático.

Al analizar en los textos de cálculo diferencial los tipos de funciones cuya derivada se determina con la regla de los cuatro pasos, se verá que la mayoría están preparadas para funciones polinómicas elementales —en algunos casos con radicales— que no sobrepasan el grado dos o tres. De esa manera se logra que la técnica matemática domine las tareas propuestas, sin que a la par ocurra un cuestionamiento tecnológico dada la propia limitación de la técnica y debido a la comodidad de su uso con las funciones mencionadas. En este caso la tecnología dominante incide directamente sobre la técnica matemática, disminuyendo su potencial algorítmico y algebraico.

La técnica matemática τ_m que se relaciona con la praxeología, y que se desprende de la definición de derivada (1) incorporada en θ^{th}

$$f'(x) = \underset{\Delta x \to 0}{lím} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \qquad (1)$$

es por sí misma ineficaz para resolver la tarea *T* por los procedimientos algebraicos que involucra y debido a lo exagerado de los índices de los radicales que surgen en el proceso de cálculo de la derivada. Si por ejemplo, en un caso extremo, se supone *n*=5 para $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$, la diferencia: $f(x+\Delta x) - f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x+\Delta x}} - \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$, y en consecuencia el procedimiento algebraico para el paso al límite, quedan por demás incomodos.

Para *desarrollar el trabajo de la técnica* en la praxeología dominante, pudiera pensarse en utilizar otra técnica alternativa τ_p como el teorema del binomio de Newton: esta última fue comúnmente utilizada para matematizar problemas de variación en la física, así como cuestiones de geometrización por los ingenieros geógrafos, topógrafos, astrónomos, etc., a lo largo del siglo XVIII y hasta principios del siglo XX, y fundamentalmente en la enseñanza de ese concepto. Una expresión algebraica y variacional del teorema se presenta en (2):

$$f(x+h) = f(x) + Ah + Bh^2 + Ch^3 + etc. \qquad \text{(2) Donde: } h = \Delta x.$$

La serie fue legitimada por Abel en 1826 desarrollando para ello una demostración rigurosa que aparece en *Le Journal de Crelle*. Por su lado, Lagrange, en la *Théorie des fonctions analytiques*, sugiere la expresión (2) como: $f(x+i) = fx + pi + qi^2 + etc.$, donde *p, q, r,* etc., representan las funciones *derivadas* de *fx*. Esa última serie fue fundamental para la construcción del análisis algebraico que permeo los siglos XVIII y XIX.

El teorema ha sido estudiado a partir de su utilidad en diferentes prácticas sociales de amplio uso y descubrimiento de nuevos argumentos de la ciencia, por Camacho y Sánchez (2010), así como por Engler y Camacho (2012). Por si mismo tiene condiciones suficientes para mejorar la derivación por incrementos de funciones que no es posible atender con la técnica matemática dominante.

De (2) se determina la derivada para el caso de funciones analíticas como se aprecia en (3), la cual es una representación de la tecnología externa θ^p:

$$f'(x) = \underset{\Delta x \to 0}{lím} \frac{f(x) + A\Delta x + B(\Delta x)^2 + \ldots - f(x)}{\Delta x} = A + \underset{\Delta x \to 0}{lím}\, \varepsilon\left(\Delta x\right), \text{ Donde } \underset{\Delta x \to 0}{lím}\, \varepsilon\left(\Delta x\right) = 0 \qquad (3)$$

Utilizando el procedimiento de los cuatro pasos y la técnica τ_p del teorema del binomio citada en (2), se puede determinar la derivada de la función analítica propuesta inicialmente, es decir:

τ_1: Se incrementa $f(x+\Delta x) = \left(x+\Delta x\right)^{-\frac{1}{n}} = x^{-\frac{1}{n}} - \frac{1}{n}x^{-\frac{1}{n}-1}\Delta x + \dfrac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}+1\right)x^{-\frac{1}{n}-2}(\Delta x)^2}{2} + \ldots$

τ_2: Se establece la diferencia: $f(x+\Delta x)-f(x)=x^{-\frac{1}{n}}-\frac{1}{n}x^{-\frac{1}{n}-1}\Delta x+\dfrac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}+1\right)x^{-\frac{1}{n}-2}(\Delta x)^2}{2}+\ldots-x^{-\frac{1}{n}}$

τ_3: Se dividen ambos miembros por Δx:

$$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=-\tfrac{1}{n}x^{-\frac{1}{n}-1}+\varepsilon(\Delta x)$$

$$\text{Donde: } \varepsilon(\Delta x)=\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}+1\right)x^{-\frac{1}{n}-2}\Delta x}{2}+\ldots$$

τ_4: Se aplica (3) como: $\underset{\Delta x\to 0}{lím}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}+\underset{\Delta x\to 0}{lím}\,\varepsilon(\Delta x)$

$$\underset{\Delta x\to 0}{lím}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=-\tfrac{1}{n}x^{-\frac{1}{n}-1}+\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}+1\right)x^{-\frac{1}{n}-2}\underset{\Delta x\to 0}{lím}(\Delta x)}{2}+\underset{\Delta x\to 0}{lím}\,\varepsilon(\Delta x)$$

Siendo: $f'(x)=\underset{\Delta x\to 0}{lím}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}+\underset{\Delta x\to 0}{lím}\,\varepsilon(x)$:

$$f'(x)=-\tfrac{1}{n}x^{-\frac{1}{n}-1}$$

La función tecnológica que justifica la técnica τ_p empleada, se despliega directamente de la expresión (3) —es decir de la tecnología externa θ^p—. La validación de la técnica se puede fincar en una etapa de búsqueda de precisión del concepto de derivada, como:

> Dado cualquier número *x* para el cual este límite exista, asignamos a *x* el número $f'(x)$. De modo que podamos considerar $f'(x)=\underset{\Delta x\to 0}{lím}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}+\underset{\Delta x\to 0}{lím}\,\varepsilon(\Delta x)$ como una nueva función, llamada derivada de *f* y definida por medio de la ecuación anterior.

Algunos resultados

En el caso citado no se puede hablar de una tecnología práctica θ^p que *nutra* a la tecnología teórica (1) y se determine así una tecnología mixta, debido al rigor de la teoría matemática que justifica la praxeología dominante. La irrupción de conocimientos jerarquizada por la Institución *P* en la praxeología, se aprecia en el Esquema 3.

$$\begin{array}{c}
\left[\theta^p\right]\leftarrow P \\
\downarrow \\
\left[\;T,\quad \begin{array}{c}\tau_p \rightarrow \\ \tau_{th} \leftarrow\end{array}\quad \theta^{th},\quad \Theta\;\right]\leftarrow I_u
\end{array}$$

Esquema 3. La tecnología externa θ^p surge de la Institución *P* y provee de técnicas τ_p para desarrollar el episodio del *trabajo de la técnica* en la praxeología dominante.

Sin embargo, la técnica τ_p del teorema del binomio dinamiza los procedimientos de orden algebraico contenidos en la técnica matemática τ_m que se desprende de la tecnología teórica θ^{th} y ayuda a resolver los problemas como el que se puso en evidencia, donde los índices de los radicales son difíciles de manipular con los procedimientos algebraicos tradicionales, ampliando así el campo de tareas T_i que se pueden resolver. No obstante las diferencias entre ambas, la técnica τ_p se impone sobre la técnica matemática, resultando así una técnica *híbrida* que contiene conocimientos *aproximados*, alterando así el bloque técnico-práctico $[T, \tau]$ y, en consecuencia, al bloque tecnológico teórico $[\theta, \Theta]$. Esa aproximación del conocimiento que resulta, acredita un dominio más amplio de la praxeología que da para ponerlo a prueba en el salón de clases, más, ante ello, los modos de validación de los conceptos aproximados son por demás exigentes.

Conclusiones

En el caso de las praxeologías que atendieron Castela y Romo Vázquez (2011), la tecnología práctica surge de la práctica matemática que se asocia a la fenomenología física. Esta posición mixta que incorpora ambas tecnologías, establece una *épure* praxeológica de la que habría que eliminar las coyunturas de la práctica matemática en un contexto donde la comunidad de expertos $P(M)$ que se dedican a hacer matemática, lleven los conocimientos prácticos a una posición más avanzada de matematización, principalmente al nivel de la teoría matemática en la que se circunscribe la praxeología matemática.

En la situación donde la tecnología práctica θ^p surge de actividades ajenas a una teoría matemática y a la práctica matemática misma, la actividad deja a θ^p completamente alejada de la tecnología teórica límite que le sirve de referencia. En esos casos, la *épure* que se determina establece una amplia brecha epistemológica con la inmersión de conocimientos, como resulta ser en el caso presentado. En ese punto, la justificación de las técnicas se fincan a partir de definiciones alejadas todavía de la teoría matemática, y son vistas como *vestigios* de las técnicas dominantes (Chevallard, 1999. p. 3).

La influencia de la Institución *P* sobre la praxeología dominante se muestra con amplitud en el caso estudiado. La técnica matemática es rebasada e incorporada en la técnica del teorema del binomio, cuyos elementos aumentan la armonía de la primera y la coordinación en la resolución de tareas *incómodas* e, incluso, de aquellas tareas que comúnmente se resuelven con ésta última. Otras cuestiones importantes quedan pendientes: ¿Qué sucederá con el proceso de institucionalización previsto en la organización didáctica, si es que se lleva al salón de clases la técnica del teorema del binomio? ¿Qué con el fenómeno de inmersión de conocimientos prácticos por parte de la Institución usuaria? ¿Se puede prever esto último?

El cuestionamiento tecnológico (Fonseca, et. al, 2007) puesto en evidencia, da lugar para repensar la visión de la (TAD) hacia la institucionalización de los objetos matemáticos, en la búsqueda de reconocer y legitimar los procesos y realizaciones con los que a éstos se llega.

Referencias bibliográficas

Camacho A. y Sánchez, B. I. (2010). Análisis sociocultural de la noción de variabilidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* (*13*) 4, 29-52.

Castela C. (2008). La noción de praxeología: un instrumento de la Teoría Antropológica de lo Didáctico posiblemente útil para la Socioepistemología? En: P. Lestón (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 22 (pp. 1195–1206). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. http://clame.org.mx/documentos/alme22.pdf

Castela C. y Vázquez Romo A. (2011). Des mathématiques a l´Automatique: Etude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* (*31*), 1, 79-130.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Consultado el 20 de mayo de 2013, En: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique. En Ruíz-Higueras, L. Estepa, A García, F. J (Eds.). Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones a la Teoría Antropológica de lo Didáctico, 705-746. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén. Impreso en España.

Chevallard, Y. (2011). Les problématiques de la recherche en didactique à la lumière de la TAD. Consultado el 20 de mayo de 2013, En: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=208

Engler A. y Camacho A. (2012). *Construcción de la derivada. Dinamización de la regla de los cuatro pasos.* Berlín: Editorial Académica Española. LAMBERT Academic Publishing. GmbH & Co. KG.

Fonseca, C, Boch, M y Gascón J. (2007). El momento del trabajo de la técnica en la completación de organizaciones matemáticas: el caso de la "Regla de Ruffini". En Ruíz-Higueras, L. Estepa, A García, F. J (Eds.). Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones a la Teoría Antropológica de lo Didáctico, 139-157. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén. Impreso en España.