

Un Estudio sobre Interacciones y Comunicación en Educación Matemática a Distancia

Mario Sánchez y Rosa María Farfán

Cicata-IPN, Cinvestav-IPN

México

mosanchez@ipn.mx

Educación a Distancia – Nivel Superior

Resumen

Con base en el supuesto de que cuando se está tratando de comunicar una idea o un concepto matemático, lo que se comunica no es el objeto mismo, sino representaciones de éste, las cuales pueden manifestarse en contextos algebraicos, gráficos, numéricos y otros; nos cuestionamos acerca de los procesos de comunicación de tales representaciones en un medio escrito como los chat y los foros asincrónicos. En nuestra investigación hemos tratado de identificar y caracterizar los objetos ostensivos (Bosch y Chevallard, 1999) que son activados cuando se intenta comunicar una identidad matemática particular en situación escolar utilizando los medios de comunicación escrita, propios de la educación a distancia. En particular centramos nuestra atención en el fenómeno didáctico que hemos denominado *estabilización ostensiva*.

Introducción

La educación matemática a distancia, vía internet, es hoy una realidad en el escenario educativo mundial. El avance de la tecnología continúa abriendo nuevas posibilidades y modos de instrucción en esta área lo cual está originando que en México, cada vez más instituciones educativas se sumen con sus respectivas ofertas y propuestas educativas a esta nueva modalidad de instrucción. Como consecuencia de este crecimiento en el sistema educativo de nuestro país, cada vez más ciudadanos están recibiendo su formación profesional por este tipo de medios, aún y que desconocemos gran parte de las consecuencias didácticas y de los nuevos fenómenos que se generan en esta modalidad de instrucción.

Antes de continuar, nos gustaría aclarar nuestra concepción de lo que es educación a distancia: La educación a distancia es una forma de instrucción en la que estudiantes y profesores se encuentran interactuando en torno a un objeto de conocimiento, además de que entre los participantes de tal interacción existe un distanciamiento físico y la comunicación entre ellos se encuentra mediada por el uso de la computadora. En este tipo de escenarios (al igual que en otros escenarios de instrucción), la interacción es considerada por docentes e investigadores como un elemento fundamental de la práctica educativa:

El profesor, el estudiante, el objeto de conocimiento y los objetivos de enseñanza son los elementos de cualquier práctica educativa, pero es la interacción entre ellos la que determina dicha práctica. La interacción es entonces el elemento intrínseco de la efectividad de cualquier ambiente educativo, en la educación a distancia es el componente nuclear de toda estrategia instruccional. (Montiel, 2002, p. 25).

En el caso de la educación a distancia, el concepto de interacción puede ser mucho más amplio que el considerado en la educación presencial debido a que se consideran categorías de interacción¹ que son exclusivas de este tipo de escenarios dada la naturaleza tecnológica

¹ Un estudio sobre tales categorías de interacción puede ser encontrado en Sánchez (2003).

de los mismos. En nuestro trabajo hemos acotado el área de análisis, enfocándonos en el estudio de las interacciones de tipo estudiante – estudiante debido a que nos interesa conocer y caracterizar los fenómenos didácticos (en particular aquellos asociados a la comunicación de ideas matemáticas) que se pueden presentar cuando la figura del profesor no interviene en el proceso de interacción.

El escenario

Para desarrollar este estudio, se estuvieron registrando y analizando durante un semestre las interacciones realizadas entre algunos de los estudiantes del programa de Matemática Educativa a distancia del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional (Cicata-IPN) en México, Distrito Federal. Como estudiantes de este posgrado, los profesores² se encuentran involucrados en la resolución de diferentes actividades matemáticas a lo largo de sus cursos. Más adelante mostraremos algunas de las actividades matemáticas que se propusieron a los profesores y algunos de los resultados encontrados al analizar las interacciones generadas en la resolución grupal de las mismas.

La aproximación teórica

Para efectuar el estudio, fue necesario encontrar un elemento teórico-metodológico que cubriera nuestras necesidades de investigación, esto es, que nos permita mirar de una manera fina y detallada la interacción de los estudiantes insertados en un medio virtual y que dé un énfasis especial al rol de la comunicación durante las interacciones. La necesidad de localizar un instrumento metodológico con tales características nos llevó a indagar en los instrumentos metodológicos propuestos en la literatura especializada de educación a distancia para el estudio específico de interacciones entre estudiantes. En esta búsqueda se encontraron algunas herramientas metodológicas especialmente diseñadas para llevar a cabo las observaciones de las interacciones (ver Sánchez, 2003), sin embargo, dada la naturaleza de las mismas, el utilizar este tipo de metodologías nos permitiría mirar el curso y desarrollo de las interacciones de los estudiantes, pero nos ocultaría el papel que juega la comunicación en el surgimiento de objetos matemáticos durante las interacciones. Es así que la atención de nuestra búsqueda de un instrumento metodológico que se adecuara a las necesidades de nuestra investigación abandonó el campo de la educación a distancia, para enfocarse al campo de la investigación en Matemática Educativa con miras en realizar alguna adaptación teórica como lo proponen algunos investigadores:

The recent developments in technology and growing interest for using virtual means and online materials in the teaching of mathematics in general and [linear] algebra in particular necessitate a study of these phenomena from a educational point of view... [These studies] should explore theoretical frameworks that can explain mathematics teaching and learning in these environments. These research might include a look at the existing frameworks to verify if and how they fit into the new environments, and see what modifications are necessary to explain the new phenomena. (Oktaç, 2001, p. 502).

El instrumento metodológico que empleamos para el análisis de las interacciones entre estudiantes se basa en los supuestos teóricos establecidos en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1992) y en particular en el trabajo desarrollado por Bosch & Chevallard (1999) referente a la dimensión ostensiva de la actividad matemática. La TAD

² En la actualidad, la mayoría de los estudiantes de este posgrado son profesores de matemáticas activos.

establece que la actividad matemática se encuentra condicionada por objetos materiales, ya que los objetos matemáticos no son directamente accesibles a los sentidos; esto quiere decir que cuando se está trabajando con objetos matemáticos, en realidad se están manejando *representaciones* de los mismos. Es en este punto que la TAD establece una diferencia entre dos tipos de objetos: los objetos *ostensivos* y los *no ostensivos*:

Nous parlerons d'*objet ostensif* – du latin *ostendere*, <<montrer, présenter avec insistance>> – pour nous référer à tout objet ayant une nature sensible, une certaine matérialité, et qui, de ce fait, acquiert pour le sujet humain une réalité perceptible. Ainsi en est – il d'un objet matériel quelconque et, notamment, de ces objets matériels particuliers que sont les sons (parmi lesquels les mots de la langue), les graphismes (parmi lesquels les graphèmes permettant l'écriture des langues naturelles ou constitutifs des langues formelles), et les gestes. Les objets *non ostensifs* sont alors tous ces <<objets>> qui, comme les idées, les intuitions ou les concepts, existent institutionnellement – au sens où on leur attribue une existence – sans pourtant pouvoir être vus, dits, entendus, perçus ou montrés par eux-mêmes: ils ne peuvent qu'être *evoqués* ou *invoqués* par la manipulation adéquate de certains objets ostensifs associés (un mot, une phrase, un graphisme, une écriture, un geste ou tout un long discours). (Bosch y Chevallard, 1999, p. 90).

Según la TAD, cuando se está realizando una actividad matemática, los ostensivos asociados que se activan se manifiestan en diferentes *registros ostensivos*, como el registro oral, el registro escrito (que incluye gráficos y escrituras) y el registro gestual. Es en este momento que surge una de las preguntas centrales de esta investigación:

¿Cuáles son las características de los objetos ostensivos manifestados en la educación matemática a distancia?

Con la finalidad de ilustrar esta respuesta, a continuación mostraremos dos pequeños extractos de dos diferentes episodios de interacción entre estudiantes cuando éstos se encuentran discutiendo una actividad matemática asignada durante el curso

Sobre la articulación de discursos gráficos

La siguiente actividad fue discutida y solucionada por los estudiantes en un foro asincrónico. Elegimos analizar esta discusión porque la actividad requería de la formulación de argumentos en un contexto gráfico y nos interesaba conocer cómo se comunicaban tales ideas:

La actividad matemática

Estudie los efectos gráficos de variación de parámetros A, B, y C, y elabore explicaciones de los motivos de tales efectos gráficos.

$$y = Ax^2 + Bx + C$$

Enseguida se muestra la explicación que da uno de los profesores a la actividad anterior durante el desarrollo de un foro de discusión asincrónico y el posterior análisis de la misma:

<p>Actividad A1.1 Expuesto por Pablo .</p>	<p>5/22/2003 11:13 PM</p>
<p>A1.1.1 [304]</p>	

$$y=x^n$$

cuando $n=1$; obtenemos una recta que cruza el eje coordenado en el origen y su crecimiento será del tercer cuadrante al primer cuadrante, con un ángulo de inclinación de 45° .

[305] cuando n es par; la gráfica será una parábola con vértice en el origen; conforme aumenta " n " sus "brazos" serán cada vez más cerrados (se acercan al eje " y "), y los puntos más cercanos al vértice cada vez se pegan al eje " x " en el intervalo $(-1,1)$.

[306] Cuando n es impar: obtendremos una curva cuyo crecimiento será: en el lado negativo el "brazo" hacia abajo (para valores muy pequeños de " x " obtendremos también valores muy pequeños de " y ") con un punto de inflexión en el origen y en el lado positivo el "brazo" hacia arriba (para valores grandes de " x " valores más grandes de " y "); si aumentamos los valores de n los brazos serán cada vez más cerrados (se acercan al eje " y "); es decir su crecimiento es más rápido; mientras que en los puntos más cercanos al punto de inflexión la función se pega al eje " x " en el intervalo de $(-1,1)$.

Como podemos observar Pablo trata de articular un discurso que le permite describir características puntuales y globales de la representación gráfica de una expresión algebraica particular. Un discurso descriptivo de este tipo puede estar presente durante una situación de instrucción matemática presencial, muy probablemente en un formato oral-gesticular acompañado de algún gráfico en particular al que el discurso está haciendo referencia; sin embargo, dadas las características del foro asincrónico, el estudiante elabora un discurso escrito pero que en conjunto está haciendo referencia a características gráficas del objeto matemático, es decir, aunque el discurso se desarrolla en un registro escrito, la intención del estudiante es evocar un registro gráfico. Es importante destacar la utilización por parte del estudiante de *símbolos* dentro de su discurso gráfico: el medio escrito permite al estudiante la utilización de símbolos dentro de su discurso que en un discurso oral sería imposible de utilizar, por ejemplo, en lugar de utilizar expresiones como: "con un ángulo de inclinación de cuarenta y cinco grados", el estudiante utiliza el símbolo 45° para denotar la magnitud de inclinación de la recta. Pasemos ahora al análisis de la enunciación [305]. Nuevamente se presenta un discurso gráfico, pero con algunos elementos que le dan un carácter diferente al anterior discurso. Tratemos de aclarar lo anterior: El discurso presentado por Pablo en la enunciación [304], es un conjunto de palabras que describe las características de una representación gráfica *estática*, es decir, Pablo nos describe algunas características de la representación gráfica de una expresión en particular, $y = x$. En cambio, el nuevo discurso gráfico desarrollado en [305] nos describe comportamientos gráficos no estáticos que representan procesos y lo más interesante de esta situación es que utiliza una especie de *metáforas* (además de símbolos) para evocar dichos procesos. Por ejemplo, el empleo de palabras en el discurso gráfico tales como "vértice" u "origen", le permite al interlocutor hacer referencia a *características puntuales* de la representación gráfica en cuestión; en cambio el uso de palabras o frases como "brazos", "cada vez más cerrados" o "se pegan" dan la posibilidad al estudiante de representar *características globales* del gráfico e incluso referirse a procesos como lo hace Pablo para tratar de explicar el comportamiento gráfico de las ramas de la parábola al aumentar n en la expresión $y = x^n$. Pareciera ser que Pablo otorga

un estatus diferente a estas palabras metafóricas dentro de su discurso, ya que como podemos apreciar éstas son escritas entre comillas (el caso de “brazos”) o proporciona una explicación adicional sobre su significado (en el caso de “serán cada vez más cerrados”, refiriéndose a que las ramas de la parábola se acercan al eje de las ordenadas).

Sobre la adaptación de los ostensivos algebraicos y su estabilización

Como hemos podido apreciar, al verse imposibilitado a utilizar representaciones algebraicas tales como x^2 , el estudiante como parte de un proceso de adaptación al medio, utiliza modos de representación algebraica adaptados a la interfase como x^2 . Este fenómeno de la correspondencia entre los conceptos conocidos por el usuario de la computadora y su representación en la interfase ha sido denominado *correspondencia semántica directa*. Si los conceptos representados al interfase son diferentes de los conceptos habituales, la interfase obliga al usuario a hacer un esfuerzo de adaptación de sus conceptos a los que se le presentan. (Nanard, 1990, citado en Jean, 2000).

Un fenómeno que nos llama la atención, es que casi en la totalidad de las interacciones observadas, los estudiantes utilizan el símbolo “^” para denotar un determinado exponente, y lo utilizan sin dar una explicación previa sobre el significado de la notación; es muy probable que el origen de la utilización de dicha simbología este relacionado con la utilización de software matemático o calculadoras graficas, ya que en la mayoría de estas herramientas tecnológicas, la representación de expresiones exponenciales se realiza empleando este símbolo.

Finalmente, hemos encontrado que los procesos de interacción prolongados entre estudiantes (de varios días de duración) tienden a conducir hacia un estado de *estabilización ostensiva*, esto es, acordar de manera implícita el empleo de ciertos símbolos para denotar ideas matemáticas. Por ejemplo, en una discusión en que se involucraron dos estudiantes, constantemente hacían referencia a la expresión \sqrt{x} mediante las adaptaciones SQRT (x) y raíz (x) respectivamente. Después de analizar diferentes episodios de la interacción entre estos estudiantes fue notable encontrar que estas adaptaciones ostensivas se estabilizaban mediante el acuerdo implícito de la utilización de sólo uno de los símbolos por parte de ambos estudiantes, es decir, a partir de cierto momento en la interacción, los dos estudiantes se encontraban utilizando la expresión raíz(x) sin antes haber tenido un acuerdo al respecto. Este no fue el único caso observado en el que la acción de la interacción conducía a este proceso de estabilización.

Consideraciones finales

A pesar de que los medios de comunicación escrita propios de la educación a distancia no poseen herramientas de comunicación tales como el recurso oral o la gesticulación, esto no impide que los estudiantes puedan comunicar características gráficas, numéricas o algebraicas de los objetos matemáticos. Para comunicar tales ideas matemáticas es necesario realizar ciertas adaptaciones ostensivas.

Los procesos de interacción pueden facilitar la generación de consensos en la comunicación de entidades matemáticas como la que hemos denominado estabilidad ostensiva. Por esta razón probablemente sea necesario desarrollar proyectos de investigación que observen y reporten cómo este tipo de fenómenos evolucionan a lo largo del tiempo. Es así que la educación matemática a distancia se plantea como un campo de investigación fértil para la Matemática Educativa.

Referencias Bibliográficas

- Chevallard, Y. (1992). Concepts Fondamentaux de la Didactique: Perspectives Aportes par une Approche Anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 12(1), 73 – 112.
- Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1998). *Estudiar Matemáticas. El Eslabón Perdido entre Enseñanza y Aprendizaje*. México: Biblioteca del Normalista, SEP.
- Bosh, M. y Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(1), 77 – 124.
- Jean, S. (2000). *PÉPITE : un système d'assistance au diagnostic de compétences*, Disertación doctoral no publicada, Université du Maine, Francia. Obtenido en junio, 2003 del sitio web de Université Claude Bernard Lyon 1:
http://www710.univ-lyon1.fr/~sdaubias/these_HTML/soutenance/
- Montiel, G. (2002). *Una caracterización del contrato didáctico en un escenario virtual*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.
- Nanard, J. (1990) *La manipulation directe en interface homme – machine*. Disertación doctoral no publicada, Université de Montpellier II, Francia.
- Oktaç, A. (2001). The Teaching and Learning of Linear Algebra: Is it the same at a distance? En H. Chick, K. Stacey, J. Vincent y J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference, vol. 2* (pp. 501-506). Melbourne, Australia.
- Sánchez, M. (2003). *Un estudio sobre interacciones y comunicación en educación matemática a distancia*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México