

ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE UN LIBRO DE TEXTO DE 3º ESO EN RELACIÓN CON LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA PLANA

Analysis of mathematics problems in a 9th grade textbook with respect to the plane geometry contents

Elena María López, Luis Carlos Contreras

Universidad de Huelva

Resumen

La resolución de problemas ha jugado un papel muy importante en las investigaciones de las últimas décadas, y se ha convertido en un contenido esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los currículos de primaria y secundaria de diversos países. En este trabajo se analiza cómo se refleja esto en los libros de texto, seleccionando para ello, el libro de texto más vendido en España y centrándonos en el tema de geometría plana en tercero de ESO. Concluiremos que el libro de texto no se adapta a esta evolución teórica ya que la mayoría de los problemas analizados han sido ejercicios de aplicación de conceptos y algoritmos.

Palabras clave: *resolución de problemas en matemáticas, educación secundaria, libros de texto, geometría plana.*

Abstract

Problem solving in mathematics has played an important role in educational research in recent decades and has become an essential content in the teaching and learning of mathematics in different countries. In this work, we analyze how these ideas are reflected in the most sold textbook in Spain. Our focus was the topic of plane geometry in the ninth grade. We conclude that this textbook does not fit in this theoretical evolution, as most of the problems analyzed were exercises of concepts and algorithms applications.

Keywords: *problem solving in mathematics, secondary education, textbooks, plane geometry.*

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas (RP) ha sido objeto de interés desde los inicios de la humanidad. La RP promueve el aprendizaje significativo, fomenta el gusto por la matemática y desarrolla una actitud abierta y crítica (Carrillo, 1998). Todas estas cualidades le otorgan un papel esencial en la formación matemática e integral del estudiante. Destacamos a Pólya (1962, 1985) como principal impulsor de la preocupación contemporánea por la RP; para los que han trabajado bajo su inercia, las matemáticas son una disciplina de descubrimiento (Contreras y Carrillo, 2000). Cai y Lester (2010) señalan que la enseñanza de las matemáticas a través de la RP ayuda a los estudiantes a ir más allá de la adquisición de ideas aisladas y conseguir el desarrollo de un sistema de conocimiento cada vez más conectado y complejo. El papel prominente que se le da a la RP ha provocado que se haya hecho presente en casi todos los programas educativos y currículos del mundo (Contreras y Carrillo, 2000; Herdeiro, 2010).

Las directrices curriculares se deben traducir en materiales que orienten a los profesores para alcanzar los objetivos de aprendizaje de las matemáticas (Hirsch y Reys, 2009). Normalmente estos materiales son los libros de texto que se utilizan en el aula, convirtiéndose en muchos casos en el único recurso por medio del cual se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje. La influencia

de los libros de texto en el aula ha dado lugar a investigaciones que analizan su uso en un nivel y contenido específicos. En este trabajo nos centraremos en el papel que un libro de texto da a la RP en el tercer curso de la ESO para el ámbito de la geometría plana. Analizaremos la coherencia entre los planteamientos teóricos sobre la RP, su importancia en la Educación Matemática (Pólya, 1962; Schoenfeld, 1985; Borasi, 1986) y su consideración en los libros de texto escolares de tercer curso de la ESO. El trabajo se organiza en cuatro partes. En el siguiente apartado encuadraremos este estudio. Comenzaremos delimitando lo que entenderemos por problema matemático y los tipos de problemas que utilizaremos en nuestro instrumento de análisis y se abordarán los roles de los libros de texto en el aula. A continuación mostraremos el diseño de la investigación y el análisis descriptivo de un libro de texto. Por último, en el apartado de conclusiones, se dará respuesta a las cuestiones planteadas al inicio de la investigación.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Problemas matemáticos: tipologías

Para Pólya (1962), “*tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata*” (p. 117). Para Krulik y Rudnik (1980) es una situación que necesita de una solución para la cual los resolutores no conocen medios o caminos evidentes para obtenerla. La idea de dificultad se manifiesta también en la siguiente definición: “*una situación en la que se pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución*” (Charles y Lester, 1982, p. 5). Podría decirse entonces que un problema es una situación que produce un cierto grado de incertidumbre y que genera una conducta encaminada hacia la búsqueda de una solución (Pino, 2012). Carrillo (1998) resalta la aplicación no rutinaria de conocimientos matemáticos en el proceso de resolución de un problema. En definitiva, un problema es una situación en la que se hace necesario superar ciertos obstáculos para alcanzar los fines perseguidos y cuya consecución depende en gran medida de los conocimientos previos y el grado de compromiso del individuo que lo afronta.

En la literatura podemos encontrar variadas tipologías y criterios de clasificación. Pólya (1985) establece una de las primeras clasificaciones de problemas, en la que distingue sólo dos tipos: el *problema por resolver*, cuyo propósito es descubrir la incógnita del problema, y el *problema por demostrar*, que consiste en mostrar de modo concluyente la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada. A partir de aquí se han formulado diferentes clasificaciones. Este trabajo toma como base las propuestas por Borasi, Abrantes y Boavida, ya que consideramos que son las más completas y explícitas. Borasi (1986), debido a su interés por mejorar la enseñanza a partir de la RP, intenta clarificar la noción de problema basándose en cuatro elementos estructurales: el contexto, o situación en la que se enmarca el problema; la formulación, o la forma en la que se presenta la tarea al alumno; la solución, o conjunto de soluciones del problema y el método de resolución, o el camino tomado para encontrar la solución. Sobre la base de estos cuatro elementos, la autora analiza lo que designa por: *ejercicios, problemas de palabras, pruebas de una conjetura, problemas-enigmas, problemas de la vida real, situaciones problemáticas y situaciones*.

Más tarde, Abrantes (1989) aplica los cuatro elementos estructurales definidos por Borasi para clasificar algunos ejemplos que considera aclaratorios. Este autor establece la siguiente clasificación: *ejercicios, problemas de palabras, problemas para ecuacionar, problemas para demostrar, problemas para descubrir, problemas de la vida real, situaciones problemáticas y situaciones*. Boavida (1993) realiza una síntesis de las clasificaciones de Borasi y Abrantes, para clasificarlos en: *ejercicios, problemas de palabras, problemas para ecuacionar, problemas para demostrar, pruebas de una conjetura, enigmas/problemas para descubrir, problemas de la vida real, situación problemática y situación*.

En esta última clasificación nos basaremos para desarrollar la categoría de los tipos de problemas en nuestro instrumento de análisis.

Estudios sobre libros de texto

González y Sierra (2004) utilizan el término libro de texto para designar “*aquellos libros que utilizan habitualmente profesores y alumnos a lo largo del curso escolar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de un área de conocimiento*” (p. 391).

Muchos autores comparten el protagonismo que conceden los profesores a los libros de texto. Así, García y Guillén (2008) sostienen que es el material más utilizado en clase, al que los profesores otorgan mayor importancia, y añaden también que es uno de los materiales fundamentales en los que los docentes se apoyan para desarrollar su actividad. El uso del libro de texto ha adquirido un papel tan importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje que, tal y como señalan Monterrubio y Ortega (2009), “*es el propio manual el que determina el currículo real*” (p. 38), siendo el culpable a veces de la trasmisión de errores e inconsistencias (Jaime, Chapa y Gutiérrez, 1992).

Se han elaborado varios instrumentos para el análisis y la evaluación de los libros de texto, con el fin de facilitar al profesorado la tarea de selección o valoración de los mismos. Entre ellos, destaca el modelo para la valoración de textos escolares de matemáticas creado por Monterrubio y Ortega (2012), que mejora y completa otros modelos precedentes.

Existe una línea de investigación que ha explorado el papel de los problemas o de la RP en los libros de texto de matemáticas. Además, en los últimos años estas investigaciones se han restringido a contenidos y niveles educativos específicos. El presente trabajo se inscribe en esta línea de investigación, por ello reseñaremos algunos de ellos, ya que sus objetivos son muy similares a los nuestros.

Pino y Blanco (2008) estudian cómo reflejan los libros de texto las propuestas curriculares sobre la RP, centrándose en los contenidos de proporcionalidad y analizando ocho libros de texto de amplia difusión en España y Chile. Herdeiro (2010) examina el papel de la RP en los manuales escolares del último año de escolaridad obligatoria de Portugal. Trabaja tres temas distintos: Probabilidad y Estadística, Proporcionalidad inversa y Trigonometría del triángulo rectángulo, y escoge dos libros de texto, uno de ellos es el más usado en las escuelas del Algarve y el otro es el que usa la profesora en sus clases. Por último, Serrano (2012) analiza el papel de la RP en los textos de álgebra lineal para ingenieros, seleccionando seis libros a los que la autora recurre con frecuencia para la elección de actividades de aula.

METODOLOGÍA

Preguntas y objetivos de investigación

Deseamos acercarnos al tratamiento que dan los libros de texto a la RP en el tercer curso de la ESO en relación con los contenidos de geometría plana. Con la intención de guiar el planteamiento y diseño de este trabajo, surgen una serie de interrogantes: ¿Qué lugar ocupa la RP en los libros de texto de tercero de ESO en el ámbito de la geometría plana? ¿Qué tipo de problemas contienen? ¿Qué características presentan los problemas propuestos?

El principal objetivo de este trabajo es analizar el papel de la RP en el libro de texto de matemáticas de 3º ESO, más vendido en España, en el ámbito de la geometría plana. Concretamos este objetivo principal en los siguientes objetivos específicos:

- Caracterizar los problemas del libro atendiendo al contexto, la formulación, el tipo de tarea matemática y la solución.
- Explorar la coherencia entre los planteamientos teóricos sobre RP y la tipología de problemas de geometría plana que aparecen en el texto.

Caracterización de la investigación, elección de la muestra e instrumento de análisis

La investigación se encuadra en el paradigma interpretativo (Bassey, 1999), ya que queremos comprender el papel de la RP en un libro de texto. En coherencia con ello, emplearemos una metodología cualitativa (Bisquerra, 2004) que nos permita dar sentido a la información obtenida, utilizando métodos tanto cualitativos como cuantitativos en determinadas fases de la organización, análisis e interpretación de la misma. Una de las características de la investigación cualitativa es la categorización, usada aquí con la intención de identificar los tipos y características de los problemas del libro de texto. La principal fuente de análisis en este trabajo es un libro de texto, por lo que se trata de un estudio documental ya que este documento es objeto de estudio por sí mismo. En consecuencia, el análisis documental es la investigación central en este proyecto, y no sólo una forma de completar la información obtenida por otros instrumentos.

La técnica empleada es el análisis de contenido, que según López Noguero (2002), puede considerarse como una forma particular del análisis documental. Para este autor, con esta técnica no se pretende analizar el estilo del texto, sino las ideas expresadas en él, de manera que es el significado de las palabras, temas o frases lo que se intenta cuantificar.

Hemos escogido el libro de texto (Colera, Colera, Gaztelu y Oliveira, 2011) de la editorial que más vende en España (MEC, 2012). La geometría plana ha sido elegida por ser el pilar de los demás temas de geometría y por ser la geometría en general una de las ramas de las matemáticas más atractivas para los alumnos; la elección del tercer curso de la ESO se debe a que en ese curso la geometría se trata con cierto nivel de complejidad pero se incluyen problemas lúdicos y atractivos para los alumnos.

Las categorías que hemos considerado para el análisis son: tipos de problemas, contexto, formulación, tarea matemática y solución. Las exponemos a continuación con sus correspondientes subcategorías.

A) Tipos de problemas

En esta categoría, sobre la base de los trabajos de Borasi (1986), Abrantes (1989) y Boavida (1993), diferenciaremos entre ejercicios, problemas de aplicación, problemas de palabras, problemas para demostrar, problemas para descubrir, problemas de la vida real y problemas de la práctica matemática. Hemos añadido los problemas de aplicación para albergar problemas que no tenían cabida en el sistema de partida que tomamos. Hemos eliminado los *problemas para ecuacionar* de Abrantes (1989), ya que consideramos que son un caso particular de los *problemas de palabras*, en los que la traducción al lenguaje matemático se hace a través de una ecuación. Las *pruebas de una conjetura* de Borasi (1986) quedan incluidas en problemas de la práctica matemática y las *situaciones problemáticas* y *situaciones* de ambos autores encajan en los problemas de aplicación.

A1. Ejercicios: en los que basta reconocer o recordar un concepto específico o una definición, o aplicar un proceso algorítmico conocido para determinar la solución. Son rutinarios y no requieren de la originalidad del resolutor.

A2. Problemas de aplicación: situaciones en la que es preciso identificar un resultado relevante con cuya aplicación se puede alcanzar la solución.

A3. Problemas de palabras: enunciados en un contexto concreto que necesitan traducirse al lenguaje matemático para su resolución. Toda la información necesaria para resolverlos aparece en el enunciado y además, suele indicarse la estrategia a seguir.

A4. Problemas para demostrar: orientados a justificar la validez de cierta proposición. Para resolverlos se suele recurrir a teoremas o propiedades relacionadas con la demostración solicitada. En ellos se precisa del razonamiento deductivo.

A5. Problemas para descubrir: suelen aparecer al final de cada unidad o con el nombre de enigma o desafío. Su formulación pretende mostrar una forma atrayente, divertida o entretenida de aprender matemáticas. Para encontrar su solución se requiere lógica e ingenio.

A6. Problemas de la vida real: situaciones factibles de darse en la vida real y que precisan de la construcción de diagramas, realización de estimaciones, cálculo de medidas o elaboración de análisis y síntesis. Permiten conocer las aplicaciones de las matemáticas en el mundo real. No suelen tener una solución exacta ni única.

A7. Problemas de la práctica matemática: problemas que permiten desarrollar procesos de exploración, formulación de hipótesis y su posterior validación. En ellos se realizan conjeturas, verificaciones y argumentaciones¹.

B) Contexto

Inspirados fundamentalmente en Herdeiro (2010) y tomando algunas ideas de Serrano (2012) y Monterrubio y Ortega (2012), esta categoría incluye la contextualización en la realidad, contexto de datos proporcionados o contexto de conexión.

B1. Contextualización en la realidad: contexto de la vida real o puramente matemático. En el primer caso distinguiremos entre contexto personal (problemas relacionados con actividades cotidianas), laboral o educativo (situaciones que pueden darse en el centro escolar o algún entorno de trabajo), social (contexto relacionado con el entorno social y/o político en que se vive) y científico (problemas enmarcados en las ciencias naturales).

B2. Datos proporcionados: contexto de datos realistas (plausibles) o datos no realistas.

B3. Conexión: contexto con conexión con otras ramas de las matemáticas, con otras áreas disciplinares, con la historia de las matemáticas o sin conexión.

C) Formulación

De nuevo, sobre la base del trabajo de Herdeiro (2010), esta categoría engloba la ilustración, el número de cuestiones que presenta el problema desde el punto de vista sintáctico o semántico, las representaciones y los recursos empleados.

C1. Ilustración: ilustración decorativa (sin ninguna finalidad relacionada claramente con el problema), motivadora (posible ayuda para el alumno pero que no aporta datos numéricos ni claramente significativos), representativa (aparecen datos numéricos que se dan en el enunciado), informativa (aparecen datos numéricos que no se aportan en el enunciado) o sin ilustración.

C2. Número de cuestiones que presenta el problema desde el punto de vista sintáctico: formulación simple (una sola cuestión), formulación agrupada (más de una cuestión en la misma actividad).

C3. Número de cuestiones que presenta el problema desde el punto de vista semántico: formulación sencilla (una sola estrategia cognitiva), formulación compleja (más de una estrategia cognitiva).

C4. Información proporcionada: suficiente, insuficiente, excesiva.

C5. Representaciones empleadas: formulación exclusivamente verbal, verbal utilizando una ilustración, utilizando una tabla, una expresión algebraica, una gráfica o un diagrama.

C6. Recursos empleados: materiales manipulativos, nuevas tecnologías, ningún recurso extra.

D) Tarea matemática

Esta categoría y la relativa de los tipos de problemas pueden verse como perspectivas complementarias; en una focalizamos la finalidad para la que se elabora el problema (tipos de problemas) y en la otra los requerimientos que le exigen al estudiante para su resolución (tarea matemática). Se puede ver que en la propia definición de los tipos de problemas aparece de manera

implícita la tarea matemática. No obstante, se ha decidido hacer explícita la tarea matemática en sí misma, para observar sus aspectos de una manera más clara. Es por esta razón, por la que puede apreciarse un solapamiento entre estas dos categorías. Diferenciamos entre identificación y aplicación, razonamiento elemental o complejo e investigación.

D1. Identificación y aplicación: se trata de problemas familiares, que demandan básicamente la identificación y el empleo de conceptos sencillos y la aplicación de procedimientos rutinarios tales como los algoritmos.

D2. Razonamiento elemental: son problemas con un nivel mayor de exigencia que el anterior, trascendiendo la mera repetición de algoritmos. Su resolución conlleva la necesidad de razonamiento matemático y el establecimiento de relaciones entre distintas representaciones de una misma situación, o bien la conexión entre distintos aspectos.

D3. Razonamiento complejo: se trata de problemas en los que predomina el razonamiento matemático. Pueden considerarse un paso previo a los problemas de investigación, pues aunque requieren establecer relaciones más complejas que las anteriores, suelen tener una respuesta única y exacta y no requieren de generalización, o descubrimiento de regularidades o conjeturas ni justificación de los resultados.

D4. Investigación: se trata de problemas cuya resolución requiere cierta comprensión y reflexión por parte del estudiante, creatividad tanto para identificar conceptos como para enlazar conocimientos y procesos matemáticos. Este tipo de problemas exigen investigación, descubrimiento, generalización, manipulación para descubrir regularidades o verificar conjeturas y explicación o justificación de los resultados. Puede tratarse de problemas abiertos o sin respuesta única.

E) Solución

Se ha formulado esta categoría sobre la base de lo planteado por Herdeiro (2010), distinguiendo entre respuesta cerrada o abierta, representaciones pedidas, unicidad y exactitud y toma de decisión en cuanto las soluciones.

E1. Respuesta cerrada (corta, de desarrollo, de completitud, de tipo verdadero/falso, de asociación o correspondencia o de elección múltiple), o respuesta abierta (corta, de desarrollo o cualquier tipo de respuesta cerrada con respuesta abierta de desarrollo).

E2. Representaciones pedidas: representación exclusivamente numérica o verbal, utilizando una ilustración, una tabla, un diagrama, una gráfica o una expresión algebraica.

E3. Unicidad y exactitud: solución única y exacta, solución no única ni exacta.

E4. Toma de decisión: resolución con o sin toma de decisión en cuanto a las soluciones.

Recogida y análisis de la información

Como nuestro objetivo es analizar el papel de la RP en un libro de texto, la información se ha obtenido a partir del libro de texto seleccionado, lo que nos ha permitido su obtención en el momento más adecuado y favorable (Herdeiro, 2010). Para organizar y registrar la información hemos usado Excel. La confección de tablas ha permitido resumir la información acerca de los problemas analizados, considerando la codificación de cada una de las categorías y subcategorías definidas previamente.

A lo largo de la investigación se ha simultaneado la recogida de información, con su categorización, interpretación y análisis descriptivo (Serrano, 2012). Una vez recogida y tratada la información se ha realizado un análisis descriptivo del libro. El análisis descriptivo comienza por un análisis de la estructura de las unidades temáticas en el que se explora la introducción o presentación del tema, los contenidos y las diferentes secciones en las que se insertan los problemas. A continuación, cada

uno de los problemas ha sido analizado de acuerdo a las categorías y subcategorías del instrumento de análisis. Se han examinado los problemas propuestos para los alumnos y las actividades de autoevaluación.

RESULTADOS

La unidad de geometría plana se denomina *Problemas métricos en el plano*. Comienza con la sección *Para empezar...*, que contiene “una serie de actividades motivadoras con el fin de poner en funcionamiento los conocimientos previos” (p. 6). Después se exponen los contenidos de la unidad: ángulos en la circunferencia, semejanza de triángulos, teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, lugares geométricos, cónicas como lugares geométricos, áreas de los polígonos y áreas de las figuras curvas. Junto a ellos se encuentran problemas resueltos y propuestos. Al final de la unidad se encuentra la sección *Ejercicios y problemas*, para que el alumno aplique lo aprendido, donde aparecen también varios ejemplos. Más adelante se encuentra la sección *Y para terminar...*, en la que aparece una lectura sobre Pitágoras, así como actividades de refuerzo de competencias básicas. Finalmente, en la sección *Autoevaluación*, hay actividades para que el alumno pueda comprobar su aprendizaje.

Tabla 1. Número de problemas por secciones

Total	Sección 1	Sección 2	Sección 3	Sección 4	Sección 5
95	2	28	57	2	6

Hay un total de 95 problemas, entre propuestos y actividades de autoevaluación, divididos en cinco secciones (las anteriormente citadas y una quinta compuesta por los problemas unidos a los contenidos; ver tabla 1). Analizaremos por separado cada una de ellas y concluiremos con un resumen conjunto de todas las secciones.

A) Sección 1: Para empezar

Al ser sólo dos problemas, su análisis no es significativo en el conjunto de la unidad. Ambos son *ejercicios* en los que basta aplicar una definición. Su *contexto* es *puramente matemático* con *datos no realistas* y uno de ellos tiene *conexión con la historia de las matemáticas*. La información se presenta en uno de los casos de forma *exclusivamente verbal* y en el otro, *verbal utilizando una ilustración*, que es *informativa*. Además, uno de los problemas requiere del uso de *materiales manipulativos* para su resolución. La tarea matemática es de *identificación y aplicación* en los dos casos. En uno de los problemas se pide una *respuesta abierta de desarrollo* que es *no única ni exacta* y con *toma de decisión*.

B) Sección 2: Al lado del texto

Consta de 28 problemas propuestos, mayoritariamente *ejercicios* (78%) y con *contexto* siempre *puramente matemático* con *datos no realistas* y básicamente *sin conexión* (96%), coexistiendo con otros (escasos), que tienen *conexión con otras ramas de las matemáticas*.

La mayoría contiene una *formulación sin ilustración* (61%) y, el resto, una *ilustración informativa*. De manera casi equilibrada la *formulación* es *simple y agrupada* y la mayoría son de *formulación sencilla*, proporcionándose siempre la información de manera *suficiente* (71%). En la mayor parte la información se presenta en el enunciado de forma *exclusivamente verbal* (61%). Ninguno de los problemas utiliza un *recurso extra*. La tarea matemática es mayoritariamente de *identificación y aplicación* (79%), con algunos de *razonamiento elemental* (21%).

Finalmente, la mayoría son de *respuesta cerrada corta* (93%), se pide una *representación exclusivamente numérica o verbal* (86%) y la solución es *siempre única y exacta* y *sin toma de decisión*.

C) Sección 3: Ejercicios y problemas

Consta de 57 problemas propuestos, la mayoría *ejercicios* (46%) y *problemas de aplicación* (35%) y su *contexto* suele ser *puramente matemático* (84%) *con datos no realistas* (98%) y casi todos tienen un *contexto sin conexión* (93%).

Más de la mitad tiene una formulación con *ilustración informativa* (59%), seguidos por la *formulación sin ilustración*. En la mayoría la formulación es *agrupada* (56%) y *compleja* (68%). La información proporcionada es siempre *suficiente* y se suele presentar el enunciado de forma *verbal utilizando una ilustración* (63%). Ninguno de los problemas utiliza un *recurso extra*. Las tareas matemáticas que destacan son las de *razonamiento elemental* (53%), seguidas de las de *identificación y aplicación* y las de *razonamiento complejo*. La mayoría es de *respuesta cerrada corta* (95%) y se pide una *representación exclusivamente numérica o verbal* (96%). La solución es *siempre única y exacta y sin toma de decisión*.

D) Sección 4: Y para terminar

Consta sólo de dos problemas, siendo poco significativa. Sin embargo, ambos tienen un contexto con *conexión*, uno de ellos con *otras ramas de las matemáticas* y el otro con *la historia de las matemáticas*. Además, en ambos, el enunciado se presenta de forma *verbal utilizando una ilustración*, que es de tipo *informativa*. La tarea matemática en ambos es de *razonamiento complejo*.

E) Sección 5: Autoevaluación

Contiene 6 problemas, lo que tampoco es significativo. Su característica principal es que todos tienen un *contexto puramente matemático*, *con datos no realistas y sin conexión*. El enunciado se presenta básicamente de forma *verbal utilizando una ilustración*, que es de tipo *informativa*. La tarea matemática en todos es de *identificación y aplicación y razonamiento elemental*.

En síntesis, en el libro estudiado encontramos una mayoría de *ejercicios* (56%), seguidos por *problemas de aplicación* (25%). En menor medida aparecen los *problemas de palabras* (16%) y prácticamente no se aprecian los *problemas para demostrar, para descubrir, de la vida real y de la práctica matemática*. El *contexto* suele ser *puramente matemático* (91%) y rara vez surge un *contexto de la vida real*. Los *datos proporcionados* son casi siempre *no realistas* (99%) y apenas apreciamos la *conexión con otras ramas de las matemáticas* (5%) o con la *historia de las matemáticas* (3%).

Hay un equilibrio entre la *formulación exclusivamente verbal* (42%) y la *formulación verbal utilizando una ilustración* (58%), que suele ser en este caso de tipo *informativa* (56%). Destaca la formulación *agrupada* (57%) y *compleja* (56%) y la *información proporcionada* es siempre *suficiente*. Además, sólo hay un problema en el que se utilizan *materiales manipulativos*.

La tarea matemática subyacente que prevalece es la de *identificación y aplicación* (46%), seguida de cerca por el *razonamiento elemental* (43%). El *razonamiento complejo* rara vez aparece, mientras que la tarea de *investigación* no se da nunca. En cuanto a la solución, predomina la *respuesta cerrada corta* (92%) y la *representación exclusivamente numérica y verbal* (94%). Sólo encontramos un problema en todo el libro con *respuesta no única ni exacta y con toma de decisión*.

CONCLUSIONES

Podemos concluir que no se promueve la RP en este libro de texto como eje central del aprendizaje, ya que en nuestro análisis observamos que la mayoría de los problemas propuestos son *ejercicios*, seguidos por *problemas de aplicación*. Llama la atención que el currículo de matemáticas de Educación Secundaria apueste por una enseñanza basada en la RP, que la investigación la contemple como parte integral de las matemáticas, pero que sin embargo, la principal herramienta de trabajo en el aula, no sea coherente con estas ideas, y que sólo aparezcan problemas en los que se

pone en marcha la lógica, el ingenio o problemas cercanos a la vida real en lugares puntuales de la unidad. Así, las matemáticas se convierten en una herramienta de cálculo, basadas en el aprendizaje de fórmulas que se olvidan fácilmente y que sólo ayudan a resolver ejercicios. Pese a ser la RP un contenido transversal en el currículo de matemáticas de Educación Secundaria, los tipos de problemas analizados están más orientados hacia la repetición e invitan a los profesores a la aplicación directa de la teoría.

Los problemas recaen generalmente en un *contexto de datos no realistas*, lo que dificulta la vinculación de los problemas con la realidad de los alumnos. Encontramos también aquí poca coherencia con el currículo citado, ya que éste señala que los problemas de matemáticas deben estar vinculados a aspectos cotidianos y suponer una motivación con datos lo más realistas posible.

La sección 4 (con solo dos problemas) es en la que se localizan problemas en los que se da a los estudiantes la oportunidad de investigar o descubrir. La tarea matemática subyacente en los dos problemas de esta sección es el *razonamiento complejo*, lo que supone que los alumnos sólo trabajan tareas de complejidad cognitiva más elevada en esta sección (aunque la *investigación* ni siquiera llega a aparecer en este libro). En el caso de que esta sección no existiera, no se enfrentarían a casi ningún problema de estas características, por ser las tareas *de identificación y aplicación* y *razonamiento elemental* las que prevalecen. En general, el libro de texto no refleja los planteamientos teóricos que emanan de la investigación o el currículo de matemáticas de Educación Secundaria. Por este motivo, los profesores han de ser conscientes de las limitaciones de los textos escolares y actuar de forma crítica a la hora de usarlo en sus clases.

En términos de prospectiva, sería interesante aumentar el número de casos de estudio y ampliar el estudio a otras unidades, así como a otros años de escolaridad. Por otra parte, tal y como afirma Herdeiro (2010), sería interesante estudiar la visión que tienen los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través de la RP usando los libros de texto.

Referencias

- Abrantes, P. (1989). Um (bom) Problema (nao) é (só)...*Educação e Matemática*, 8, 7-10.
- Bassegy, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Buckingham: Open University Press.
- Bisquerra, R. (Coord.) (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Boavida, A.M. (1993). *Resolução de problemas em educação matemática*. Master's thesis. Universidade Nova de Lisboa.
- Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17(2), 125-141.
- Cai, J. y Lester, F. (2010). *Why is teaching with problem solving important to student learning?* Research Brief. Reston, VA: NCTM.
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de investigación y relaciones*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). *Determining specialised knowledge for mathematics teaching*. ERME 8: Antalya, Turquía.
- Charles, R. y Lester, F. (1982). *Teaching Problem Solving: What, why and how*. Palo Alto: Dale Seymour Publications.
- Colera, J., Colera, L., Gaztelu, I. y Oliveira, M.J. (2011). *Matemáticas 3 Educación Secundaria*. Madrid: Anaya.
- Contreras, L.C. y Carrillo J. (2000). El amplio campo de la resolución de problemas. En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos* (pp. 13-37). Huelva: Hergué.

- García, M.A. y Guillén, G. (2008). Diseño de un estudio para el análisis de libros de texto de la Enseñanza Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana. El caso de la geometría. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L.J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de trabajo. XII Simposio de la SEIEM*. Badajoz: SEIEM.
- González, M.T. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- Herdeiro, C. (2010). *A resolução de problemas nos manuais escolares de matemática do 9º ano de escolaridade*. Tesis Doctoral. Universidad de Huelva.
- Hirsch, C.R. y Reys, B.J. (2009). Mathematics curriculum: a vehicle for school improvement. *ZDM Mathematics Education*, 41, 749-761.
- Jaime, A., Chapa, F. y Gutiérrez, A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B. *Epsilon*, 23,49-62.
- Krulik, S. y Rudnik, K. (1980). *Problem solving in school mathematics. Year Book*. Reston, VA: NCTM.
- López Noguero, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista de Educación*, 4, 167-179.
- MEC (2012). *Panorámica de la Edición Española de Libros 2011*. Madrid: MEC.
- Monterrubio, M.C. y Ortega, T. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 37-53). Santander: SEIEM.
- Monterrubio, M.C. y Ortega, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos en Educación Secundaria. *Revista de Educación*, 358, 471-496.
- Pino, J.A. (2012). *Concepciones y prácticas de los estudiantes de Pedagogía Media en Matemáticas con respecto a la Resolución de Problemas y, diseño e implementación de un curso para enseñar a resolver problemas*. Tesis Doctoral. Universidad de Extremadura.
- Pino, J. y Blanco, L.J. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad en España y Chile, en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88.
- Pólya, G. (1962). *Mathematical discovery. On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*. Nueva York: John Wiley & Sons.
- Pólya, G. (1985). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Nueva York: Academic Press.
- Serrano, I. (2012). *Análisis de los problemas de libros de texto de Álgebra Lineal*. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Huelva.

¹ Usamos la expresión Práctica Matemática en el mismo sentido que lo hacen Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013), refiriéndose, en ese caso, a un subdominio del conocimiento especializado del profesor de matemáticas.