

# Las Prácticas Sociales de Modelación Multilineal de Fenómenos en el Aula

**Maria Esther Magali Mendez y Jaime L. Arrieta**

FM, Unidad Académica Acapulco, Universidad Autónoma de Guerrero  
México

mguevara83@hotmail.com

Socioepistemología – Nivel Medio, Superior

## Resumen

En este artículo reportamos cómo es que los actores de la puesta en escena de un diseño de aprendizaje, construyen lo multilineal, en el ejercicio de prácticas de modelación. Se toma a la modelación de un sistema de resortes como base para elaborar un diseño de aprendizaje, donde se trata a lo multilineal no como un objeto matemático, sino como herramienta creada al ejercer la modelación. En el diseño se establecen diferentes variables didácticas, por ejemplo, realizar la modelación a partir de datos “sin ruido”, “con ruido” o, considerar, la modelación del fenómeno físico. Las primeras dos variantes se realizan en papel y lápiz, mientras que en la tercera se ha trabajado con un sistema de ligas. Se ha aplicado el diseño a estudiantes de distintos niveles educativos, donde se ha mostrado que los actores consideran lo multilineal como modelos lineales disjuntos.

## Introducción

El objetivo del trabajo es aportar elementos de cómo es que los actores construyen lo multilineal al ejercer la modelación de la elasticidad de un sistema de resortes.

El presente trabajo se inscribe en la línea de investigación que desarrollamos un grupo de investigadores de la costa de Guerrero y que hemos llamado “las prácticas sociales en la emergencia del conocimiento matemático”. Esta línea, en forma sucinta, intenta dar explicación de cómo en el ejercicio de las prácticas sociales los actores construyen sus conocimientos como herramientas para intervenir en las diferentes comunidades donde participan. Llamamos práctica social a aquella actividad que se realice en comunidades no necesariamente científicas, es de nuestro interés aquellas que requieran o utilicen conocimientos matemáticos.

El proyecto está enfocado hacia la construcción de conocimientos, no como un proceso individual aislado, más bien como un proceso social de creación conjunta (Bruner, 1988). Desde este punto de vista se considera al sistema escolar como un sistema complejo en íntima relación con su entorno social, no se concibe un sistema escolar aislado. La cuestión fundamental es ¿Cuáles son las formas en que vive el conocimiento matemático en contextos escolares y no escolares? ¿Cómo es que los actores sociales utilizan los conocimientos en sus comunidades? (Arrieta, 2003).

Consideramos que las prácticas sociales están en íntima relación con las herramientas utilizadas, esto es por que al ejercer prácticas los actores construyen sus herramientas con las que han de actuar. A su vez estas herramientas modifican las prácticas.

Las prácticas sociales que ocupan el centro de nuestra atención son las prácticas de modelación. Cabe mencionar que, desde nuestro punto de vista, los modelos son considerados como herramientas creadas por los actores, al tratar de entender y predecir el comportamiento de un fenómeno, en este caso la elasticidad de un sistema de resortes. Destacamos la acción de predecir en las prácticas de modelación. Se concibe a lo multilineal como una red de herramientas y prácticas que es creada al modelar. En la modelación se construyen diferentes modelos, estos pueden ser numéricos, algebraicos o gráficos.

### **La perspectiva teórica**

La socioepistemología es el marco en el cual se inscribe nuestra investigación. Concibe los fenómenos educativos como complejos, donde confluyen dimensiones, como lo son las epistemológica, la didáctica y la cognitiva en contextos sociales concretos. Esta perspectiva imprime en nuestras investigaciones lo situacional y lo multidimensional (Cantoral y Farfán, 2002; Cordero, 2002; Arrieta, 2003).

La consideración de la dimensión social en nuestra perspectiva implica, modificar las demás dimensiones, en particular, lo social nos lleva a un plano donde se analiza los aprendizajes y la construcción de conocimiento por los actores en relación con el quehacer dentro de una sociedad.

Desde esta perspectiva intentamos comprender y adecuar nuestro diseño a los diferentes contextos de acuerdo a sus necesidades. A partir de esta óptica, no pretendemos dar sólo una definición de lo que es lo multilineal, sino más bien tratar de caracterizar la naturaleza de esta red de prácticas y de herramientas.

### **El Diseño**

Elaboramos un diseño basada en el ejercicio de la modelación utilizando la metodología de ingeniería didáctica adecuándola a nuestra perspectiva teórica. El objetivo del diseño es que los estudiantes construyan lo multilineal, no como un objeto matemático, sino como una red de herramientas o modelos creados en el quehacer matemático al tratar de entender un fenómeno. Se pretende que los estudiantes ejerzan una práctica y que por este medio construyan sus herramientas para predecir y entender el fenómeno, no se busca establecer una definición matemática sin vida. Como se menciona en el objetivo, la práctica propuesta es la modelación de la elasticidad de un sistema de resortes.

Las variables del diseño incluyen las características de la modelación, esta puede ser “modelación multilineal sin ruido”, “modelación con ruido”, “modelación multilineal presencial” y “modelación virtual”. A continuación se dará una visión general acerca de estas variables.

#### **Lo multilineal sin ruido**

Esta variante del diseño consiste en presentar al estudiante con papel y lápiz, una actividad llamada “la elasticidad de los resortes”, en esta secuencia se dan datos en una tabla, y hay una proporción establecida por el peso y el incremento de los resortes, donde por cada par de variables, se puede decir que su comportamiento es lineal.

### Lo multilineal con ruido

En esta variante del diseño, la tabla de datos es diferente a la dada en la de lo multilineal sin ruido, los datos no son estrictamente proporcionales y esto implica que cuando se tomen por pares las variables, no mostrarán un comportamiento lineal, esto causa problemas de concepción en los actores. La intención es que los estudiantes ajusten los datos a un modelo multilineal.

### Lo multilineal presencial

En esta variante del diseño se experimenta físicamente con la elasticidad de un sistema de ligas, con lo que se pretende que el estudiante ajuste un modelo que describa el fenómeno.

### Modelación virtual

Esta variante del diseño se apoya en un software que simula la elasticidad de un sistema de resortes y forma parte del proyecto de laboratorio virtual que desarrollamos el equipo de investigación de las prácticas sociales y la construcción del conocimiento antes citado.

El diseño cuenta con variables internas, como son la condición inicial dada en los datos, el incremento constante y la cantidad de ellos. También se habla de las variables de la puesta en escena, en donde intervienen el tiempo, el número de estudiantes que a su vez determina el número de equipos y la determinación de trabajar previamente lo lineal. Una variable mas es el sistema educativo, ya que esta propuesta puede realizarse a nivel medio superior y superior, en donde se tienen diferentes resultados que están acorde a los conocimientos del nivel.

El diseño y sus variantes esta basado en una red que relaciona prácticas de modelación con herramientas, particularmente es a lo que hemos llamado lo multilineal y se presenta en la figura 1.

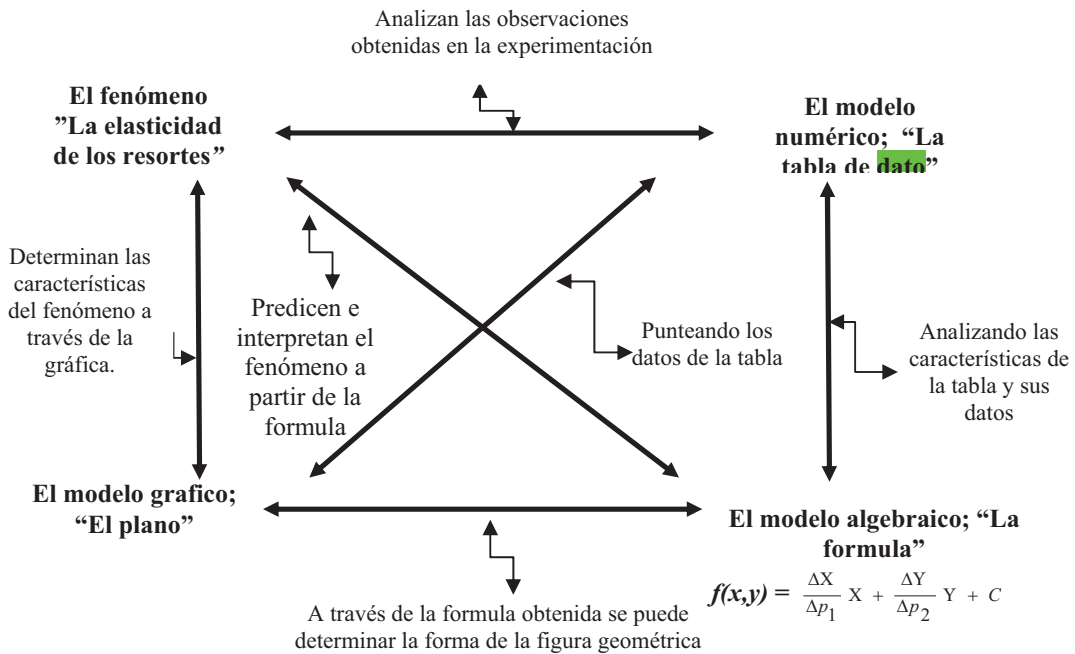


Figura 1. Lo multilineal: una red de prácticas y herramientas

### La interacción

A continuación exponemos algunas de las interacciones que surgen en la puesta en escena de la secuencia “Modelando la elasticidad de los resortes” (modelación con datos sin ruido). La parte inicial del diseño se muestra en la figura 2.

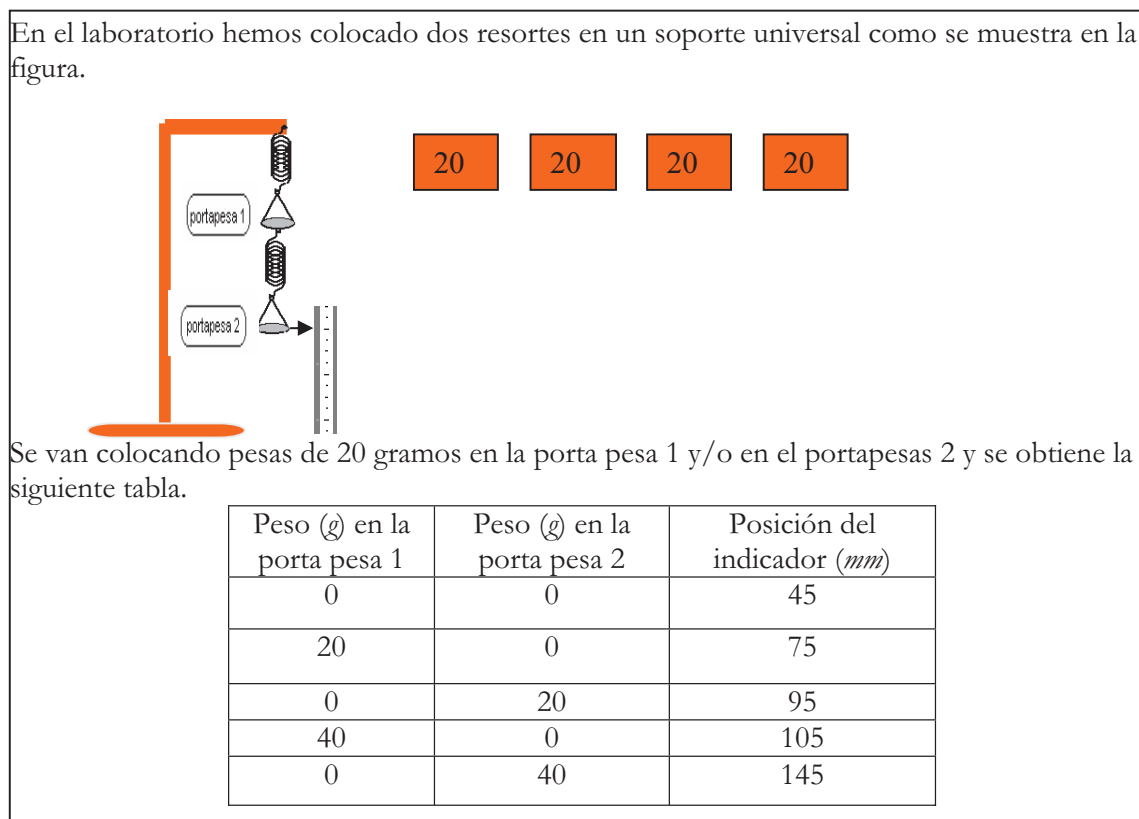


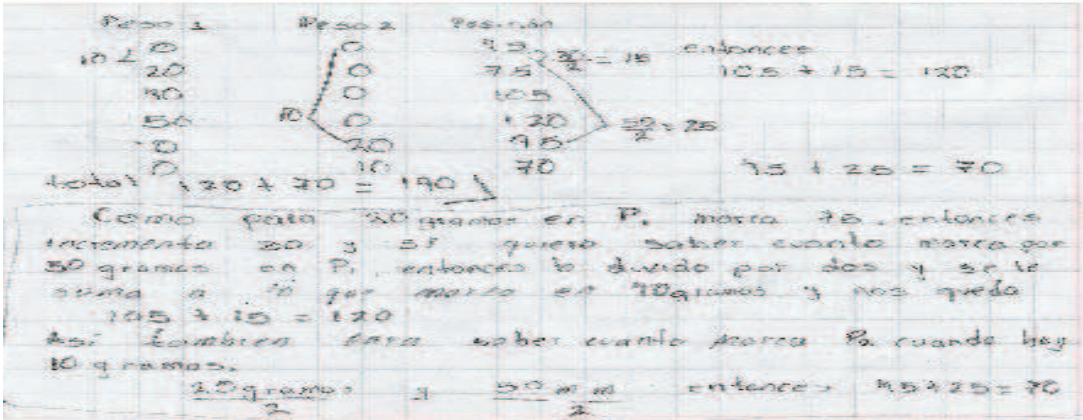
Figura 2. Primera parte del diseño modelando la elasticidad de los resortes

La primera parte del diseño consiste en describir el fenómeno y dar algunas características de la tabla de datos. Cabe hacer notar que cuando se trabaja con una tabla de datos sin ruido, los actores caracterizan la tabla como proporcional, en contraste con el diseño en donde se presenta una tabla de datos con ruido. En este caso, ellos comentan que la tabla no es proporcional, mencionan que los pesos no corresponden a una fórmula exacta y, en general, no intentan ajustar los datos a un modelo multilíneal.

Después que los actores intentan describir el fenómeno y caracterizar la tabla, se les pide realizar ciertas predicciones utilizando la tabla de datos. Por ejemplo, se pregunta sobre la posición del indicador si se colocan 50 gramos en la porta pesas 1 y 10 gramos en la porta pesas 2, también ¿Cuál será la posición del indicador si se colocan 17 gramos en la porta pesas 1 y 24 gramos en la porta pesas 2?

En las diferentes puestas en escena del diseño (con diferentes variables), las formas o métodos que los actores utilizan para predecir el comportamiento del fenómeno son similares a las que reporta Arrieta (2003) cuando aplica su diseño basado en la modelación lineal. Estos métodos

son el de bisección o promedio (método de Tales), regla de tres o el método de Leonel. Este último método consiste en encontrar cuánto se estira el resorte por gramo, multiplicando esta cantidad por el peso y sumando la posición inicial. Muestra de esto son las figuras 3 y 4.



dos procesos lineales disjuntos.  $P_1$  incrementa  $\frac{30}{20} = 1.5$  y  $P_2 = \frac{50}{20} = 2.5$  por gram  
 entonces para 17 en  $P_1$  y 24 en  $P_2$   
 tenemos  $17(1.5) + 24(2.5) + 45 = 130.5$

Figura 4. Encuentran cuánto se estira el sistema por un gramo colocado en el portapesas 1 y cuánto se estira por un gramo en el portapesas 2. Se multiplica el peso 1 por la primera cantidad y el peso 2 por la segunda, luego se

$$\text{suman junto con la posición inicial. } x(P_1, P_2) = \frac{\Delta x}{\Delta P_1} P_1 + \frac{\Delta x}{\Delta P_2} P_2 + x_0$$

Esta forma de concebir lo multilineal, como dos procesos lineales disjuntos, lleva a los actores a construir los modelos algebraicos y gráficos, como la suma de modelos lineales, esto se muestra en las figuras 5 y 6.

$$\left. \begin{array}{l} 45 + P_1(1.5) \\ 45 + P_2(2.5) \end{array} \right\} = 90 + P_1(1.5) + P_2(2.5)$$

Figura 5. Esta figura muestra el modelo algebraico utilizado por los actores, como consecuencia de concebir lo multilineal como dos procesos lineales disjuntos



Figura 6. Lo mismo ocurre con el modelo gráfico, los actores modelan al fenómeno con dos rectas disjuntas.

Los actores se agrupan en equipos y discuten sus puntos de vista hasta llegar a un consenso, posteriormente se discuten las posiciones de los equipos, los representantes de los equipos pasan al frente del grupo y argumentan sus conclusiones, para establecer consensos. La actividad tiene que ser dirigida por el instructor, con el objetivo de provocar que los actores reafirmen sus conclusiones o las modifiquen de acuerdo a los argumentos que se expongan. Citaremos una experiencia, en donde un estudiante de licenciatura argumentaba de la siguiente forma.

José Luis: Nosotros decimos que la forma en la que están viendo el experimento es la equivocada y les diré por que, cuando encuentran la fórmula (se refiere a la figura (5)) están tomando dos veces la condición inicial y eso quiere decir que ven el experimento de esta manera (figura 7), y ¡no!, el experimento es uno solo (figura 8).

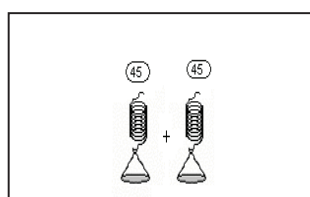


Figura 7

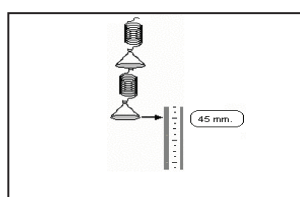


Figura 8

José Luis: Esto nos lleva a la pregunta ¿Dos fenómenos o un solo fenómeno? La respuesta aquí es clara estamos trabajando con un solo experimento, entonces tenemos que verlo así. Ante esta observación los otros estudiantes reformularon sus propuestas. Esto es lo que se desea, confrontar las conclusiones argumentando sus versiones, sin embargo no siempre los actores participan en este proceso.

## Conclusiones

A modo de conclusión, diremos que los actores trabajan lo multilíneal como dos procesos lineales disjuntos. Muestras de este hecho, son las formas en como analizan los datos de la tabla y llegan a establecer la fórmula, por otro lado, el plano no es utilizado como un modelo gráfico de este fenómeno. Se han realizado exploraciones a diferentes niveles y, hasta el momento, se ha observado que las herramientas y métodos de predicción utilizados son similares.

## Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de la modelación como proceso de matematización en el aula*. Disertación doctoral no publicada, Cinvestav, México.
- Artigue, M., Douady, R. y Moreno, (1995). Ingeniería Didáctica en educación Matemática. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bruner, J. (1988). *Realidad mental y mundos posibles*. Barcelona, España: Gedisa.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2002). Sur la sensibilité à la contradiction en mathématiques; l'origine de l'analyse complexe. *Recherches en Didactique des mathématiques* 22(2).

- Cordero, F. (2002). Lo social en el conocimiento matemático: los argumentos y la reconstrucción de significados. En J. Delgado (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 16, Tomo I, pp. 45-50). Chile.
- Mendez, M. y Arrieta, J. (2003). Las prácticas sociales de modelación multilineal de fenómenos en el aula. *Resúmenes de la VII Escuela de Invierno y VII Seminario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, México, 78-79.