

LOS SIGNIFICADOS DE LA ALEATORIEDAD DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA Y DE BIOLOGÍA EN FORMACIÓN

Amable Moreno, José María Cardeñoso y Francisco González

Univ. Nacional de Cuyo

Univ. Cádiz

Univ. de Granada

amoreno@fce.uncu.edu.ar, josemaria.cardenoso@uca.es, pagoga@ugr.es

Argentina

España

Resumen. En este trabajo se analizan los significados de la aleatoriedad de 583 profesores de Matemática y 325 profesores de Biología en formación, de la provincia de Mendoza, Argentina. Se aplicó un cuestionario con doce ítems relativos a sucesos de los contextos de juego, cotidiano y físico natural. En cada uno de ellos el estudiante debe reconocer si el suceso es aleatorio o no, y luego argumentar su decisión en base al sistema de categorías propuesto por Cardeñoso (2001). Los resultados evidencian algunas diferencias significativas, los estudiantes de Biología logran un mayor reconocimiento de la aleatoriedad y sus argumentaciones desde la incertidumbre y la causalidad son significativamente mayores; mientras que los argumentos desde la multiplicidad son significativamente mayores entre los estudiantes de Matemática.

Palabras clave: aleatoriedad, profesores, training, matemáticas, biología

Abstract. In this work, the meanings of the randomness of 583 mathematics teachers in training and 325 biology teachers in training were analyzed, at the province of Mendoza, Argentina. In order to achieve the aim, a questionnaire with twelve items related to events in the game, natural physical and everyday contexts, was applied. In each of them the student must recognize whether the event is random or not, and then argue the decision based on the category system proposed by Cardeñoso (2001). The results show some significant differences, Biology students achieved greater recognition of randomness and their arguments from uncertainty and causality are significantly higher than students in mathematics, while arguments from multiplicity are significantly higher among students of Mathematics.

Key words: randomness, teachers, training, mathematics, biology

Introducción

El desarrollo de la Estadística en los últimos años ha tenido un impacto tan importante en todos los ámbitos de la sociedad, que finalmente se han ido incorporado tópicos de la misma a los planes de estudio de los distintos niveles del sistema educativo. Sin embargo, se ha podido apreciar una resistencia a la implementación efectiva de estos tópicos en las aulas de los niveles de primaria y de secundaria. La formación de los profesores de Matemática del nivel medio debe asegurar el desarrollo de la competencia profesional que les permita abordar la enseñanza de las ideas fundamentales de la Estadística (Garfield y Ben-Zvi, 2004); una de estas ideas es la aleatoriedad considerada como un contenido transversal del currículo de Estadística.

La importancia del estudio sobre la aleatoriedad, se fundamenta en el hecho de que las distintas interpretaciones de la aleatoriedad que han surgido a lo largo de la historia han dado lugar a distintas definiciones de probabilidad, y éstas a una estructura inferencial asociada.

Los futuros profesores de Matemática, que serán los responsables de la enseñanza de esta temática, requieren de una formación adecuada para no transmitir a sus alumnos concepciones erróneas (Watson, 2011). En consecuencia, como afirma Nikiforidou, Lekka y Pange (2010)

debemos lograr la formación de estudiantes estadísticamente alfabetizados con mínimas ideas erróneas. Por otra parte, como expresan Cardeñoso, Azcárate y Serradó (2008), Azcárate y Cardeñoso (2011) la educación estadística es un tema poco trabajado en las aulas y sobre el que los profesores de los diferentes niveles tienen pocos referentes teóricos y prácticos.

En relación con la formación del profesor de Biología, la comprensión de la aleatoriedad es necesaria, como se puede detectar analizando el diseño curricular del profesorado (Moreno y González, 2013). Este puntualiza que se deben jerarquizar algunas teorías, como la *Teoría de la evolución* como teoría unificadora de la Biología, tal como lo expresa Theodosius Dobzhansky (Mayr, 2006), para quien *nada tiene sentido en Biología excepto a la luz de la evolución*. La teoría evolucionista fue la responsable de introducir el *azar* en Biología y, como afirman los biólogos Losos et al. (2013), el gran flujo de datos en todas las áreas de la Biología Evolutiva reclaman nuevas clases de teorías para darles sentido, para ello se requiere de una teoría cuantitativa predictiva. Paralelamente, desde la Ecología también se plantea la necesidad del desarrollo de la capacidad predictiva para anticipar las consecuencias del cambio global. Brewer y Gross (2003) consideran que la evolución de la predicción ecológica será factible con una forma de pensar desde la *incertidumbre*.

Ante estas demandas, surge la necesidad de afrontar el desarrollo de un pensamiento probabilístico y estadístico en los estudiantes, para profesor de Biología (Moreno, Cardeñoso y González, 2012a, 2012b), que les permita interpretar las teorías que surjan en el seno de la misma.

Controversias en torno a la aleatoriedad

Las nociones estocásticas están fuertemente entrelazadas con los componentes filosóficos (Hacking, 2006). Éstos son importantes de mencionar porque los obstáculos que surgieron históricamente en la formación de los conceptos, se repiten con cierta frecuencia en los estudiantes. Así, para Borovcnick (2011) los componentes filosóficos que caracterizan a la aleatoriedad surgen de tres debates: aleatoriedad-advinación, aleatoriedad-causalidad y evolución-creacionismo.

La humanidad siempre ha intentado anticipar su destino en la búsqueda de certezas en medio de circunstancias que escapan a su control. En esta tarea fue crucial el vínculo del hombre con sus dioses. Así, se empiezan a usar dispositivos que tengan algún elemento de *azar*; y a través de ellos exploran la voluntad de los dioses. En esta cosmovisión, los hechos fortuitos del mundo que nos rodean fueron considerados mensajes de los dioses y es por esta razón que la tarea de *advinación* ocupó una buena parte de la atención de las personas.

Con el renacimiento surge el paradigma causal; la humanidad se vuelve sobre sí misma y llega a su fin la percepción de un universo ordenado e inmutable. La naturaleza mostraba a los hombres una faz cambiante y en esa búsqueda de unir causas y efectos, lo imprevisible pasa a ser un desafío de la ignorancia. Esta visión será dominante hasta comienzos del siglo XIX. Un representante de esta visión fue Laplace, quien 1812 resume todo el estado del arte en el tema en su *Teoría analítica de la probabilidad*, donde relaciona el azar con una limitación del conocimiento de un observador de fenómenos naturales. Este “azar-ignorancia” implica una concepción determinística del mundo exterior al observador fundada en ciertas premisas de orden metafísico: i) que el mundo al que pertenecen los fenómenos es real; ii) que existen leyes objetivas (leyes de la naturaleza) que rigen el comportamiento de los mismos y iii) que estas leyes son inherentes a los fenómenos, racionales y asintóticamente cognoscibles.

En el siglo XIX con el éxito de la termodinámica, las leyes causales macroscópicas fueron explicadas por modelos aleatorios a escala microscópica. Esto motivó a los físicos teóricos del siglo XX para eliminar la causalidad al referirse de nuevo a la aleatoriedad. De esta manera surge el concepto del “azar objetivo”. Este azar reside fuera del sujeto que describe el mundo; es un azar intrínseco a la misma naturaleza, y se considera que el universo que nos rodea es irreductiblemente estocástico. Este concepto tardará aún bastante tiempo en imponerse; aceptar esta noción de azar implica sustituir el concepto clásico de “azar-ignorancia” de carácter epistemológico por el concepto de “azar-absoluto” de carácter ontológico.

La otra cuestión filosófica es la relación entre el azar y el creacionismo. En 1859 Darwin presentó su primer trabajo sobre el origen de las especies, que es hoy considerado el que mayor impacto causó en el pensamiento científico posterior y que consideramos como el ingreso formal del azar a las ciencias de la naturaleza. Este autor aseguró que los cambios que se producen en la vida que aseguran la supervivencia sólo pueden producirse al azar, ya que el medio ambiente, que es el causante de los menos favorecidos en la lucha por la existencia, también cambia azarosamente. La idea del origen y la evolución de las especies tuvo una buena acogida por los naturalistas, pero tuvo una fuerte oposición por teólogos y filósofos, la cual provino de haber reemplazado a un Supremo Hacedor por el Azar.

Conceptos de la aleatoriedad

La aleatoriedad ha recibido diferentes interpretaciones a lo largo de la historia. Así, encontramos que Aristóteles llamaba azar o casualidad al resultado de líneas causales que se encuentran en un punto de intersección (Hacking, 2006).

Kyburg (1974) propuso otra interpretación de la aleatoriedad mediante los siguientes cuatro términos:

- ❖ Un objeto que es miembro de un conjunto o colectivo;
- ❖ El conjunto del cual el objeto es un miembro (población o colectivo);
- ❖ La propiedad con respecto a la cual queremos estudiar la aleatoriedad del objeto;
- ❖ El conocimiento de la persona que emite el juicio de aleatoriedad

En esta interpretación el mismo objeto puede ser aleatorio o no dependiendo de la persona; por lo tanto estamos en presencia de una concepción subjetiva.

Mientras que para Ayer (1974) un fenómeno es aleatorio sólo si se comporta de acuerdo con el cálculo de probabilidades, aunque se hayan identificado los factores que regulan el fenómeno.

Kolmogorov definió la aleatoriedad de una secuencia en base a su complejidad computacional (Zabell, 1992). En este enfoque una secuencia es aleatoria si no puede ser codificada en una forma más simple, es decir usando menos caracteres; y la ausencia de patrones es una característica fundamental.

Para Cardeñoso (2001) la aleatoriedad es una magnitud que caracteriza la incertidumbre de ciertos fenómenos y la probabilidad es una medida relativa, al menos ordinalmente considerada, del grado de certeza en la verificación de un evento.

Algunos resultados de investigación sobre aleatoriedad

Las dos investigaciones previas que se consideran como referentes del presente trabajo son, la tesis doctoral de Azcárate (1995), y la tesis doctoral de Cardeñoso (2001).

Azcárate realizó un estudio con 57 futuros profesores de Educación Primaria, a quienes les aplicó una serie de enunciados en los que se describían diferentes fenómenos, se les preguntó a los estudiantes si dichos fenómenos eran aleatorios o no y se les solicitó que justificaran su respuesta. Las respuestas de los estudiantes mostraron la presencia de ideas deterministas con argumentaciones causales.

Cardeñoso (2001) realizó su investigación sobre las concepciones probabilísticas en 598 profesores de primaria en activo, y encontró que el mayor reconocimiento de la aleatoriedad (RA) se presenta en sucesos del contexto de juego; y el no reconocimiento de la aleatoriedad (NRA) en sucesos del contexto físico natural y cotidiano. Además, detectó una fuerte asociación entre el NRA y la aplicación de la causalidad, y entre el RA y las categorías de *multiplicidad* y de *incertidumbre*.

Marco teórico

En este trabajo se parte del sistema de categorías para la aleatoriedad propuesta por Cardeñoso (2001), que a continuación se describen:

- ❖ *Causalidad*: Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad de un fenómeno, las explicaciones en función de los diversos factores causales o en la ausencia de posibilidad de su control.
- ❖ *Multiplicidad*: Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la existencia de múltiples posibilidades en el desarrollo de un fenómeno.
- ❖ *Incertidumbre*: Argumentaciones en las que se utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la propia imprevisibilidad del suceso, sin profundizar en la explicación o análisis del fenómeno de referencia.
- ❖ *Subjetiva*: Argumentaciones en las que se utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad ciertas consideraciones referidas a la propia vivencia o creencia subjetiva.

Metodología

Se utiliza el cuestionario que diseñó y aplicó Cardeñoso (2001), y sobre el cual se han realizado algunas modificaciones para adaptarlo a nuestro contexto socio cultural. Fue cumplimentado por 583 profesores de Matemática y 325 profesores de Biología en formación, de la provincia de Mendoza, Argentina. Como el interés es saber si los estudiantes para profesor de Biología y Matemática reconocen o no la aleatoriedad y desde qué categoría justifican su elección, por lo cual se ha registrado la frecuencia con que usan cada una de las categorías, resultando apropiado considerar las variables definidas por Cardeñoso (2001): ALEA11, ALEA12, ALEA13, ALEA14, ALEA21, ALEA22, ALEA23, ALEA24. La forma general de las variables es ALEA ij , si i es 1 indica que el estudiante afirma la aleatoriedad del suceso, si es 2 indica que la niega; j indica desde qué categoría realiza la argumentación; si $j = 1$ indica la causalidad, $j = 2$ la multiplicidad, $j = 3$ la incertidumbre y $j = 4$ la subjetiva. Posteriormente se consideraron estas ocho variables en cada uno de los contextos: juego (J), cotidiano (C) y físico natural (F); dando lugar a 24 variables. Estas variables se midieron entre los estudiantes del profesorado de Matemática y entre los estudiantes del profesorado de Biología, a partir de las respuestas que dieron al cuestionario, y sobre las cuales se aplicó el test de Mann-Whitney y el test de Kruskal-Wallis a los efectos de encontrar diferencias significativas.

Resultados

Presentamos, los principales resultados de la investigación, aportando ilustraciones:

1. El test de Mann-Whitney permitió detectar que existen diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad a favor de los estudiantes para profesor de Biología ($u = 77096$, $p = 0.000$).

2. El reconocimiento de la aleatoriedad en sucesos del contexto *cotidiano* es significativamente mayor entre los estudiantes de Biología, respecto de los de Matemática; y justifican su decisión fundamentalmente desde *argumentos causales* ($\chi_{(1)}^2 = 6.53$, $p = 0.011$) y desde la incertidumbre ($\chi_{(1)}^2 = 47.12$, $p = 0.001$)

S136 (Biología): “Encontrarme por la calle con el primer Maestro/a que tuve en la Escuela, es un suceso aleatorio porque decidimos ir los dos al mismo lugar”.

El estudiante para profesor de Biología expresa un pensamiento determinista, y está implícita la idea de dos series de causas que se encuentran en un punto de intersección. Esta idea fue propuesta por Aristóteles, Tomás de Aquino y el probabilista del siglo XIX, A. A. Carnot (Hacking, 2006).

3. En el contexto de juego, los estudiantes para profesor de Matemática logran un reconocimiento de la aleatoriedad significativamente mayor que los de Biología, argumentando sus decisiones desde la multiplicidad ($\chi_{(1)}^2 = 25.53$, $p = 0.001$).

S251 (Matemática): “Acertar el número que muestra un dado ya lanzado, pero que no puedo ver es un suceso aleatorio porque hay seis posibilidades distintas”.

4. En el contexto físico-natural, los estudiantes para profesor de Biología niegan la aleatoriedad de los sucesos de manera significativamente mayor que los de Matemática, y argumentan fundamentalmente desde la causalidad ($\chi_{(1)}^2 = 33.73$, $p = 0.001$).

S228 (Biología): “Sufrir un corte de digestión es un fenómeno no aleatorio porque depende de los cuidados, de la comida y del estado de ánimo con el que comió la persona”.

Este estudiante expresa un pensamiento determinista causal, enumerando las posibles causas que producen el fenómeno, característica del pensamiento causal.

5. En el contexto *cotidiano*, los estudiantes para profesor de Matemática niegan la aleatoriedad de los sucesos de manera significativamente mayor, en relación con los de Biología, y justifican su decisión desde la multiplicidad ($\chi_{(1)}^2 = 8.11$, $p = 0.004$).

S298 (Matemática): “Que me guste la película que voy a ver el próximo sábado en Cinemak, es un fenómeno no aleatorio porque depende de la trama de la película, si me atrapa o no”.

6. Los estudiantes para profesor de Matemática niegan la aleatoriedad de manera significativamente mayor en el contexto de juego, respecto de los estudiantes de Biología, argumentando desde la

multiplicidad ($\chi_{(1)}^2 = 9.86, p = 0.001$) y desde la subjetividad ($\chi_{(1)}^2 = 6.45, p = 0.011$).

S417 (Matemática): “Obtener el número 23 en la ruleta de 36 números es un suceso no aleatorio porque sólo hay un 23 y tenés muchos números más” (Multiplicidad)

S449 (Matemática): “Predecir el color de una bola que se extrae de una urna con bolas de distintos colores no es un fenómeno aleatorio porque es cuestión de suerte, a lo mejor acertás justo sin pensarlo” (Subjetiva)

Conclusiones

En general los estudiantes para profesor de Biología logran un mayor reconocimiento de la aleatoriedad que los de Matemática. Estas dificultades en el razonamiento estocástico de los estudiantes de Matemática podrían ser, como expresa Meletiou-Mavrotheris (2007), el resultado de los efectos continuados de la tradición matemática formalista, a pesar de que en la actualidad la Matemática es considerada como una actividad de elaboración de significados.

Sin embargo, en el contexto de juego, el reconocimiento de la aleatoriedad es significativamente mayor en los estudiantes para profesor de Matemática, decisión que justifican desde la multiplicidad. Mientras que los de Biología lo hacen de manera significativamente mayor en el contexto cotidiano desde la causalidad.

En cuanto a la negación de la aleatoriedad, los estudiantes para profesor de Matemática no reconocen la aleatoriedad de manera significativamente mayor en el contexto cotidiano, en donde argumentan desde la *multiplicidad*; mientras que en el contexto de juego lo hacen desde la *multiplicidad* y la *subjetividad*. El uso notable de la *multiplicidad*, en el caso de los estudiantes para profesor de Matemática, podría estar asociada a la formación disciplinar de los mismos; en efecto, es posible que esto ocurra debido a que la *multiplicidad* se usa de manera natural, al enumerar los elementos de un conjunto, noción de uso frecuente en Matemática. Por otra parte, el motivo que les lleva a negar la aleatoriedad, a pesar de reconocer la existencia de múltiples posibilidades, puede tener su origen en la incorrecta comprensión del significado del término *aleatorio*. Para algunos autores la cognición de la aleatoriedad tiene dos componentes, uno conceptual y otro perceptivo (Nickerson, 2002; Nickerson y Butler, 2009; Zhao y Osherson, 2012). Uno puede ser

capaz de discriminar entre fenómenos aleatorios de los no aleatorios y, sin embargo, ser incapaz de identificar cuál es uno y cuál es el otro.

En relación con los estudiantes para profesor de Biología, ellos niegan la aleatoriedad de manera significativamente mayor en el contexto físico-natural argumentando desde la causalidad. De esta manera se confirma lo expresado por Pfannkuch y Brown (1996), quienes sostienen que el razonamiento causal se usa en situaciones del mundo real como resultado de su propia experiencia. Por lo que podemos concluir que, en la formación del profesor de Biología, el entramado de las disciplinas biológicas, como la genética, la evolución y la ecología, para las cuales la noción de *azar* surge naturalmente, inciden en forma sustantiva en el pensamiento de los estudiantes de este profesorado.

Referencias bibliográficas

Ayer, A.J. (1974). El Azar. En M. Kline, (Ed.), *Matemáticas en el mundo moderno* (pp- 172-181), Barcelona: Blume.

Azcárate, P. (1995). *El Conocimiento Profesional de Profesores sobre las nociones de Aleatoriedad y Probabilidad. Su estudio en el caso de la educación Primaria*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Cádiz.

Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Boletim de Educação Matemática* 24(40), 789-810.

Borovcnik, M. (2011). Strengthening the role of probability within statistics curricula. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study* (pp.77-83), New York: Springer.

Brewer, C.A. y Gross, L.J. (2003). Training ecologists to think with uncertainty in mind. *Ecology* 84 (6), 1412-1414.

Cardeñoso, J.M. (2001). *Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad*. Cádiz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.

Cardeñoso, J.M.; Azcárate, P y Serradó, A. (2008). Escenarios Interculturales para el Aprendizaje Estadístico en el Contexto Escolar. Recuperado el 10 de Diciembre de 2012 de http://www.ucv.ve/uploads/media/Hipotesis_alternativa_NI6.pdf

Garfield, J., y Ben-Zvi, D. (2004). Research on statistical literacy, reasoning, and thinking: issues, challenges, and implications. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing*

statistical literacy, reasoning, and thinking (pp. 397-409). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Hacking, I. (2006). *La domesticación del azar*. Barcelona: Gedisa.

Kyburg, H.E. (1974). Propensities and Probabilities. *The British Journal for the Philosophy of Science* 25, 358-375.

Losos, JB, Arnold, SJ, Bejerano, G, Brodie, ED III, Hibbett, D, H.E. Hoekstra, D.P. Mindell, A. Monteiro, C.Ortiz, H.A. Orr, D.A. Petrov, S.S. Renner, R. E. Ricklefs, P.S. Soltis y T.L. Turner. (2013) *Evolutionary Biology for the 21st Century*. Recuperado el 15 de abril de 2013 de <http://www.plosbiology.org/article/info%3Adoi%2F10.1371%2Fjournal.pbio.1001466>

Mayr, E. (2006). *Por qué es única la biología: Consideraciones sobre la autonomía de una disciplina científica*. Buenos Aires: Katz Editores.

Meletiou-Mavrotheris, M. (2007). The Formalist Mathematical Tradition as an Obstacle to Stochastic Reasoning. En K. François, J.P. Van Bendegen (Eds.), *Philosophical Dimensions in Mathematics Education* 42. Belgium: Springer.

Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. & González, F. (2012a) Un estudio exploratorio de las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del profesorado de biología. En A. Estepa Castro, A. Contreras de la Fuente, J. Deulofeu Piquet, M.C. Penalva Martínez, F.J. García García, y L. Ordoñez Cañada (Eds.), *Actas del XVI Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, 407-415. Baeza: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Moreno, A., Cardeñoso, J.M. y González, F. (2012b). Un análisis sobre las interpretaciones de la aleatoriedad en los estudiantes del Profesorado de Biología. En A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Actas del XVI Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, 177-189, Baeza: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Moreno, A. y González, F. (2013). *El concepto de población: Un análisis en el contexto del profesorado de Biología*. Saarbrücken: editorial académica española.

Nickerson, R.S. (2002). The production and perception of randomness. *Psychological Review* 109, 330-357.

Nickerson, R.S. y Butler, S.F. (2009). On producing random binary sequences. *The American Journal of Psychology* 122, 141-151.

Nikiforidou, Z., Lekka, A. y Pange, J. (2010). Statistical literacy at university level: the current trends. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9, 795–799.

Pfannkuch, M. y Brown, C.M. (1996). Building on and Challenging Students' Intuition About Probability: Can We Improve Undergraduate Learning? *Journal of Statistics Education* 4 (1), 39-53.

Watson, J.M. (2011). Foundations for improving statistical literacy. *Statistical Journal of the International Association of Official Statistics*, 27 (3/4), 197-204.

Zabell, S. L. (1992). The quest for randomness and its statistical applications. En F. Gordon & S. Gordon (Eds.), *Statistics for the XXI Century* (pp. 139-166). Washington: The Mathematical Association of America.

Zhao, J.H. y Osherson, D. (2012). *Perception and identification of random events*. Recuperado el 10 de diciembre de 2012 de <http://www.princeton.edu/~osherson/papers/Ranperc.pdf>