

## Modelación en Matemática Educativa

Liliana Suárez y Francisco Cordero

Cinvestav-IPN

México

lsuarez@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx

Socioepistemología – Nivel Superior

### Resumen

El interés de la modelación matemática se ha incrementado en los tiempos recientes en todas las áreas de conocimiento y específicamente dentro de la educación desde hace una década por los alcances de las matemáticas en su relación con otras ciencias. En este escrito se reporta una investigación que estudia el reconocimiento de la modelación como una actividad necesaria para la reconstrucción de significados matemáticos. Se presenta un ejemplo de la modelación gráfica para resignificar la parábola y los modelos gráficos que se han identificado en el trabajo con situaciones de movimiento. Se discute la importancia de la identificación de categorías, como la modelación-graficación, para estudiar la introducción del saber matemático en el sistema didáctico.

### Categorías de conocimiento para el sistema didáctico

Toda sociedad necesita que el conocimiento que se adquiere en la escuela sea funcional, es decir, que se integre y se resignifique permanentemente en la vida (fuera de la escuela) para transformarla. El anclaje en el dominio matemático que se observa en las explicaciones y propuestas didácticas, que obliga a explicar la matemática desde la matemática misma, no toma en cuenta los otros dominios científicos ni, sobre todo, las prácticas de referencia que permitieron el surgimiento del conocimiento matemático (Cantoral y Farfán, 2003). Es necesario integrar en las prácticas del estudio de las matemáticas de las escuelas aquellas circunstancias que propiciaron (en términos epistemológicos) su aparición, para que su integración en la vida de los estudiantes sea funcional (Cordero, 2004).

La búsqueda de las prácticas de referencia obliga a romper la centración en los conceptos del discurso matemático escolar y dirige el camino hacia la rehabilitación de categorías del conocimiento matemático que provienen de la actividad humana. La modelación matemática es reconocida como una práctica científica y ha sido incorporada a la enseñanza de las matemáticas por la diversidad de significados que aporta (Blum *et al*, 1989), sin embargo, es necesario dar cuenta de las implicaciones teóricas que conlleva su incorporación en la escuela y de los cambios que se producen en la naturaleza de las matemáticas que se aprenden. El debate actual sobre el papel de las prácticas en la construcción de conocimiento matemático señala como una hipótesis que la graficación es la categoría que permite articular el uso de la modelación matemática y el uso de la tecnología en actividades matemáticas (Cordero, 2004).

A continuación presentamos un ejemplo de modelación gráfica para la resignificación de la parábola para plantear la problemática asociada a la variedad de usos de la graficación y sus implicaciones en la construcción de conocimiento matemático.

### Modelación gráfica: Un ejemplo de resignificación de la parábola

La parábola es uno de los contenidos comunes en el discurso matemático escolar (Campos, 2004). El énfasis con que se estudia depende de la asignatura en la que aparece. Por ejemplo en geometría analítica se destacan las relaciones entre los parámetros de la ecuación en sus forma ordinarias (que no necesariamente en su forma general) y las características de la curva.

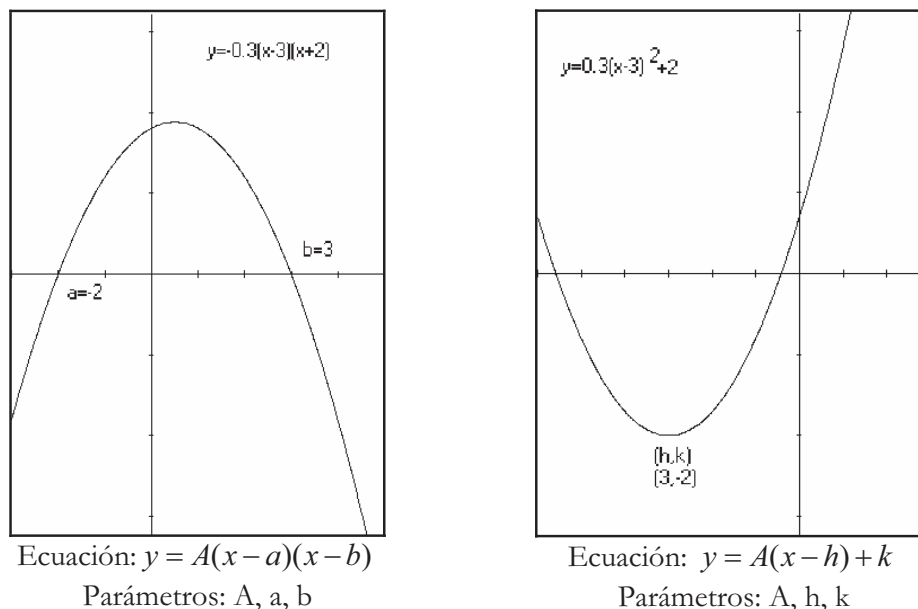


Figura 1. Asociación de las ecuaciones ordinarias y las gráficas de la parábola.

Esta orientación del sistema educativo ancla los significados, los procedimientos y los argumentos a los conceptos matemáticos de tal forma que no le ofrece al estudiante elementos para resignificar la parábola. La resignificación será la que propicie que el conocimiento sobre la parábola se constituya en una herramienta para resolver preguntas en otros momentos de su vida, dentro y fuera de la escuela, y en otros contextos. Trabajando con estudiantes de bachillerato, licenciatura y posgrado, y con profesores de matemáticas, se ha observado que recurren a trazos rectos para una primera representación gráfica de los cambios de posición en una situación de movimiento [Una persona se aleja 500 metros y regresa al punto de partida, en un total de nueve minutos]. Analicemos la diferencia entre los siguientes modelos gráficos para describir la situación.

El modelo lineal (véase figura 2a) permite describir la situación de movimiento a partir de la velocidad constante promedio. Se asignan valores contrarios para designar las velocidades de ida y de regreso. Estos elementos permiten asociar la pendiente con la velocidad en cada intervalo  $[0,4.5]$ ,  $[4.5,9]$ .

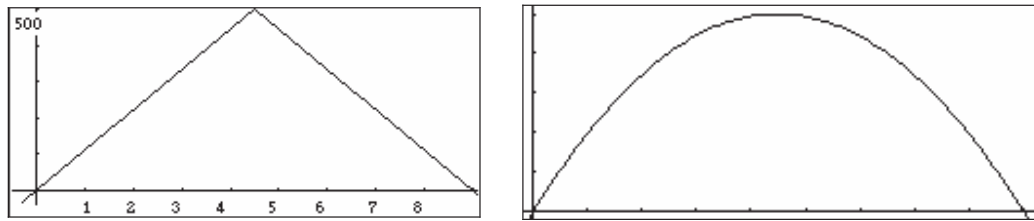


Figura 2. Modelos a) lineal y b) cuadrático para el movimiento de una persona

Retomando las ideas de la exploración lineal, con el modelo cuadrático (véase figura 2b) se genera un procedimiento de cálculo de la velocidad variable a partir de aproximaciones de velocidades promedio para intervalos más pequeños  $[0,1], [1,2], \dots, [7,8], [8,9]$ . Estos elementos permiten asociar la inclinación de la curva en un punto dado con la velocidad asociada en ese instante.

Una exploración de la situación con un modelo gráfico con trazos curvos no es espontáneo porque en esta actividad no aparece ninguno de los procedimientos analítico-algebraicos asociados a la parábola o a otras curvas conocidas que pueden proporcionar matices sobre la variación y lograr un esquema general del movimiento (Véase figura 3).

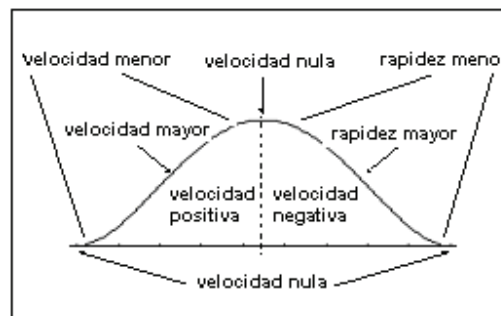


Figura 3. Un esquema general para el movimiento

### La graficación como una categoría que articula la modelación y la tecnología

Este ejemplo indica un uso de las gráficas preponderante en el sistema educativo en el que hay una centración en la representación algebraica. Sin embargo el potencial de la graficación puede ir más allá si se le considera en sí misma una modelación. Las características que debería cumplir son: 1) las gráficas se obtienen a partir de una simulación que lleva a cabo múltiples realizaciones y hace ajustes en el movimiento para producir un resultado deseable en la gráfica, 2) tiene un carácter dinámico que permite crear modelos gráficos que se convierten en argumentos para nuevas descripciones de movimientos, 3) propicia la búsqueda de explicaciones y enfatiza los comportamientos invariantes en las situaciones. Uno de los

propósitos de esta investigación es aportar las evidencias de que la práctica de la graficación soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación.

Con la finalidad de analizar la naturaleza de la modelación gráfica se han realizado diseños de situación a partir de actividades de modelación. La guía de estos diseños ha sido considerar a la graficación como la categoría que articule la modelación y la tecnología.

### Diseño de situación y puesta en escena

Todos los diseños tienen la misma estructura: se presenta una situación en un contexto físico, susceptible de ser reproducido, y se pide hacer una descripción de la situación en términos gráficos. A continuación se describe uno de los modelos gráficos que se han identificado en la situación de movimiento de una persona.

La gráfica de la posición de una persona que se aleja de un punto de partida una cierta distancia y regresa, pero en el trayecto se detiene un lapso de tiempo, tiene distintas formas de representación. En particular en la figura 4 se muestra la gráfica de una de esas posibilidades obtenida un ambiente tecnológico donde los estudiantes pueden ensayar el movimiento mediante múltiples realizaciones, se hacen ajustes al movimiento que realizan frente al sensor que capta la información de la posición con respecto al tiempo.

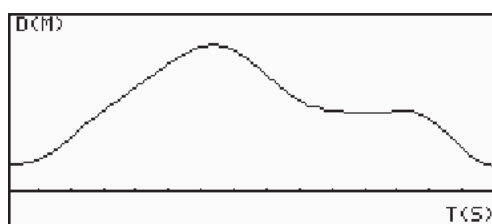


Figura 4. Gráfica obtenida con datos del movimiento de una persona registrados por un sensor y procesados en una calculadora gráfica.

Las múltiples realizaciones del movimiento permiten asociaciones de las características de la gráfica con las características de la posición y de los cambios de posición (velocidad). A continuación describiremos uno de los modelos gráficos que los estudiantes logran construir.

### El modelo gráfico de la vuelta

Al centrar la atención al intervalo de la gráfica que representa el punto donde se da la vuelta aparecen significados asociados al aumento y disminución de posición (figura 5a). Al llegar al punto más alejado la distancia comienza a disminuir en el regreso, hecho que se verá reflejado en la existencia de un punto máximo en la curva. Independientemente del grado de curvatura (más parecida a recta o no) en los intervalos de aumento y disminución de posición, el punto más alejado se encontrará en una vecindad con un trazo suave.

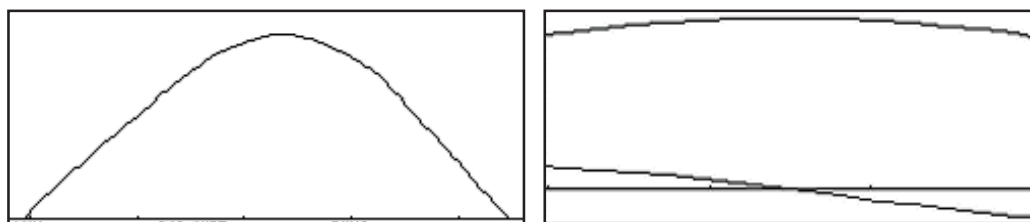


Figura 5. Modelo gráfico de la vuelta. a) Posición, b) Posición y velocidad

Hay otro grupo de significados asociados a la velocidad de este movimiento. En la vecindad del punto más alejado hay una disminución de velocidad que se asocia con la disminución en la inclinación de la curva en puntos cercanos, a la derecha y a la izquierda, del punto de altura máxima de la curva. De esta forma al punto máximo se le asocia una pendiente de valor cero. Analizando la gráfica obtenida de velocidad se completa el modelo asociando los valores de la velocidad (inclinación en la gráfica de la posición) con su gráfica (figura 5b).

### Resignificación del modelo gráfico

El diseño de situación incluye la resignificación de los modelos gráficos iniciales. De qué forma debe ser el movimiento realizado frente al sensor para obtener la representación inicial del movimiento. A partir de esta pregunta los estudiantes resignifican su primera representación del movimiento haciendo realizaciones al ensayar diversos movimientos y obtener el patrón gráfico deseado.

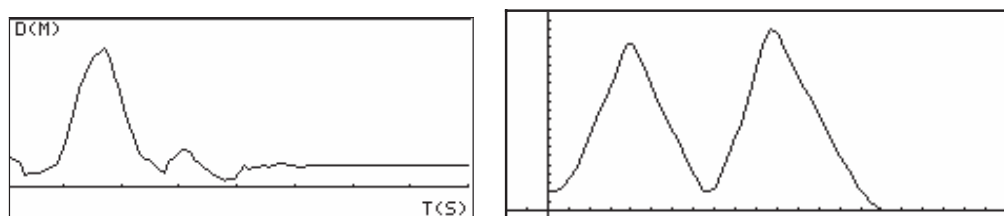


Figura 6. Gráficas con picos

### Conclusiones

Desde la perspectiva de investigación que busca la intervención del sistema didáctico, se buscan categorías de conocimiento. La graficación se estudiará como categoría que sirva de vehículo para implementar el trinomio modelación-graficación-tecnología en la construcción de conocimiento matemático en el salón de clases. Este proyecto de investigación tiene como objetivo la constitución de la epistemología subyacente en las actividades de modelación gráfica del movimiento y la construcción de diseños de situación apoyados en esta epistemología. La finalidad será explicar el papel de la práctica de la graficación en la resignificación del conocimiento matemático.

## Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J., Buendía, G., Ferrari, M., Martínez, G. y Suárez, L. (2004). Las Prácticas Sociales como Generadoras del Conocimiento Matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 17, (pp.418-422). México.
- Blum, W., Berry, J., Biehler, R., Huntley, I., Kaiser-Messmer, G. y Profke, L. (Eds.). (1989). *Applications and modelling in learning and teaching mathematics*. Ellis Horwood Limited Publishers.
- Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics* 58(3), 299-334.
- Campos, C. (2003). *La argumentación gráfica en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 6(2), 27-40.
- Cordero, F. (en prensa). La modelación y la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa* 21 IPN. México.
- Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático: los argumentos y la reconstrucción de significados. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 16, Tomo 1, (pp. 73-78). México.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 4(2), p.p.103-128.
- Rosado, P. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.
- Roth, W. y Bowen, G. (2001). Professionals read graphs: A semiotic analysis. *Journal for Research in Mathematics Education* 32(2), 159-194.
- SEP Libros de texto gratuito. Nivel Básico, Serie Ciclo Escolar 2003-2004.
- Suárez, L. (2002). *Actividades de simulación y modelación en el salón de clases para la construcción de significados del Cálculo*, (en preparación). Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Suárez, L. (2001). Las actividades de simulación y modelación en el salón de clases para la construcción de significados del Cálculo. En F. Cordero (Ed.). *Antologías*. Vol. 1, (pp.335-345). México.
- Suárez L., Carrillo C. y López J. (2004). Diseño de gráficas a partir de actividades de modelación. *Resúmenes de la Decimotercera Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. (p. 221).
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de maestría no publicada. Programa de Matemática Educativa, CICATA-IPN. México.