

DESARROLLO CONCEPTUAL DE LAS RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO EN LIBROS DE TEXTO DE NIVEL BÁSICO

Conceptual Development Notable Lines and Points of a Triangle in Textbooks Basic Level

Luz Esmeralda Reyes, Flor Monserrat Rodríguez

Universidad Autónoma de Guerrero

Resumen

Presentamos un estudio referente al tratamiento del contenido rectas y puntos notables del triángulo en libros de texto de nivel básico en México. Utilizamos la metodología de análisis de contenido y analizamos definiciones, problemas o ejercicios, representaciones que usan para enseñar dicho contenido, actividades donde se apliquen los conceptos involucrados, entre otras cuestiones. La revisión indica que el contenido rectas y puntos notables se inicia en nivel primaria con la recta altura, dando su definición y trazo de ella en algunos triángulos, continuando en secundaria el trabajo con las cuatro rectas (bisectriz, mediatriz, altura y mediana).

Palabras clave: libros de texto, rectas notables.

Abstract

We present a study concerning the treatment of content notable lines and points of a triangle in textbooks basic level in Mexico. We use the methodology of content analysis and analyze definitions, problems or exercises, representations used to teach the content, activities where they apply the concepts involved, among other issues. The review indicates that the content and notable points straight starts at primary level with the line height, giving its definition and stroke her some triangles, continuing in high school working with the four lines (bisector, bisector, altitude and median).

Keywords: textbook, notable lines.

INTRODUCCIÓN

Los libros de texto son un recurso de alto impacto en el proceso de enseñanza - aprendizaje, se consideran incluso como los materiales curriculares con mayor incidencia cuantitativa y cualitativa en el aprendizaje de los estudiantes dentro y fuera del aula. En ocasiones este material llega a condicionar de forma importante el tipo de enseñanza que se realiza, puesto que muchos enseñantes se apegan al contenido al pie de la letra. A este respecto, Barrantes y Zapata (2008) mencionan que muchas veces los profesores utilizan al libro como material exclusivo y no otros materiales que amplíen el esquema conceptual del alumno, lo que puede ocasionar que el estudiante se quede solamente con la información que se propone en el libro de texto.

En esta misma dirección, Guillén, González y García (2009) señalan que los docentes suelen acomodar sus programaciones, objetivos, contenidos, metodología e incluso la evaluación a partir del manual elegido (libro de texto), es por ello, que se han interesan por indagar sobre algunos conceptos en libros de textos para ver cómo es que se presenta el contenido matemático en ellos, considerando las definiciones, representaciones, ejercicios y problemas.

Por su parte, González y Sierra (2004) consideran al libro de texto un material importante para la educación, pues éste ha ejercido diferentes papeles en ella, ya sea como objeto de estudio, como

material de consulta, como registro de las actividades del alumno, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver. Esto ha originado una práctica escolar determinada por su uso, así como una organización de la enseñanza que se mantiene en la actualidad salvo casos aislados.

Sin embargo, se ha reportado que la utilización exclusiva de libros de texto, privilegia a que muchos estudiantes se formen concepciones erróneas, investigadores como (Gutiérrez y Jaime, 1996; Azcárate, 1997; Barrantes y Zapata, 2008) han encontrado que en los libros muchas veces suelen presentarse figuras estándar, o un número pequeño de ellas, lo cual conduce al estudiante a formarse ideas equivocadas. Los autores señalan que específicamente en el contenido rectas y puntos notables del triángulo, las dificultades y errores que presentan algunos estudiantes son: con el trazo de las mediatrices o alturas en triángulos obtusángulos o rectángulos, en la suposición de que todas las rectas notables son siempre interiores al triángulo, en creer que el triángulo tiene una sola altura y además sostienen que los libros han contribuido a formar esas concepciones, pues se ha encontrado que en ellos se presentan triángulos acutángulos con una sola altura, o únicamente con rectas notables interiores a esos triángulos.

Por lo anterior, en esta investigación partimos de la idea que algunos errores presentados en ciertos estudiantes pueden ser debido al tratamiento de los conceptos en libros de texto. El objetivo entonces consistió en **Realizar un análisis en libros de texto de nivel básico (primaria y secundaria) sobre el contenido rectas y puntos notables del triángulo para estudiar su tratamiento**¹. El tema, sin duda, es trascendente para la comprensión de otros contenidos de la geometría y en la solución de problemas de la misma matemática y en sus aplicaciones. Por ejemplo, el concepto de altura es fundamental para determinar el área de figuras geométricas como triángulos, rectángulos, o el volumen de algunos cuerpos geométricos como conos, el concepto de mediana se utiliza cuando se quiere encontrar el centro de gravedad de una figura triangular, por citar algunos.

ELEMENTOS TEÓRICOS – METODOLÓGICOS

Análisis de contenido

El interés por indagar sobre libros de texto es por la importancia que tiene este material en la educación y en particular en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Ahora bien, dentro de las ciencias sociales el análisis de contenido se considera una técnica eficiente para buscar información en un texto dado. Sin embargo, en este tipo de estudios se debe resaltar la objetividad, lo que se logra a través de la formulación de reglas claras y explícitas que sirvan como pautas para que otros investigadores puedan analizar el mismo material bajo iguales condiciones y puedan validar o falsar las conclusiones.

Para realizar el análisis de contenido hemos seguido las fases propuestas en (Cabero y Loscertales, 2002):

- a) **Fase 1. Preanálisis.** En esta fase se identifican y seleccionan los textos, se hace una primera revisión de la literatura y de investigaciones similares sobre la temática de estudio seleccionada y se hace una primera revisión de los textos a utilizar.
- b) **Fase 2. Unidades de análisis.** Constituyen segmentos del contenido de los mensajes que son caracterizados para ubicarlos dentro de las categorías.
- c) **Fase 3. Categorización.** Es una operación de clasificación de elementos constitutivos de un conjunto por diferenciación, tras la agrupación por analogía, a partir de criterios previamente definidos.
- d) **Fase 4. Inferencia.** Se explica y deduce lo que hay en un texto. El analista de contenido busca algunas conclusiones o extrae inferencias explicaciones “contenidas” explícitas o implícitas en el propio texto.

En la **Fase 1**, los libros de texto que se consideraron para nivel primaria como para nivel secundaria corresponden a la reforma 2011, reforma actual en México, para nivel primaria fueron seis libros que corresponden a los seis grados y son únicos, sin embargo, el criterio para la selección de libros para nivel secundaria radicó en la realización de una entrevista a profesores de este nivel que hayan impartido el contenido rectas y puntos notables del triángulo, dicha entrevista nos permitió obtener información de las editoriales más usadas por los profesores para la enseñanza del contenido ya que México cuenta con diferentes editoriales sobre libros de matemáticas. Los libros analizados en el nivel básico son los siguientes:

Nivel Primaria (6 a 12 años de edad)

- SEP. (2011). *Matemáticas. Primer grado*. México.
- SEP. (2011). *Matemáticas. Segundo grado*. México.
- SEP. (2011). *Matemáticas. Tercer grado*. México.
- SEP. (2011). *Matemáticas. Cuarto grado*. México.
- SEP. (2011). *Matemáticas. Quinto grado*. México.
- SEP. (2011). *Matemáticas. Sexto grado*. México.

Nivel Secundaria (12-15 años de edad)

- Espinoza, H., Ponce, J.C. y Reyes, A. V. (2011). *Matemáticas 1*. México: Ediciones sm.(L1E1)²
- Amador, M. E., Olivares, M. G. y San Agustín, R. B. (2011). *Matemáticas 2*. México: Ediciones sm. (L2E1)
- Nebbia, C. F. (2011). *Matemáticas 3*. México: Ediciones sm. (L3E1)
- Escareño, F. y López, O. L. (2013). *Matemáticas 1*. México: Trillas. (L1E2)
- Escareño, F. y López, O. L. (2013). *Matemáticas 2*. México: Trillas. (L2E2)
- Escareño, F. y López, O. L. (2013). *Matemáticas 2*. México: Trillas. (L3E2)
- Sánchez, F. (2012). *Matemáticas 1*. México: Fernández Educación.(L1E3)
- Sánchez, F. (2012). *Matemáticas 2*. México: Fernández Educación.(L2E3)
- Sánchez, F. (2012). *Matemáticas 3*. México: Fernández Educación.(L3E3)

Asimismo, la revisión de literatura y una primera exploración en los libros, nos permitieron conformar las categorías y unidades de análisis utilizadas en esta investigación (**Fase 2 y 3**).

Coincidimos con algunos investigadores como Gómez (2002), Sierra y González (2004) entre otros, que es importante indagar un cierto concepto a través de sus definiciones, representaciones, problemas que se proponen entre otras situaciones, es por ello, que el análisis realizado en los libros de texto se hizo a través de tres categorías que son: Análisis Conceptual, Tipos de Representación y Análisis Fenomenológico.

Las categorías mencionadas anteriormente, a su vez, quedaron conformadas por unidades de análisis, que tienen que ver con: cómo se introduce el concepto, cómo se define, qué ejercicios, ejemplos y actividades de retroalimentación se proponen (Análisis Conceptual), qué representaciones se encuentran para cada uno de los conceptos involucrados (Tipos de Representación) y qué aplicaciones tiene cada uno de éstos en torno a la matemática misma o a la vida cotidiana (Análisis Fenomenológico). La Tabla 1, resume detalladamente las categorías y unidades de análisis utilizadas.

Estas categorías de análisis arrojaron información relevante sobre el tratamiento de las rectas y puntos notables del triángulo, y por lo tanto, elementos de punto de partida para investigaciones futuras que se orienten hacia la elaboración de propuestas de enseñanza y aprendizaje de este contenido.

Tabla 1. Categorías y unidades de análisis utilizadas para el análisis de libros

Categorías	Unidades de análisis	Descripción general de los propósitos
Análisis conceptual	<ul style="list-style-type: none"> • Cómo se introduce el concepto. • Cómo se define. • Qué tipo de ejemplos, ejercicios o problemas son los que se usan para explicar los conceptos de altura, mediana, bisectriz y mediatriz. • Actividades de retroalimentación. 	Modo de introducción, definición y organización del concepto, tipo, función y niveles de complejidad de los problemas, actividades, ejercicios y si estos permiten comprender un concepto, relacionado a alguna recta o punto notable del triángulo.
Tipos de representación	<ul style="list-style-type: none"> • Geométrico. • Simbólico. 	Tipo de representación utilizada, para la enseñanza-aprendizaje del tema.
Análisis fenomenológico	<ul style="list-style-type: none"> • En torno a la matemática misma. • Fenómenos de la vida diaria. 	La finalidad es mostrar qué aplicabilidad tienen cada uno de los conceptos considerados.

RESULTADOS (FASE 4)

Nivel primaria

Después de hacer una revisión en los libros de primaria se encontró que la única recta notable que se trabaja es la *altura de un triángulo*. Ésta se introduce a partir de tercer grado mediante ángulos rectos, los cuales se representan por medio de giros, se menciona que un cuarto de giro representa un ángulo recto. Con ello se dan algunas ideas de lo que es perpendicularidad. En cuarto grado se continúa con el trabajo de rectas perpendiculares, las cuales se definen como “rectas secantes que se cruzan formando ángulos de 90 grados a los cuales se les llama ángulos rectos. En quinto grado aparece la recta altura, y se define como *la menor distancia que hay entre un vértice y su lado opuesto o la prolongación de éste*. Como ejercicios se enfatiza en el trazo de la altura en triángulos acutángulos y obtusángulos, trabajando poco el trazo de ella en triángulos rectángulos. En sexto grado se trabaja con rectas perpendiculares y se da de nuevo la definición dada en cuarto grado. La representación encontrada para abordar el concepto de altura es geométrica (ver Figura 1). Las aplicaciones se enfocan a la resolución de problemas de la misma matemática, tal es el caso de determinar áreas de figuras geométricas, por ejemplo triángulos.

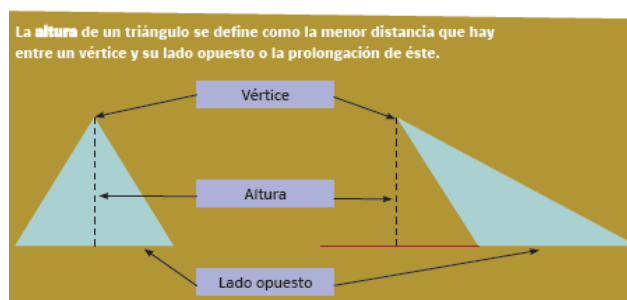


Figura 1. Representación de la recta altura en nivel primaria

En este nivel se observa el trazo de una sola altura, generalmente en triángulos acutángulos y obtusángulos, dejando de lado el trabajo en triángulos rectángulos, sin embargo, el plan y programa

de estudios sugiere que se localicen y tracen las alturas en diferentes triángulos. Consideramos que si no se trabaja con las tres alturas, puede crear una imagen equivocada en el estudiante al creer que el triángulo tiene una sola altura, por otra parte el trabajar poco con triángulos rectángulos no permite al estudiante desarrollar este concepto de forma completa en los diferentes tipos de triángulos.

Nivel secundaria

En este nivel las rectas y puntos notables del triángulo se trabajan en primer grado tal y como lo establece el plan y programa de estudios 2011. Con respecto al concepto altura, hay un cambio en la definición que se da en este nivel con la definición que se da en nivel primaria, ya que se define como la recta perpendicular que va desde un vértice al lado opuesto de ese vértice y en nivel primaria se define como la menor distancia que hay entre un vértice y su lado opuesto o prolongación de éste.

Las actividades que se proponen con respecto a este concepto en algunos libros como el (L1E1) y (L1E2), es su trazo en triángulos equiláteros, escalenos, rectángulos, isósceles, acutángulos, obtusángulos, sin embargo, en el libro (L1E3) se pide únicamente el trazo de esta recta en triángulos acutángulos.

El libro (L1E1) hace preguntas como ¿En qué triángulos las dos alturas coincidieron con los lados? ¿En cuáles triángulos las alturas se cortaron en un sólo punto? ¿En qué triángulos las alturas se intersecan siempre dentro, en uno de los vértices y fuera de la figura?, lo cual en nuestra opinión podría hacer que los estudiantes reflexionen sobre lo que sucede con esta recta en los diferentes tipos de triángulos. Los libros analizados mencionan que las tres alturas de un triángulo, o su prolongación, se intersecan en un punto llamado ortocentro. Las representaciones encontradas, tanto de la altura como del ortocentro, son geométricas, pero escasas, se encuentra aplicabilidad en la matemática misma para determinar áreas de figuras geométricas y algunas relacionadas a la vida cotidiana para encontrar alturas de edificios o personas. Aunque los diferentes libros trabajan el concepto altura, no todos realizan el trazo de ella en los diferentes tipos de triángulos, además, se observa que la presentación de triángulos es casi siempre con base horizontal, lo cual hace que muchas veces los estudiantes no sean capaces de trazar las alturas en triángulos con base no horizontal.

Con respecto al concepto mediatriz, todos los libros coinciden en iniciar su trabajo haciendo la construcción de la mediatriz de un segmento, con ello, y haciendo algunas preguntas orientadoras se espera que los estudiantes descubran la propiedad que caracteriza a esta recta. Posteriormente la definen como *una recta perpendicular al segmento que pasa por el punto medio del segmento*, la cual tiene la propiedad de que *cualquier punto que este sobre la mediatriz está a la misma distancia de los extremos del segmento*. Los ejercicios que se plantean son el trazo de mediatrices en triángulos acutángulos, rectángulos y obtusángulos. Se menciona que las mediatrices de los tres lados del triángulo se intersecan en un punto llamado circuncentro. El libro (L1E1) señala que si el triángulo es rectángulo el circuncentro se localiza a la mitad del lado mayor del triángulo, si el triángulo es acutángulo, el circuncentro se localiza dentro del triángulo y, si es obtusángulo se localiza fuera del triángulo, sin embargo, no se proponen actividades donde el estudiante explore estas situaciones que sería lo más conveniente para una mejor comprensión del concepto. Las representaciones que proponen los libros (L1E2) y (L1E3) son geométricas y el (L1E1) geométricas y simbólicas. Las aplicaciones encontradas en el libro (L1E1) son en torno a la misma matemática, el caso de trazar una circunferencia teniendo tres puntos no colineales y con respecto a la vida cotidiana como el siguiente ejemplo: *Un comerciante quiere poner una gasolinera que se encuentre a la misma distancia de tres pueblos*. ¿Dónde debe poner la gasolinera? En el siguiente diagrama se representan los pueblos, Figura 2.

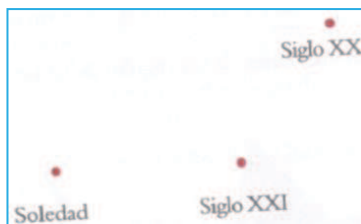


Figura 2. Representación de tres puntos considerados como pueblos para el problema empleado

Situaciones similares con respecto a la vida cotidiana se encuentran en los libros (L1E2 y L1E3).

En relación al concepto bisectriz, al igual que la recta mediatriz, se introduce a partir de la construcción de ella en algunos ángulos, posteriormente se enuncia que *es la recta que divide a un ángulo en dos ángulos iguales*, además que *si un punto está sobre la bisectriz, entonces ese punto está a la misma distancia de cada uno de los lados del ángulo*. El libro (L1E1) da como representación la Figura 3, la cual describe lo mencionado anteriormente.

Como O y P están sobre la bisectriz del $\sphericalangle AQB$, entonces $\overline{OE} = \overline{OF}$ y $\overline{PG} = \overline{PH}$ asimismo $\sphericalangle AQP = \sphericalangle AQB$.



Figura 3. Representación de la bisectriz de un ángulo

En todos los libros se proponen como ejercicios trazar la bisectriz de algunos ángulos y en triángulos acutángulos, rectángulos y obtusángulos. Mencionan que en cualquier triángulo las bisectrices se cortan en un punto llamado incentro. La representación que utilizan los libros (L1E2) y (L1E3) para la enseñanza de este concepto es geométrica, en el libro (L1E1) además de la representación geométrica aparece la representación simbólica. En todos los libros se encuentra aplicabilidad en la vida cotidiana, aunque en el libro (L1E2) se encuentra también aplicabilidad en la misma matemática. Un ejemplo acerca de la vida cotidiana es el siguiente: *Ingrid va a decorar su habitación con un reloj de pared. Tiene el siguiente triángulo de madera y quiere hacer un agujero para incrustar un reloj de forma circular* (ver Figura 4) *¿De qué tamaño es el reloj mayor que se puede incrustar? ¿Habrà alguna forma de encontrar el lugar exacto para insertar el reloj de Ingrid?*

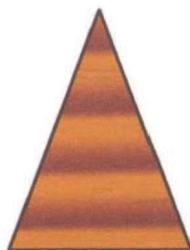


Figura 4. Representación del triángulo de madera

Sobre el concepto de mediana, algunos libros como (E1L1) y (L1E3) proponen su estudio utilizando material tangible como madera y cartulina. Se pide que reproduzcan en estos materiales triángulos como los que se muestran en la Figura 5, para que encuentren el baricentro. Con preguntas como *¿Cuál de los triángulos tiene su superficie paralela al piso?* Se espera que los estudiantes reconozcan la propiedad que tiene el baricentro.

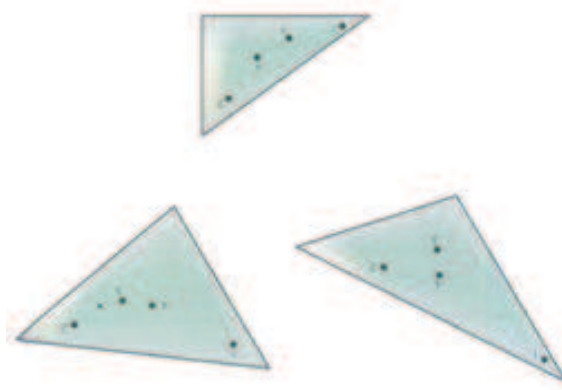


Figura 5. Representación de triángulos acutángulo, obtusángulo y rectángulo

Los distintos libros definen a la mediana de un triángulo como *el segmento que va del punto medio de un lado al vértice opuesto*. Además que las medianas se unen en un punto llamado baricentro o centro de gravedad. El libro (L1E2) plantea actividades como las siguientes:

1. Una mediana del triángulo ABC divide a éste en dos regiones triangulares. ¿Tendrán éstas la misma superficie? ¿Por qué?
 - a) Traza las otras dos medianas del triángulo ABC ¿En cuántas regiones triangulares queda dividido el triángulo?
 - b) ¿Tendrán estas regiones la misma superficie? Para comprobarlo, calcula el área de las regiones triangulares que se forman. (ver Figura 6)

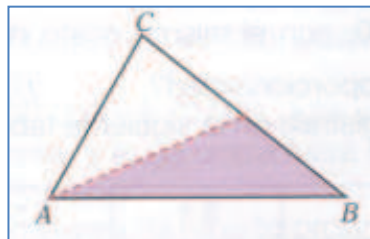


Figura 6. Representación de un triángulo dividido por una mediana

Las representaciones encontradas en todos los libros son geométricas. En el libro (L1E2) se representa una sola mediana lo cual hace que no se experimente el trazo de las tres y por tanto no se observa que sucede con el baricentro. Es el único concepto del que no se encuentra aplicabilidad en la misma matemática o en la vida cotidiana en los textos, por lo que se sugiere que se debieran incluir actividades de este estilo para que los estudiantes tengan conocimiento de su aplicabilidad con la vida cotidiana, por ejemplo.

CONCLUSIONES

En nivel primaria encontramos que el concepto altura de un triángulo se define como la *menor distancia entre un vértice y el lado opuesto o su prolongación*, sin embargo, del análisis de libros se observó, que antes de esta definición se trató el concepto de perpendicularidad, por lo que consideramos que es necesario que la definición de altura de un triángulo dada en este nivel, se vincule con el concepto de perpendicularidad pues en grados superiores la altura de un triángulo se define como la perpendicular que va de un lado al vértice opuesto, esta manera de definirla coincidiría con la definición que se da en nivel secundaria y por tanto los estudiantes tendrían elementos de vinculación entre los conceptos menor distancia y perpendicularidad, y la vinculación de conceptos sin duda es, un elemento para favorecer la comprensión de éstos.

Se observó también que la definición de altura, únicamente es enunciada sin impacto en los ejercicios, pues los ejercicios que se plantean son para resolverse de manera idéntica a los ejercicios

planteados como ejemplos, lo cual limita sin duda la comprensión de la definición en cuanto a su aplicabilidad. Por otra parte, el trazo de esta recta es poco tratado en triángulos rectángulos, se pone más énfasis sobre el trazo de ella en triángulos acutángulos y obtusángulos, creemos que ello se debe a que la recta altura es visible (literalmente) en estos tipos de triángulos, y por tanto, en los triángulos rectángulos puede generar conflictos en los estudiantes de nivel primaria al no ser evidente para ellos. Es probable que el trazo de una sola altura en los triángulos, se deba a la utilidad que tiene esta recta para determinar áreas o volúmenes de figuras o cuerpos geométricos, ya que en general para calcular áreas y volúmenes se usa la medida de una sola altura. No obstante, aunque es en nivel primaria, donde los niños empiezan prácticamente su vida escolar, consideramos que se debieran proponer actividades donde se pida el trazo de las tres alturas y considerando los diferentes tipos de triángulos, ya que el trabajar mayoritariamente con triángulos acutángulos u obtusángulos, limita al estudiante a desarrollar completamente el trabajo de este concepto.

La representación encontrada es la geométrica, sin embargo, consideramos que se debieran proponer más representaciones ya que las encontradas son escasas.

Del análisis fenomenológico, se encuentra utilidad en la misma matemática, donde se utiliza la altura para determinar áreas o volúmenes de figuras o cuerpos geométricos. No se encuentran problemas sobre la vida cotidiana respecto a este concepto, lo cual puede deberse a lo mencionado anteriormente, porque su trabajo es para la introducción del cálculo de áreas o volúmenes.

En nivel secundaria, se trabajan las cuatro rectas notables con sus respectivos puntos de corte (bisectriz-incentro, mediatriz-circuncentro, altura-ortocentro, mediana-baricentro) en los diferentes tipos de triángulos, sin embargo, estos triángulos en su mayoría de veces se presentan con una base horizontal. Investigadores como (Tall y Vinner, 1981; Hershkowitz, 1990) establecen que esta forma viene dada por errores ocasionados por la presentación visual donde con frecuencia no hay o hay pocos ejemplos, de figuras no estándar o en posición no estándar, lo cual hace que se formen concepciones de representaciones prototípicas al momento de abordar estos conceptos. Creemos que la presentación insistente de triángulos siempre con base horizontal radica en que el concepto altura se utiliza también para medir altura de personas, de edificios entre otras cosas, lo cual hace pensar que siempre se debe tener una base horizontal para poder medir desde ahí. Asimismo, en la revisión se observan pocas actividades con respecto al circuncentro e incentro, baricentro y ortocentro, por lo cual, se necesitan actividades para reforzar estos conceptos, ya que hay libros, donde solamente se menciona que el circuncentro se encuentra dentro del triángulo si éste es acutángulo, fuera si es obtusángulo y sobre uno de los lados del triángulo si es rectángulo o que el incentro siempre se localiza en el interior del triángulo, pero no se proponen actividades donde el estudiante explore estas situaciones y de esta manera sea más productivo el aprendizaje.

Las representaciones encontradas en su mayoría son geométricas pero escasas, por lo que se sugiere revisar minuciosamente los contenidos matemáticos propuestos en los textos y proponer ejemplos, representaciones, actividades y problemas que favorezcan la vinculación entre las representaciones dadas y la definición del concepto, así como la identificación de los elementos esenciales de éstos, lo cual es necesario para comprender dicho contenido matemático. Como ya se mencionó, otras representaciones como las simbólicas podrían complementar la enseñanza de estos conceptos. Creemos que si se dan diferentes y diversas representaciones ayuda de alguna manera al estudiante comprender mejor los conceptos y por otra parte a no formarse concepciones erróneas o prototípicas respecto a ellos.

Por otra parte, el plan y programa de estudios 2011, que corresponde a nivel secundaria, sugiere que se trabaje el trazo y análisis de todas las rectas notables, sin embargo, el análisis de textos realizado indica que muchas de las actividades propuestas en los libros, se enfatizan más en el trazo de estas rectas dejando de lado su análisis, lo cual limita al desarrollo completo de estos conceptos. Asimismo este plan y programa propone que en la educación básica los alumnos sean capaces de

construir nuevos conocimientos a través de sus saberes previos lo cual implica: Formular y validar conjeturas, plantearse nuevas preguntas, comunicar, analizar e interpretar procedimientos de resolución, encontrar diferentes formas de resolver problema, entre otras cuestiones, sin embargo, muchas de las actividades propuestas en los libros analizados no conllevan a las situaciones mencionadas anteriormente. Por lo todo lo anterior consideramos que los libros de texto debieran complementar en su contenido, otros materiales ya sean software como GeoGebra, Cabri II Plus, entre otros, que permitan trabajar este contenido de una manera constructiva descubriendo sus propiedades, o material tangible lo cual es una manera de motivar a los estudiantes a trabajar dicho contenido.

Referencias

- Azcárate, C. (1997). Si el eje de ordenadas es vertical, ¿qué podemos decir de las alturas de un triángulo? *Suma: Revista sobre la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 25, 23-30.
- Barrantes, M., Zapata, M. A. (2008). Obstáculos y Errores en la Enseñanza-Aprendizaje de las Figuras Geométricas. *Campo Abierto*, 27 (1), 55-71.
- Cabero, J., Loscertales, F. (2002). *Elaboración de un sistema categorial de análisis de contenido para analizar la imagen del profesor y la enseñanza en la prensa*. Universidad de Sevilla. Grupo de tecnología Educativa. p. 1-25. En <http://tecnologiaedu.us.es/revistaslibros/ANALISIS.htm>
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *EMA*, 7(3), 251-292.
- González, M. T., Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la Enseñanza Secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias*, 22 (3), 389-408.
- Guillén Soler, G., González Quiza, E., García Moreno, M.A. (2009). Criterios específicos para analizar la geometría en libros de texto para la enseñanza primaria y secundaria obligatoria. Análisis desde los cuerpos de revolución. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 247-258). Santander: SEIEM.
- Gutiérrez, A., Jaime, A. (1996). Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio. En Giménez, J., Llinares, S. y Sánchez, M.V. (eds.). *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Ed. Comares. 1996, 145-169.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- SEP (2011). *Programas de estudio 2011. Educación Básica Primaria*. México.
- SEP (2011). *Programas de estudio 2011. Educación Básica secundaria. Guía para el maestro*. México
- Tall, D., Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-16.

¹Entendamos por tratamiento la forma en que se presentan los conocimientos a enseñar es decir, definiciones, ejercicios, actividades, representaciones, fenomenología.

² Significa Libro 1 (Primer grado) de la editorial 1. De tal forma que si se tiene L3E2, significa que nos referimos al Libro 3 (Tercer grado) de la editorial 2.