

EL DESARROLLO DE HABILIDADES cognitivas y COGNITIVO-LINGÜÍSTICAS EN LAS PLANIFICACIONES DE GEOMETRÍA TRIDIMENSIONAL DE RESIDENTES DEL PROFESORADO EN MATEMÁTICA

Natalia Landaluce, Natalia Sgreccia y Marta Massa

Universidad Nacional de Rosario

Argentina

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

nslanda@fceia.unr.edu.ar, sgreccia@fceia.unr.edu.ar, mmasa@fceia.unr.edu.ar

Resumen. Este reporte de investigación se centra en el análisis de las habilidades cognitivas y cognitivo-lingüísticas que estudiantes-residentes de un Profesorado en Matemática pretenden desarrollar cuando se planifican clases de geometría tridimensional en escuelas secundarias. Se analizaron sus producciones, buscando evidencias de la integración de conocimientos disciplinares y pedagógico-didácticos que el futuro profesor ha de expresar en su práctica. A partir de un estudio cualitativo-exploratorio, las planificaciones fueron segmentadas en episodios según los distintos momentos que se prevén en las clases. En cada episodio se identificaron las estrategias didácticas específicas y las habilidades cognitivas y cognitivo-lingüísticas asociadas

Palabras clave: planificación, geometría, habilidades cognitivas y cognitivo-lingüísticas

Abstract. This research report focuses on the analysis of cognitive and cognitive-linguistic skills that students of a Training Teacher in Mathematics intend to develop when they plan three-dimensional geometry classes for teaching in secondary schools. Their productions were analyzed, looking for evidence of the integration of disciplinary and pedagogical-didactical knowledge that a future teacher has to express in his or her practice. From a qualitative-exploratory study, each planning was segmented into episodes according to the different moments that are anticipated in the development of the classes. Specific teaching strategies and associated cognitive and cognitive-linguistic skills were identified in each episode

Key words: planning, geometry, cognitive and cognitive-linguistic skills

Introducción

La formación de profesores para la educación secundaria se realiza en Argentina en instituciones de educación superior universitarias y no universitarias. En la Universidad Nacional de Rosario (UNR) la carrera de Profesorado en Matemática (PM) se viene desarrollando desde el año 1988 y se organiza en tres campos de conocimiento:

1. *Campo de Formación Orientada:* brinda la formación matemática específica y de otras disciplinas asociadas.
2. *Campo de Formación Pedagógica:* orientada a la adquisición de conocimientos y habilidades necesarias para la enseñanza.
3. *Campo de Formación Especializada:* organiza la articulación pedagógica-disciplinar para la práctica docente en dos niveles educativos: secundario y superior.

El diseño curricular se completa con un Eje Integrador de contenidos de los tres campos, que inserta la problemática de la enseñanza desde el primer año de la carrera, mediante actividades que estimulen la generación de prácticas originales y la reflexión crítica.

Residencia es una asignatura del Campo de Formación Especializada y se ubica en el último año de la carrera. Se la concibe como un espacio de praxis, de síntesis de teoría y práctica contextualizada, de producción y construcción de conocimientos a través de la reflexión crítica. Se lleva a cabo mediante un trabajo colaborativo, presencial y virtual, entre compañeros y docentes de la asignatura. Es de cursado anual y en la mitad del tiempo se realizan prácticas de enseñanza situadas en aulas de Matemática de escuelas secundarias, orientadas por el profesor del curso como co-formador.

En el año 2012 se inició un estudio acerca de la integración de conocimientos disciplinares y pedagógico-didácticos cuando los residentes del PM de la UNR planifican sus prácticas de enseñanza de geometría tridimensional en escuelas secundarias. Interesó indagar acerca de las representaciones y lenguajes que ellos promueven en sus propuestas didácticas y las habilidades cognitivas y cognitivo-lingüísticas que pretenden desarrollar. El presente reporte se centra en las estrategias didácticas incorporadas en dichas propuestas. El conocimiento producido en esta investigación resulta sustantivo como insumo para la discusión en la asignatura *Residencia*, ya que considera los alcances de los contenidos a enseñar y las condiciones que favorecen su aprendizaje.

Perspectiva Teórica

La planificación, como prefiguración de la realidad, sirve para guiar la práctica con un fundamento teórico de acuerdo con los objetivos establecidos. Son sus características básicas: la *representación* en palabras y esquemas de una clase con los materiales didácticos, su escenario de desarrollo y los movimientos previstos de los alumnos y el docente; la *anticipación* de secuencias para el desarrollo de contenidos y actividades; y el *carácter de prueba o intento* en tanto es organizadora y susceptible de modificación en el curso de la acción (Gvirtz y Palamidessi, 1998).

El docente debe representar la complejidad de los elementos que intervienen en la situación de aula (la cultura, el proyecto educativo, el rol del docente y del alumno) tomando la acción como práctica condicionada por restricciones emergentes. También ha de articular formas de enseñar, medios y contenidos de modo que el nuevo conocimiento se relacione y se diferencie de los conocidos, estableciendo una red de significados aplicables a nuevas situaciones de manera comprensiva y creativa (Sanjurjo, 2005).

Aebli (2002) establece formas básicas de enseñar a fin de propiciar condiciones favorables para el aprendizaje:

- ❖ *Educación por cinco medios.* Comprende: narrar y referir (para “revivir” contenidos y significados); mostrar (como saber enactivo); contemplar y observar (como organización de esquemas de asimilación); leer con los alumnos (para orientar la comprensión del lenguaje y de formas comunicativas propias de la disciplina que se enseña); escribir y redactar textos (orientado a la producción propia de significados construidos).
- ❖ *Acción, operación y concepto.* Compuesta por: elaborar un curso de acción (representación de distintas acciones en vista a una meta definida); construir una operación (posibilidad de codificación simbólica de un proceso de acción); formar un concepto (atribución de significado en el contexto de una red con estructura interna).
- ❖ *Cuatro funciones en el proceso de aprendizaje.* Abarca: construcción solucionadora de problemas (planificar acciones y estrategias en función de la meta); elaborar (consideración de variantes de procedimientos); ejercitar y repetir (en vías a la fijación) y aplicar (transferencia de un conocimiento a situaciones nuevas).

En el caso particular de la enseñanza de la geometría tridimensional, Gutiérrez (1998) destaca la importancia de considerar estrategias de vinculación 2d-3d.

Entre los procesos básicos que se prevén realizarán los alumnos están aquellos orientados al desarrollo de habilidades cognitivas y cognitivo-lingüísticas (Jorba, Gómez y Prat, 1998) necesarias para el aprendizaje. En particular, Höffer (1981) considera habilidades geométricas, entre las que destaca las “de comunicación” relacionadas con la capacidad del alumno para leer, interpretar y explicar información, usando vocabulario y símbolos matemáticos.

Las habilidades cognitivas requeridas en el aprendizaje de la Geometría son:

Identificar: Distinguir el objeto de estudio matemático sobre la base de sus rasgos esenciales, excluyendo lo accesorio en vías a la clasificación.

Comparar: Establecer una relación entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase. (Por ejemplo, cuando se establecen posiciones relativas entre dos objetos).

Clasificar: Agrupar de acuerdo a criterios establecidos por semejanzas y diferencias.

Codificar: Expresar el mismo objeto a través de formas y signos diferentes.

Analizar: Establecer características, propiedades y funciones de las componentes de un objeto matemático, así como las relaciones entre ellas.

Inferir: Formular una consecuencia a partir de enunciados o registros previos.

Interpretar: Atribuir significado a las expresiones y representaciones matemáticas de modo que éstas adquieran sentido en función del propio objeto matemático.

Algoritmizar: Plantear una sucesión de operaciones matemáticas como un procedimiento, con secuencia lógica-metodológica, conducente a la solución de un problema.

Calcular: Operar con uso de tablas, calculadoras y/o computadoras sobre un algoritmo.

Modelizar: Asociar a un objeto no matemático un objeto matemático que represente determinadas características, comportamientos o relaciones.

Visualizar: Dibujar un diagrama que exprese la manipulación mental de imágenes geométricas. Requiere de la captación de representaciones externas para leer y comprender gráficos y diagramas, y de la construcción de imágenes mentales para transformar conceptos, relaciones e imágenes en otra clase de información (Gorgorió y Jones, 1996).

Conjeturar: Elaborar una anticipación basada en indicios y observaciones.

Deducir: Producir una conclusión lógica a partir de premisas generales enunciadas.

Verificar: Comprobar o examinar la validez de una proposición geométrica.

Transferir: Extender o trasladar el significado de un contexto a otro.

Estas habilidades cognitivas se concretan en las habilidades cognitivo-lingüísticas que se usan de diferente manera y originan distintas formas de aprender, tales como:

Describir: Producir enunciados que enumeren cualidades, propiedades, características del objeto o fenómeno que se describe. Implica: observar, comparar, encontrar las semejanzas y diferencias, identificar lo esencial y producir un texto oral o escrito.

Graficar e interpretar gráficos: Comunicar información de manera visual y sucinta de registros figurativos, objetos representados, objetos ideales.

Definir: Enunciar las características necesarias y suficientes del objeto de estudio.

Ejemplificar/contra-ejemplificar: Dar un caso particular relativo a un ente matemático.

Sintetizar: Extraer la información esencial y organizarla de un modo personal.

Demostrar: Establecer una sucesión finita de pasos a través de un razonamiento lógico para fundamentar la veracidad de una proposición o refutarla.

Explicar: Presentar razones de manera ordenada que den sentido para comprender y modificar un estado de conocimiento.

Justificar: Producir razones, establecer relaciones entre ellas que lleven a examinar su aceptabilidad y valorar la resistencia a las objeciones.

Argumentar: Integrar la habilidad de explicar con la de justificar y trabajar con contra-ejemplos para sostener o refutar las objeciones del sujeto receptor.

Enfoque Metodológico

La investigación se realizó con un enfoque cualitativo y alcance exploratorio (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2003). El trabajo de campo se efectuó en la asignatura *Residencia* del PM de la UNR en el año 2012. Se analizaron las planificaciones vinculadas con la geometría tridimensional elaboradas por tres residentes para sus prácticas de aula en las escuelas secundarias, desde tres dimensiones: *contexto*, *disciplina* y *didáctica*, comprendiendo cada una de ellas las categorías según se muestra en la Fig.1. Este reporte se centra en la categoría *estrategias* de la dimensión *didáctica*.

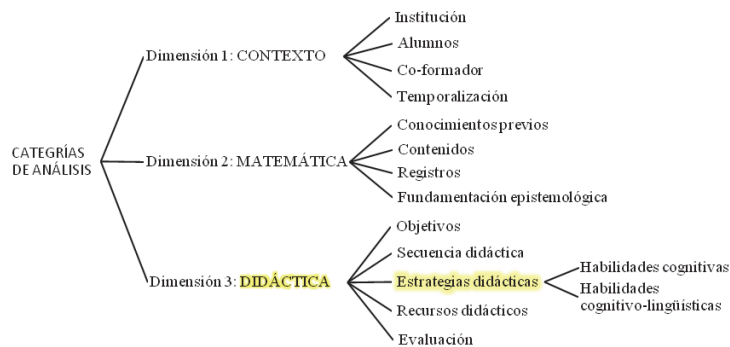


Figura 1. Categorías de análisis empleadas en la investigación.

Las planificaciones se segmentaron en episodios según los distintos momentos previstos en el desarrollo de las clases. En cada episodio se reconocieron y analizaron las estrategias específicas para la enseñanza de la geometría 3d y las habilidades cognitivas y cognitivo-lingüísticas involucradas. Se complementó con el procesamiento de las observaciones de las clases realizadas por los docentes de la asignatura *Residencia* y por otros residentes, para ampliar la información entre el pensar (planificar) y el hacer (implementar).

Análisis y Discusión de Resultados

Se presentan en las Tablas 1 a 3 una síntesis de los resultados emergentes del análisis de las tres clases planificadas con mayor detalle. En las mismas se consignan las formas básicas de enseñar utilizadas como estrategias en cada episodio y las habilidades cognitivas y cognitivo-lingüísticas asociadas. Se destacan en color las explicitadas por el residente. Las restantes son aquellas posibles de desarrollar a partir de actividades que se proponen. Algunas de ellas se registraron en las

observaciones de clases. A medida que se avanza hacia las últimas clases, se observa que los residentes destinan mayor espacio a actividades de fijación aunque las planificaciones se reducen a un mero listado de ejercitaciones diversas, sin establecer su vinculación con las habilidades que se pretenden desarrollar.

Como se muestra en la Tabla 1, en la clase relativa a cuerpos redondos y de revolución fue posible reconocer siete episodios, que van desde la generación de motivación al vincular el contenido con la cotidianidad y contexto educativo de los alumnos, hasta situaciones de aplicación de lo desarrollado en la clase con puestas en común en el grupo-clase. Se identificaron ocho formas básicas de enseñar (Aebli, 2002), entre las cuales predominó “formar un concepto” en los episodios intermedios de la clase. En relación con las habilidades se observa que el residente otorga explícitamente importancia al trabajo centrado en la definición y la graficación para la construcción de conceptos, sin prestar atención que la estrategia le ofrece interesantes instancias para potenciar la visualización, el análisis y la producción de inferencias, entre otras habilidades.

Episodio	Estrategias	Habilidades	
		Cognitivas	Cognitivo-lingüísticas
1. Motivación según el horizonte matemático previsto	mostrar, observar y contextualizar	identificar, analizar, comparar e inferir para potenciar la abstracción	Describir
2. Actualización de contenidos previos	recordar para institucionalizar	comparar y clasificar	sintetizar y ejemplificar
3. Definición de entes geométricos	formar un concepto	visualizar, identificar, analizar, comparar e inferir	definir, ejemplificar y graficar
4. Manipulación hacia la clasificación	narrar y referir	enunciar criterios	Graficar
5. Clasificación	formar un concepto	Clasificar	
6. Aplicación	aplicar e integrar con nociones previas	interpretar, visualizar, identificar, analizar, inferir y relacionar 2d-3d	Graficar
7. Evaluación	evaluar		Narrar

Tabla 1. Habilidades identificadas en la clase: “Cuerpos Redondos y Cuerpos de Revolución”.

La Tabla 2 (asociada a la clase “Clasificación de Cuerpos Redondos”) muestra que nuevamente el residente centra su planificación básicamente en la formación de conceptos, priorizando el trabajo sobre la definición y la graficación. En la formación de conceptos se omite explicitar un trabajo para el desarrollo de habilidades cognitivas básicas para el aprendizaje geométrico, tales como: modelizar, visualizar, identificar, analizar, comparar, inferir semejanzas y diferencias, dando

evidencias de una escasa integración de contenidos de los campos de la Formación Pedagógica y Especializada.

Episodio	Estrategias	Habilidades	
		Cognitivas	Cognitivo-lingüísticas
1. Actualización de contenidos previos	"recuperar" conceptos previos		
2. Manipulación hacia a la definición de cuerpos	mostrar, contemplar y observar, narrar y referir	clasificar (con omisión de criterios) e inferir	describir
3. Definición de cilindro. Elementos. Institucionalización.	formar un concepto sin recurrir a conceptos previos	identificar, inferir y modelizar	definir, graficar
3'. Transferencia de características del cilindro recto al oblicuo	elaborar y aplicar	transferir (del cono recto al oblicuo)	graficar e interpretar gráficos
4. Definición de cono. Elementos. Institucionalización.	formar un concepto y aplicar	identificar, modelizar, transferir (del cilindro al cono) e inferir	definir, graficar e interpretar gráficos
5. Definición de esfera. Elementos. Institucionalización.	formar un concepto	identificar y modelizar	definir, graficar e interpretar gráficos
6. Construcción de un cilindro en vías a deducir área lateral y total.	contemplar y observar	comparar, identificar, inferir, visualizar y modelizar	
7. Dedución del área lateral y total del cilindro.	"recuperar" conceptos previos y formar un concepto	analizar, visualizar, comparar, clasificar y codificar	describir, graficar e interpretar gráficos y definir
8. Aplicación. Identificación desarrollo plano ↔ cuerpo redondo	elaborar		justificar

Tabla 2. Habilidades identificadas en la clase: "Clasificación de Cuerpos Redondos".

Las estrategias didácticas que propone el residente y las factibles de desarrollar se presentan en la Tabla 3 (correspondiente a la clase en que se aborda el área de cuerpos redondos). A semejanza de lo señalado en relación con las tablas anteriores, se destaca que el residente centra su planificación en el reconocimiento de características de los cuerpos en vías a la comprensión de las definiciones y el cálculo de áreas. No se incentiva el desarrollo de habilidades de comunicación, tales como: ejemplificar y justificar. La inclusión de procesos de transferencia 2d → 3d es escasa.

Episodio	Estrategias	Habilidades	
		Cognitivas	Cognitivo-lingüísticas
1. Actualización de contenidos previos	"recuperar" conceptos previos	comparar, clasificar, identificar y analizar	sintetizar, graficar e interpretar gráficos
2. Manipulación hacia el cálculo del área lateral y total del cono	mostrar, narrar y referir, observar y (des)armar	relacionar, inferir y visualizar	ejemplificar por analogía

3. Inferencia del área lateral y total del cono. Institucionalización.	formar un concepto	identificar, calcular, analizar, interpretar y modelizar	describir, graficar y definir
4. Relato de hecho histórico. Definición del área de la esfera. Manipulación hacia el cálculo	narrar y referir, mostrar, contemplar y observar	codificar, calcular, comparar y verificar inferir	contra-argumentar
5. Inferencia del área de la esfera a partir de la del cilindro.	formar un concepto	comparar, identificar, visualizar, calcular e inferir	describir, definir, sintetizar y modelizar
6. Aplicación → desarrollo plano del cono	elaborar y aplicar	codificar, visualizar, analizar, identificar, inferir y clasificar	interpretar gráficos
7. Derivación de definición del tronco de cono y su área lateral y total. Institucionalización.	formar un concepto, elaborar y aplicar	codificar, analizar, modelizar, calcular, deducir, inferir y comparar visualizar y identificar	definir por analogía, y graficar
8. Aplicación sobre tablas de datos y situaciones a modelizar: cucurucho ↔ conos rectos/ pelota ↔esfera	aplicar y elaborar	interpretar, codificar, analizar, visualizar, inferir y calcular	justificar

Tabla 3. Habilidades identificadas en la clase: “Desarrollo plano, área lateral y total de Cuerpos Redondos”.

Las planificaciones muestran que se prioriza el desarrollo de los contenidos conceptuales desde un plano enunciativo, con escasa explicitación de las habilidades cognitivas y cognitivo-lingüísticas que se pretenden desarrollar. Estas últimas pudieron ser reconocidas en las observaciones de las clases. El esquema de estrategias utilizadas responden a algunas de las habilidades geométricas, en tanto habilidades cognitivas específicas, consideradas por Höffer (1981): visuales; de razonamiento; de dibujo y construcción; de aplicación. Con excepción de la tercera, las restantes se explicitan en un nivel elemental. Los procesos de razonamiento deductivo planificados son escasos, pese a ser fundamentales para el aprendizaje de la demostración en geometría (Jones, 2002).

Se destaca la ausencia de procesos orientados a la transferencia de contenidos, limitándose a una mera aplicación directa. Si bien se incluye la institucionalización de conceptos se observa que ello se limita a una mera aplicación que no es socializada entre los alumnos ni tampoco se hace un seguimiento de la misma. No se explicita la manera en que se desarrolla y organiza la actualización de conceptos previos.

Comentarios Finales

El estudio realizado da claras evidencias de la importancia que el residente le otorga a la *definición* al pensar los contenidos disciplinares a ser desarrollados en una clase donde se pretende enseñar Geometría 3d en la escuela secundaria. Las estrategias seleccionadas al pensar secuencias

didácticas se centran fundamentalmente en algunas formas básicas de enseñanza vinculadas con la visualización y la interpretación gráfica. Esto denota debilidades formativas de los futuros docentes al no ser capaces de organizar la planificación como espacio de integración de los diferentes campos de formación, es decir, cuáles son las nociones y habilidades importantes asociadas en un cierto dominio de conocimiento (Deng, 2007).

Se atiende al desarrollo de algunas habilidades cognitivas asociadas con contenidos procedimentales pero, en particular, se omite referencias explícitas de procesos de enseñanza asociados a la modelización a pesar de su importante rol en la formación del pensamiento geométrico. Sin embargo, en las observaciones de las clases se registran momentos que dan cuenta que el residente la incluye en su práctica y también al seleccionar las actividades de aplicación.

Los resultados obtenidos muestran la necesidad de re-trabajar en *Residencia* las planificaciones elaboradas por los futuros docentes a través de actividades que permitan la reflexión acerca de las habilidades cognitivas que se requieren en la construcción de nuevas nociones como procesos de pensamiento y sobre aquellas que son base para la comunicación oral y escrita de las ideas matemáticas.

Referencias bibliográficas

- Aebli, H. (2002). *Doce formas básicas de enseñar*. Una didáctica basada en la psicología (6ª Ed.). Madrid: Narcea.
- Deng, Z. (2007). Transforming the Subject Matter: Examining the Intellectual Roots of Pedagogical Content Knowledge. *Curriculum Inquiry*, 37(3), 279-295.
- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *Revista Ema. Investigación e Innovación en Educación Matemática*, 3(3), 193-220.
- Gorgorió, N. y Jones, K. (1996). *Elements of the visualisation process within a dynamic geometry environment*. Ponencia presentada en el “Topic Study Group 12 del 8th International Congress on Mathematical Education”, Sevilla, Julio.
- Gvirtz, S. y Palamidessi, M. (1998). La planificación de la enseñanza. En *El ABC de la tarea docente: Currículum y Enseñanza* (pp. 175-206). Buenos Aires: Aique.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación* (3ª Ed.). México, DF: Mc Graw Hill.
- Höffer, A. (1981). Geometry is more than Proof. *Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.

Jones, K. (2002). Issues in the Teaching and Learning of Geometry. En L. Haggarty (Ed.). *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: perspectives on practice* (pp.121-139). Londres: Routledge Falmer.

Jorba, J., Gómez, I. y Prat, A. (1998). *Hablar y escribir para aprender. Uso de la lengua en situación de enseñanza-aprendizaje desde las áreas curriculares*. Madrid: Síntesis.

Sanjurjo, L. (2005). *La formación práctica de los docentes*. Rosario: Homo Sapiens.