

## ACERCAMIENTO HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICO DE LA OPTIMIZACIÓN

Tamara Del Valle Contreras y Astrid Morales Soto  
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
tamaradc.mat@gmail.com, ammoraes@ucv.cl

Chile

**Resumen.** El discurso escolar del contenido de programación lineal, en los establecimientos educacionales chilenos, se ha convertido en un proceso mecánico y sin sentido para el estudiante. Para revertir esta mirada, se intenta dar respuesta a la siguiente interrogante ¿Cuáles son los significados reales que emergen y dan fuerza a la programación lineal? Se evidenciará el estudio del rol actual de la programación lineal y los procesos históricos de su surgimiento, con el fin de identificar aquellos factores que le dan fuerza a su desarrollo y construcción.

**Palabras clave:** optimización, modelación y Socioepistemología

**Abstract.** The school discourse linear programming content in Chilean educational institutions, has become a mechanical process without regard to the student. To reverse this view, What are the meanings that emerge and give strength to Linear Programming? the study evidenced the role of linear programming current and historical processes of their creation, in order to identify those factors that give strength to its development and construction.

**Key words:** optimization, modeling y Socioepistemology

### Introducción

Esta investigación es un trabajo en curso, el cual pretende presentar evidencias de cómo los problemas ligados a la programación lineal permiten al estudiante transitar por un proceso de modelación que se encuentra sustentado de argumentos y son fundamentales para la construcción de conocimientos matemáticos. En este avance, específicamente, se presentará un estudio histórico-epistemológico de la programación lineal.

Es común ver la enseñanza de la programación lineal doctrinada por pasos a seguir, tanto del método gráfico o del método simplex, convirtiendo a esta unidad en un proceso mecánico y sin sentido para el estudiante. A su vez, los docentes justifican estas prácticas señalando el poco tiempo que tienen para abordar la unidad, o bien, que no es parte de los contenidos que se evalúan en la Prueba de Selección Universitaria (PSU).

En los textos escolares chilenos se puede observar que el método gráfico (método de la programación lineal) aparece pauteado: se señala como identificar la función objetivo; se pide graficar las restricciones en un sistema de inecuaciones; luego se solicita que a partir de las restricciones se identifique el polígono que se forma al interior de los conjuntos soluciones y, finalmente, se solicita valorizar los vértices del polígono para dar respuesta a la optimización solicitada. De esta manera, se pierde toda la riqueza del problema al promover la noción de esta unidad como un mecanismo de resolución.

Para abordar esta propuesta es necesario estudiar el rol actual de la programación lineal y los procesos históricos de su surgimiento, con el fin de lograr identificar aquellos factores que dan fuerza a su desarrollo y construcción. En el proceso, también es necesario distinguir el rol actual de la modelación en la programación lineal y cómo ésta se encausa desde una mirada Socioepistemológica, para identificar aquellos factores que surgen del proceso de modelación.

### La Programación Lineal a lo largo de la historia.

El matemático francés Joseph Fourier (1768-1830) fue el primero en intuir, de forma imprecisa, los métodos de lo que actualmente llamamos programación lineal. Luego, en 1858 se aplicaron los métodos de la programación lineal a un problema concreto del *cálculo*, en el cual se buscó un *plan óptimo para el transporte de arena para la construcción de las obras de edificación de la ciudad de Moscú*.

La formalización de la programación lineal llegó a tomar importancia durante la segunda guerra mundial, la cual fue utilizada para planificar los gastos; reduciendo los costos al ejército y aumentando las pérdidas del enemigo. En la postguerra (aproximadamente 1947), muchas industrias ya lo utilizaban en su planificación diaria.

El matemático Janos Von Neuman (1903-1957), en el año 1947, conjetura la equivalencia de los problemas de programación lineal y la teoría de matrices desarrollada en sus trabajos, quien influyó en que otros investigadores, como George Dantzig (1914-2005), se interesaran por el desarrollo riguroso de esta disciplina.

En Campero (2010) se cita a Dantzig explicando cómo se fue formando la idea de función objetivo, quien reconoce lo complejo de encontrar relación directa entre las acciones emprendidas y la meta establecida. Para ello, se estudiaban y promulgaban ciertas reglas básicas que lograrían resultados óptimos, donde se trabajaban todas las combinaciones y alternativas de las acciones para dicha meta, y se elegía la mejor combinación. Por su parte, Dantzig señalaba que no se podrían estudiar todas las combinaciones, incluso aseguraba que no había algoritmo o herramienta computacional que lo hiciera.

En los primeros aportes de Dantzig, se muestra como éste luchaba con la adición de reglas básicas para elegir de entre las soluciones factibles la que fuese, en algún sentido, la más óptima, sin una idea de función objetivo. Luego, se propone confeccionar un método con un fuerte sostén en un modelo práctico de programación lineal, donde las reglas empleadas en la planeación se expresaban en un formato muy distinto al empleado actualmente para formular un programa lineal. De esta manera, comienza a tomar fuerza la idea de una función objetivo para ser maximizada o minimizada (Campero, 2010).

Este nuevo modelo buscaba ser aplicado en la planeación industrial y en la economía, pero luego de un tiempo y gracias a su efectividad, comenzó a ser empleado en diversas disciplinas como, por ejemplo, el área de la nutrición, la bioquímica, la programación computacional, la biogenética, la ingeniería, entre otros.

Luego de que Dantzig establece el problema general de la programación lineal (el modelo óptimo), promueve la intuición geométrica para hallar soluciones en un corto plazo. Para ello, trabaja con el gráfico formado por las acciones o restricciones que dan sentido a la planeación de su trabajo, estableciendo que:

Comencé observando que la región factible es un cuerpo convexo, es decir, un conjunto poliédrico. Por tanto, el proceso se podría mejorar si se hacían movimientos a lo largo de los bordes desde un punto extremo al siguiente. Sin embargo, este procedimiento parecía ser demasiado ineficiente. En tres dimensiones, la región se podía visualizar como un diamante con caras, aristas y vértices. En los casos de muchos bordes, el proceso llevaría a todo un recorrido a lo largo de ellos antes de que se pudiese alcanzar el punto de esquina óptimo del diamante (Dantzig citado en Campero, 2010, p.22).

En esta última cita, y en todas las declaraciones personales que Dantzig presentó sobre la elaboración de su trabajo, deja en evidencia que el modelo construido requiere de componentes externos que le entregan sustento a su diseño. Además, se puede observar las necesidades sociales que lo conllevan a la elaboración del modelo, en el cual se descentraliza de la programación lineal en sí misma y fortalece la idea de optimizar.

Lamentablemente, debemos reconocer que con el transcurso del tiempo, los modelos utilizados en la programación lineal han sido empleado sin estar al tanto de su procedencia, sin siquiera tener conciencia de cuáles son los procesos que permiten que el modelo diseñado logre optimizar una situación lineal cualquiera, e inclusive, sin ningún remordimiento al no comprender el modelo lineal que está detrás.

En este apartado se puede evidenciar lo imprescindible y necesario que es estudiar el desarrollo histórico de la programación lineal, ya que nos ha permitido comprender los aspectos que han llevado a autores como Dantzig a hacer su modelo y conocer las necesidades sociales que influyeron en la elaboración de éste. Por consiguiente, se pueden identificar tres factores que emergen de la construcción de los primeros métodos diseñados por Dantzig, como es la noción de optimización, las soluciones y las restricciones o acciones. Estos tres aspectos serán estudiados más adelante, bajo la mirada de la Teoría Socioepistemológica.

### **Situación actual de la Programación Lineal.**

A medida que ha transcurrido el tiempo, la programación lineal ha tomado un importante lugar en el desarrollo de proyectos y en la toma de decisiones, sobre todo por su carácter optimizador. Esto se puede observar en la composición de dietas alimenticias, en el uso de transporte público, en la elaboración de programas computacionales y en todo aquello donde se busque la optimización de recursos a raíz de problemas que puedan ser modelados. Su desarrollo ha sido tal, que ya es parte de una de las ramas de la matemática llamada investigación de operaciones, la cual consiste en el uso de modelos matemáticos para realizar procesos de toma de decisiones. En definitiva, este método científico se ha vuelto tan imprescindible, que inclusive hoy es parte de los programas impartidos por el Ministerio de Educación Chileno (MINEDUC).

La tercera unidad del programa de tercer año medio (estudiantes de 16 y 17 años) en el plan de formación diferenciado matemática, lleva el nombre de programación lineal. En dicha unidad, se espera que los alumnos y alumnas logren traducir las restricciones de un problema de programación lineal en un sistema de inequaciones, reconozcan y planteen la función objetivo en problemas de programación lineal y que además resuelvan problemas sencillos que involucren procesos de optimización.

Al analizar las actividades propuestas por el MINEDUC, se puede evidenciar que el uso del modelo en la programación lineal, sale a la luz para dar respuesta a un tipo de problema lineal, dejando a la modelación con el estatus de herramienta utilitaria. El programa de estudio de tercer año medio, devela lo que Cordero (2006b, p.3) ha destacado en uno de sus trabajos, donde señala que “el tratamiento de la modelación en la enseñanza de las matemáticas es considerada como una herramienta didáctica que ayudará al estudiante a hacer representaciones adecuadas y eficientes del objeto matemático”, representaciones que por muy eficiente y adecuadas que sean, no logran tener significado para el estudiante.

### **Elementos que le dan fuerza a la Programación Lineal: desde una mirada Socioepistemológica.**

La socioepistemología estudia el reflejo de cualquier actividad humana haciendo matemática, donde la modelación y el uso de la matemática son parte del funcionamiento mental de la persona. Para entender esta postura teórica hay que posicionarse en la idea de que el objeto matemático no preexiste, sino que se construye a través de las prácticas sociales. Esta idea no se centra en el objeto en cuestión, sino que en las actividades humanas o prácticas que desarrollan las personas a través de su experiencia y en aquello que los conduce a hacer lo que hacen.

Para aclarar la idea de mirar a la programación lineal desde una mirada Socioepistemológica, es necesario ahondar en qué se entiende (desde la teoría) por un proceso de modelación. Asimismo, mirar bajo el alero de esta teoría a la programación lineal, involucra estudiar aquellos factores (soluciones, restricciones y optimizar) que inciden en la construcción de los modelos diseñados, otorgando importancia a las prácticas que regulan dichos factores, con el fin de construir a futuro un diseño de situación acorde a la realidad.

#### *Qué es la modelación para la socioepistemología:*

Para Cordero (2006b), la modelación ha tomado un papel importante en la Didáctica de la Matemática, ya que se busca que en una situación de modelación, el alumno sea capaz de construir socialmente el conocimiento matemático.

La Socioepistemología propone mirar la modelación de manera muy distinta a como se mira hoy en día en la programación lineal. Esta nueva propuesta no encasilla a la modelación en un modelo matemático, el cual se entrega al estudiante como una técnica que contiene pasos a seguir, como fue señalado en el tercer apartado.

Para Cordero (2006b) “la modelación en la matemática escolar tiene que ser algo más robusto que una representación o una aplicación matemática, tiene que ser una práctica plasmada, específicamente, como la argumentación de la situación en cuestión”. Cuando Cordero habla de una práctica plasmada, hace mención a las prácticas sociales que emergen como herramienta fundamental para las personas, cuando éstos intentan matematizar la realidad inmediata (Camacho, 2011). Es decir, la modelación pasa a ser el argumento del sujeto que resuelve la situación, cambiando su estatus utilitario a uno funcional.

En los escritos de Cordero, se hace notar que una situación de modelación en la socioepistemología es más compleja que la modelación matemática, ya que en éstas influyen la actividad humana, el modo de argumentación, las experiencias del sujeto, sus vivencias y los conocimientos previos del sujeto, es decir, “...la modelación es, en sí misma, una construcción del conocimiento matemático” (Cordero, 2006b).

#### *Factores que dan Fuerza a la Programación Lineal:*

Al realizar el estudio histórico y actual de la programación lineal, se buscó evidenciar aquellos factores que le dan fuerza al objeto en cuestión, específicamente, se indagó en los factores que emergen de manera innata y necesaria por los autores que creaban los modelos que hoy utilizamos. De esta manera, fue que se llegó a evidenciar tres prácticas referenciales necesarias para la elaboración de los modelos construidos por Dantzig y que, por lo demás, coincidían

también con el desarrollo que promueve hoy el currículum de nuestro país para resolver problemas de programación lineal. Estas son la optimización, las restricciones y las soluciones que emergen.

*Restricciones:* Las restricciones o acciones que poseen los problemas de la programación lineal, son los limitantes que terminan modelando el problema en cuestión. En el método gráfico las restricciones vienen dadas a través de inecuaciones lineales, las cuales son graficadas y desembocan en sistemas de inecuaciones.

En el trabajo de Borello (2010) sobre la resignificación de las desigualdades, se muestra cómo el discurso matemático escolar hace que se pierda el sentido de la desigualdad, arrastrando consigo el sentido de la inecuación. Por consecuencia, la noción de inecuación queda huérfana, lo que conlleva a que el estudiante al buscar establecer relaciones con ideas previas, lo haga con la noción de ecuación, haciendo que desaparezca rápidamente la idea de inecuación. Es decir, Borello cuestiona cómo la escuela con su discurso saca la inecuación del flujo de la desigualdad, arrastrando a la inecuación a ser tratada como técnica de aprendizaje que deja rezagada a la desigualdad.

Tener clara la noción de desigualdad, es un pilar para el trabajo de la enseñanza de la programación lineal, ya que éstas facilitan el proceso de modelación de las restricciones del problema, en el cual se debe acotar la situación para poder optimizar. “El objeto desigualdad es la herramienta con la que se llevan a cabo todas aquellas actividades que hacen referencia a la comparación y al acotamiento... permite modelizar” (Borello, 2010).

La idea es devolverle a la desigualdad su papel protagónico, pero para ello es necesario propiciar un cambio en el entorno. Enriquecer ésta noción, permite engrosar uno de los factores fundamentales de la programación lineal, potenciando la comprensión que poseen nuestros estudiantes respecto a las restricciones.

*Optimización:* La optimización siempre ha estado presente en la actividad humana, como por ejemplo, al equilibrar una dieta alimenticia contemplando la cantidad de carbohidratos y proteínas que puede consumir una persona al día, o bien, al momento de elegir la bomba de bencina que ofrece un precio más conveniente, considerando la distancia a la que se encuentre ésta de mi ubicación.

La optimización ha ido prosperando a medida que pasa el tiempo, debido al duro ambiente de competencia formado por los investigadores que intentaban hacer las cosas mejor que el otro, por la influencia de la segunda guerra mundial de la cual hablábamos en un comienzo y con la necesidad de industrialización, donde se requería de competencias económicas. Para ello, se crearon las más

avanzadas técnicas de optimización que hoy podemos ver en el área de investigación de operaciones, e inclusive, la teoría de la convexidad que se trabajan en el plan diferenciado de tercer año medio, provienen de una extensión de la optimización.

Hoy en día, la optimización se define como el estudio de cómo describir y cómo definir lo que es mejor, una vez que se conoce algún criterio que sirva de base de comparación, es decir, para optimizar es necesario realizar comparaciones entre las distintas acciones comprometidas, con el fin de siempre seleccionar la mejor opción. Campero (2010) para declarar la existencia de máximos y mínimos dice que “La optimización tiene, por decirlo así, dos enfoques, uno optimista y otro pesimista... se desea maximizar algún objetivo... el objetivo sería minimizar las pérdidas”, asociando el concepto de pesimista y optimista a la noción de maximizar y minimizar.

Cuando se requiere optimizar, surge la componente función objetivo, en relación al objetivo de minimizar y maximizar los resultados, el cual corresponde a un modelo lineal que intenta representar la realidad en la cual está inmerso el problema. Esta función es imprescindible en el modelo gráfico (utilizado en la enseñanza media), atrayendo consigo múltiples dificultades en los estudiantes, como la de no reconocer las variables en juego para ser representadas en una función afín.

La función objetivo va acompañada de las restricciones antes mencionadas, que le dan cuerpo al problema, entregando limitantes y condiciones. Éstas, pasan a ser representadas por medio de un gráfico, con el cual se intentan definir los puntos máximos y mínimos por medio de la visualización, es decir, encontrando los vértices del polígono formado con las líneas que muestran el movimiento de la función objetivo y las respectivas restricciones (teoría de la convexidad).

En la enseñanza de la programación lineal en el sistema escolar, la gráfica es considerada como una habilidad que permite visualizar lo necesario para resolver el problema en cuestión, perdiendo los recursos de crear conocimientos matemáticos que ésta nos facilita y olvidando lo importante que es para la optimización (en este caso) el uso de gráficas.

La necesidad de optimizar resultados abre una gran gama de argumentos que pueden ser válidos para el estudiante y que por tiempo, o quizás por desconocimientos, los profesores no logran sacarle provecho a la riqueza que nos entrega una situación con estas características. Lo esencial es potenciar la acción de optimizar, con el fin de que el estudiante le otorgue sentido a la optimización, ya que éste es el pilar fundamental que sustentó a la programación lineal.

**Soluciones:** En la enseñanza media, establecer las soluciones en la programación lineal consiste en valorizar la función objetivo con los puntos que conforman los

vértices del polígono formado con las restricciones. Este proceso se torna mecánico para los estudiantes, ya que no hay mayor conciencia de lo que se está haciendo.

La comprensión de que significan las soluciones en la programación lineal, arrastra los problemas que poseen los dos factores anteriores, las restricciones y la optimización. En el primero, se arrastra la pérdida de conciencia de la desigualdad, lo que influye en que se busquen las soluciones de igual manera que en una ecuación. Esto conlleva a que no quede clara la idea de conjunto solución, en Borello (2010) se cita que “Algunos docentes parecen no tener clara la naturaleza del conjunto solución de una inecuación”, atribuyendo al docente esta falencia. En el segundo factor, se arrastra el problema de que la idea de optimizar se encuentra “dormida” en la programación lineal, y por ende, el vínculo entre las soluciones y la optimización se encuentra ausente.

Al centrarnos en estos tres factores fundamentales, nos podemos dar cuenta que para poder elaborar un diseño de situación que logre reconstruir socialmente la noción de programación lineal, es necesario establecer un cambio de roles respecto a las restricciones, las soluciones y la optimización. El entendimiento vago que trae el estudiantado respecto a estos tres factores, inciden en que su uso sea mecánico y sin sentido. Promover la idea de cambiar los roles de estos tres componentes, implica devolverles su estatus funcional, tan cual lo fue para matemáticos como Dantzig en el momento que tuvo la necesidad de construir el modelo.

### **Proyecciones de la propuesta de investigación.**

Para la elaboración de esta investigación, es necesario realizar un estudio epistemológico de aquellos factores que le dan fuerza a la programación lineal, ya que es un eje crucial para la Teoría Socioepistemológica y, así también, fortalecerán el diseño de situación que me he propuesto construir.

La noción de optimización, de las restricciones y las soluciones de la programación lineal son parte importante de la investigación. Es por ello que se debe insistir en la profundización de estos factores, con el fin de cambiar el rol que estos poseen (memorísticos y mecánicos) y promover globalmente el uso de la gráfica como práctica de modelación desde la socioepistemología. Es así como puedo aproximarme a decir que en los tres factores esenciales, antes mencionados, surge la gráfica como argumento. En la optimización, la gráfica es un gran referente para encontrar aquellos

puntos máximos y mínimos. Por otro lado, las restricciones han perdido su sentido, su comprensión se sustenta en la idea de ecuación, perdiendo completamente su significación como inequaciones y como las soluciones se estudian en la enseñanza media como sistemas de ecuaciones que forman un polígono convexo, es que propongo que la gráfica sea un referente para comprender e identificar el comportamiento de dichas restricciones, agudizando la mirada desde las prácticas sociales.

En consecuencia, en este proceso de modelación se logra evidenciar como emerge la graficación a partir de la profundización de los tres factores que le dan fuerza a la programación lineal, en el cual la gráfica pasa de ser usada de manera utilitaria a ser trabajada con un estatus funcional, privilegiando y favoreciendo el aprendizaje.

### Referencias bibliográficas

Borello, M. (2010). *Un Planteamiento de Resignificación de las Desigualdades a Partir de las Prácticas Didácticas del Profesor. Un Enfoque Socioepistemológico*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. Distrito Federal, México.

Camacho, A. (2011). Socioepistemología y Prácticas Sociales. Hacia una enseñanza Dinámica del Cálculo Diferencial. *Revista Iberoamericana de Educación Superior* 3(2), 152-171.

Campero, J. (2010). *Propuesta Didáctica en Optimización Dinámica: El Caso del Cálculo de Variaciones y la Teoría de Control*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. Distrito Federal, México.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El Uso de las Gráficas en el Discurso Matemático Escolar. Un Estudio Socioepistemológico en el Nivel Básico a través de los Libros de Texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10(1), 7-38.

Cordero, F. (2006b). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La matematica e la sua Didattica* 20 (1), 59-79.

Covian, O. (2005) *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Mian, N. (s.f.). *Investigación de Operaciones: Ingeniería Industrial*. Instituto Tecnológico Superior de Calkini. Campeche, México.

MINEDUC (s.f). *Algebra y Modelos Analíticos*. Santiago: Programa de Estudios.

Montiel, G. (2006). Construcción Social de la Función Trigonométrica. En G. Martínez Sierra (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 19*, 818-823. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

*Origen de la Programación Lineal* (s.f). Recuperado el 12 de mayo de 2012 de <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/29/origen.html>.