

## HERRAMIENTAS GRÁFICAS DE LA SIMULACIÓN

Juan Felipe Flores Robles y Jaime Arrieta Vera  
Universidad Autónoma de Guerrero  
Juan.F10res@hotmail.com jaime.arrieta@gmail.com

México

**Resumen.** Este trabajo reporta el análisis de las producciones de los actores al participar en tres tareas de simulación. En la primera se pide que expliquen el movimiento a partir de la gráfica diferencial velocidad-tiempo. En las dos últimas tareas, se les propone que se muevan ante un sensor de movimiento, de tal forma que la gráfica velocidad-tiempo o la gráfica velocidad-posición que despliegue la calculadora sea una recta con pendiente negativa. Los recursos de simulación que utilizan los actores son variados. La actividad inicia simulando el fenómeno desde el modelo gráfico, para luego ejecutar su simulación respondiendo la tarea propuesta.

**Palabras clave:** modelación, simulación, herramientas gráficas

**Abstract.** This paper reports the analysis of the productions of the actors to participate in three simulation tasks. The first is asked to explain the movement from the differential velocity-time graph. In the last two tasks, they proposed to move to a motion sensor, so that the velocity-time graph or chart that displays speed-position calculator is a straight line with negative slope. Simulation resources actors use are varied. The activity starts simulating the phenomenon from the graphical model, and then run your simulation answering the proposed task.

**Key words:** modeling, simulation, graphical tools

### Introducción

La modelación es un tema recurrente en Matemática Educativa. PISA en sus últimas evaluaciones, la ha incorporado como una de sus competencias básicas. Planes y programas de estudio de Colombia y Chile hacen una referencia explícita a ella. En investigaciones el término de modelación se emplea con diferente sentido, como una competencia, como un recurso para facilitar el aprendizaje o como una estrategia, por ejemplo.

En la tesis de licenciatura de Magali Méndez en el 2006, se exponen diferentes secuencias didácticas en las que se propone a la modelación, como una práctica que al ejercerla los estudiantes construyen herramientas matemáticas en estrecha vinculación con el estudio de fenómenos de diferente naturaleza. La modelación se propone como una práctica que puede ser un puente entre lo que se hace en la escuela y lo que se hace en su entorno.

Es así que la modelación se entiende como un proceso donde los estudiantes construyen sus herramientas matemáticas, argumentos, con los que justifican sus construcciones y procedimientos. Este proceso invita al estudiante a seguir investigando, experimentando y modelando.

Una de las herramientas más importantes que emerge durante la modelación, es la razón de cambio. Es por esto que la modelación puede ser utilizada para introducir al cálculo diferencial.

Así pues al hablar de modelación, también se puede abordar el cálculo diferencial, pero, ¿qué hay del cálculo integral?

### La simulación

Durante el estudio de la relación entre el cálculo diferencial y la modelación, surge la idea de invertir el proceso.

En el caso de la modelación existe un proceso en el que se parte de un fenómeno (lo modelado), en el cual se interviene (experimentación), para obtener un modelo (o red de modelos). Entonces se propone partir desde un modelo, intervenir en él y obtener como resultado un fenómeno.

El hecho es que para reproducir un fenómeno tal cual, son necesarios muchos modelos y ciertas situaciones que nos ayuden para recrearlo, es por esto que al resultado de intervenir en el fenómeno lo llamaremos “fenómeno simulado”

### La simulación de un fenómeno

Para la simulación de un fenómeno, es necesario además de un modelo, el uso de diferentes herramientas, recursos e insumos, aunque hay que remarcar que en ocasiones estas tres entidades (herramientas, recursos e insumos) pueden cambiar de rol o tener funciones de distinto tipo mientras se simula.

El aporte que nos ofrece la simulación es, que al simular un fenómeno podemos manipular parámetros para poder analizar como inciden las distintas partes que lo conforman, sin la necesidad de recrearlo en su totalidad y así tomar decisiones sobre un evento que pueda pasar de determinada manera.

Tanto en la simulación como la modelación se utilizan una variedad de herramientas, insumos y recursos.

Las herramientas las podríamos distinguir por ser aquellos algoritmos, estrategias que sirven para unir los recursos y los insumos, pero que al final cuando se muestra el fenómeno modelado no se aprecian a simple vista. Este estudio hace énfasis en la emergencia de la integral como una herramienta para simular fenómenos que están previamente modelados a través de una red de modelos diferenciales.

Como recursos e insumos reconocemos aquellas gráficas, ecuaciones algebraicas, tablas, gestualidades, pictogramas (principalmente), que son utilizadas para simular al fenómeno, partiendo desde un modelo (en el caso de esta investigación se utilizan secuencias con modelos diferenciales), y en base a herramientas existentes, más la colaboración de los compañeros y la

orientación del facilitador se pueden construir nuevas herramientas (aprendizajes) todo esto dentro del ambiente de una práctica-convivencia.

### Metodología

Este reporte forma parte de una investigación que tiene como objetivo principal la formulación de una tesis de maestría, pero durante las exploraciones relacionadas con el desarrollo de la investigación, se descubrió la importancia que tienen las gráficas como herramientas durante las prácticas-convivencia en las que emerge como herramienta la integral.

Es por esto que la secuencia está compuesta por actividades en las que se propone que el estudiante simule partiendo de distintos modelos gráficos diferenciales.

### Las tareas de simulación propuestas

Se realizan dos estudios exploratorios en diferentes escenarios sobre como desarrollan tareas de simulación los actores. Las tareas son propuestas a estudiantes de formación del profesorado en matemáticas de la Universidad Católica Silva Henríquez y a participantes del taller “Competencias de modelación en las clases de ciencias. Laboratorio virtual de ciencias” de la décimo quinta Escuela de Invierno de Matemática Educativa, XV EIME en Ciudad de México.

En la primera exploración el grupo está compuesto por investigadores y estudiantes de postgrados orientados hacia la Matemática Educativa, por el tipo de congreso, el tiempo en el que se aplicó la secuencia no fue abundante, aunque se compensó con la experiencia de los participantes, ya que la mayoría de ellos estaban relacionados con el cálculo y la graficación de funciones de distintos grados cabe mencionar que dentro de este grupo, uno de los participantes era experto en física, lo que facilitó la interpretación de las tareas.

Se dispuso que en éste grupo, los actores deberían trabajar en parejas, formadas por el facilitador; en éste grupo encontramos la circunstancia de que al formar parte de un congreso, los participantes podían (o no) conocerse, lo que dificultaba la comunicación entre aquellos que resultaron ser desconocidos entre sí.

Durante la segunda implementación de la secuencia en la Universidad Católica Silva Henríquez, participó un grupo conformado por estudiantes de la licenciatura de pedagogía en matemáticas e informática, la mayoría de ellos cursando el quinto o séptimo semestre, aunque este ramo al formar parte del currículo en el rango de las optativas, había alumnos de tercer o noveno semestre la mayoría con una edad por debajo a los veinticinco años.

En este caso los participantes en su mayoría ya habían cursado los ramos de cálculo diferencial e integral y en algunos casos también habían llevado el ramo de ecuaciones diferenciales, con este

grupo se trabajó durante el semestre comprendido de Marzo a Julio del presente año, durante este período se les instruyó a los estudiantes con distintos tópicos de modelación y simulación ya que ellos (los estudiantes) desconocían la mayoría de la terminología y no concebían la modelación como una habilidad matemática.

### El diseño de aprendizaje

Una parte fundamental de nuestra investigación es la secuencia didáctica orientada a partir de una ingeniería didáctica, misma que se estructuró al estudiar las evidencias recabadas en una exploración anterior, en la que a los estudiantes se les indicaba simular utilizando como base distintos tipos de modelos (gráficos, numéricos y algebraicos).

En esa ocasión las evidencias rescatadas demostraron que sin importar el tipo de modelo, los alumnos se mueven en la red de modelos, utilizando distintas herramientas hasta llegar a un modelo gráfico, el cual será utilizado para aplicar otras herramientas y así después de un proceso simular de intervención con el modelo, se llega a un fenómeno simulado.

Tarea 1. La figura 1 es un modelo de la velocidad de un móvil en un determinado periodo de tiempo. Se pide a los actores que explique cómo se mueve el móvil. En primera instancia los actores relacionan el modelo con la trayectoria, basados en la gráfica velocidad-tiempo y/o la gráfica distancia-tiempo.

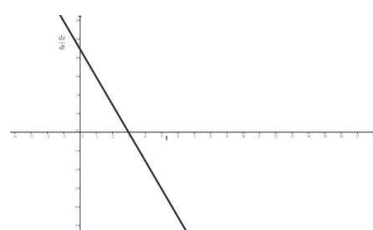


Figura 1. Modelo diferencial del movimiento de un móvil: gráfica velocidad-tiempo

Tarea 2. Utilizando un sensor de movimiento la tarea es moverse ante él de tal forma que la gráfica velocidad-tiempo que muestre la calculadora sea como la de la figura 1. Antes de moverse delante del sensor tendrán que discutir la forma de cómo lo harían. Tendrían que simular el movimiento con lenguaje natural. Un punto a discusión es el de la posición inicial del móvil. Los actores no relacionan la integral como una herramienta para resolver la actividad propuesta. La situación propone la simulación del movimiento a partir de una gráfica diferencial velocidad-tiempo. Podríamos decir que se “integra la gráfica con el movimiento”

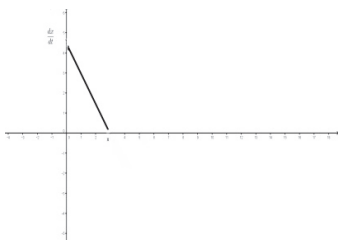


Figura 2. Modelo diferencial del movimiento de un móvil: gráfica velocidad-posición

Tarea 3. Considerando la gráfica de la figura 2, simulen el movimiento, es decir reproduzcan el movimiento para que la calculadora despliegue la gráfica velocidad-distancia.

Mientras que la simulación del movimiento a partir de la gráfica de la figura 1 la posición inicial es una variable no determinada, en la simulación de la tarea 3, es el tiempo en la posición 1 el que no

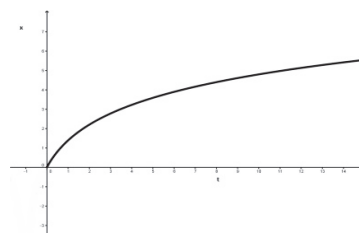
está determinado. Es decir en la situación anterior la constante de integración es  $x$  evaluado en cero mientras que en esta es  $t$ , evaluado en uno.

## Resultados

Como resultados de la tarea 1 encontramos que los estudiantes reconocen al modelo gráfico de velocidad-tiempo, como una trayectoria, en algunos de los casos los estudiantes simulan, la relación distancia tiempo basados en esta creencia.

Después, para dar respuesta a la tarea número dos, los estudiantes inician interactuando con el modelo que les fue sugerido, a partir del modelo gráfico empiezan a deducir datos para con esto llegar a un modelo numérico (tabla), y con la misma llegar por método de diferencias a un modelo algebraico, con el cual, después de integrar obtienen la coordenada del inicio y la razón de cambio con la que tienen que caminar para simular el fenómeno que se modelo con la gráfica de la tarea 2.

Los actores proponen como simulaciones gráficas como la de la figura 3, situaciones de caída libre o como la que propone Gastón: “Si, yo con respecto al origen, lanzo un carrito, por un momento la velocidad es negativa, pero la posición no es negativa”. Se



proponen diversas simulaciones con lenguaje natural, un ejemplo es: “A medida que disminuya la velocidad, sigue aumentando la posición”. Podemos encontrar, distintas evidencias de como los estudiantes son influenciados por los modelos gráficos, en mayor manera a comparación de los modelos numéricos y los modelos algebraicos.

Figura3. Modelo diferencial del movimiento de un móvil: gráfica desplazamiento-tiempo

## Conclusiones

Las producciones de los actores dan evidencias de que los recursos iniciales para simular el movimiento son los del lenguaje natural. Esto es acorde con lo que realizamos en nuestra vida diaria, simulamos con los recursos del lenguaje natural cuando damos indicaciones para llegar a una dirección; además se pudo reconocer el uso de recursos corporales para mediante los cuales los participantes simulaban la trayectoria, pero no solo con la caminata sugerida, sino que los actores utilizaban sus manos, sus dedos para indicar velocidades y dirección del movimiento sugerido, la inclinación de su cuerpo como una variante de las simulaciones; por mencionar algunos.

Los actores que participaron en las tareas de simulación han cursado cálculo diferencial e integral y en varias variables, sin embargo esto no se ve reflejado en la resolución de las tareas planteadas, ya

que la mayoría de ellos recurren a métodos más simples, basados en sumas y restas para tratar de simular.

En algunos casos, también se descubrió que los estudiantes utilizan otras herramientas más elaboradas, basándose en que los métodos de los compañeros son simples y que por el tipo del electivo, la solución no puede ser de esa manera, así es como se llegaron a encontrar casos en los que los estudiantes utilizaban algoritmos propios de la estadística por mencionar un caso.

La conclusión más importante que llega éste estudio es que las gráficas en sí, pueden ser solo ilustraciones, pero a la hora de simular toman un papel trascendental, ya que mediante éstas los estudiantes tienen una visión más representativa de lo que está sucediendo con el fenómeno, que con cualquier otro tipo de modelo. Esto significa que el alumno puede entender, apreciar y comunicar con una amplia variedad de recursos, pero para la mayoría de fenómenos el que mejor lo puede representar dentro de un aula serían las gráficas.

### Referencias bibliográficas

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de la modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.

Decretos (2003). *Decreto 1850*. Ministerio de Educación Nacional. Colombia

Enlaces (2007). *Estándares en Tecnología de la Información y Comunicación para la Formación Inicial Docente*. Ministerio de Educación, Centro de Educación y Tecnología. Chile.

Mendez, M (2006). *Las prácticas sociales de modelación multilineal; modelando un sistema de resortes*. Tesis de Licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Guerrero, Facultad de Matemáticas, Unidad Acapulco. México.

Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (2004). *Learning for tomorrow's world: First result from PISA 2003*. París