

Una Caracterización del Contrato Didáctico en un Escenario Virtual¹

Gisela Montiel Espinosa

CICATA del IPN

México

gmontiel@ipn.mx

Educación a Distancia, Socioepistemología – Nivel Superior

Resumen

Los estudios o las investigaciones ligadas a los fenómenos de enseñanza y aprendizaje toman paradigmas diversos acordes a las teorías que han mostrado pertinencia dentro de la disciplina o área de conocimiento particular que se trate. En este sentido, al incursionar en la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en escenarios de educación a distancia, nos planteamos el *cómo viven los fundamentos teóricos de nuestra disciplina*, la matemática educativa, en dichos escenarios.

La idea central de nuestra investigación consistió en estudiar las interacciones entre el profesor, el alumno y el saber matemático, en condiciones particulares. La base teórica de la que partimos es la categoría *Contrato Didáctico* de la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997). Sin embargo, presentamos tres ampliaciones de aplicación de la teoría. Nuestro análisis del contrato didáctico se hace en un escenario virtual a diferencia del presencial de donde nace la teoría, los procesos de interacción se dan dentro de un programa de formación docente con el tratamiento de conceptos matemáticos de nivel superior, mientras que la teoría nace del estudio de fenómenos de la escuela elemental. Los diseños y las intervenciones del profesor, en la dirección de la *socioepistemología* (Cantoral, 2001b), impregnan las interacciones del sistema didáctico, de donde se desprendió una caracterización para el escenario específico observado. El elemento crucial para esta caracterización fue la negociación de significados y la construcción de argumentos en el alumno, de donde se localizaron episodios de interacción: *ruptura de la tradición escolar*, *adhesión al discurso*, *ruptura del contrato didáctico* y *devolución de la situación*, y *situación de aprendizaje* (Montiel, 2003).

Tomar a la noción de Contrato Didáctico como variable central para nuestro análisis mostró, a la luz de una reflexión teórica, un cambio de la noción misma de interacción en los escenarios de educación a distancia. Es decir, dado que el contrato didáctico no se reduce a las interacciones entendidas al nivel del contacto entre alumno y profesor, se convierte en el instrumento que nos permite ver cómo actúa el alumno en el *milieu*, y en ese sentido cómo es que se enfrenta a una situación problema negociando continuamente significados con su profesor. Es claro que estas interacciones toman características propias de cada escenario, pero no constituyen diferencias entre ellos, sino variables de control de cada uno. Con el análisis y los resultados obtenidos en la investigación encontramos que la interacción debe entenderse como la negociación de significados y la apropiación de conocimiento, de donde desprendemos que el contrato didáctico es una categoría teórica que vive como instrumento de análisis independiente de los escenarios.

¹ Esta investigación obtuvo el Premio Simón Bolívar 2003, que otorga bianualmente el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa a las mejores tesis de posgrado en Matemática Educativa y fue el título de una Cátedra Simón Bolívar en la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa celebrada en Chiapas, México, en Julio de 2004.

Aproximación socioepistemológica al problema de investigación.

La aproximación socioepistemológica en la caracterización de los episodios antes mencionados, incorpora al análisis de las interacciones del sistema didáctico *las prácticas sociales asociadas a la construcción del concepto de derivada*. Ello modifica la estructura del concepto matemático en juego y su funcionamiento en el escenario escolar en línea, de manera que se afectan las relaciones que se establecen entre los estudiantes y su profesor.

Esta aproximación teórica abandona el acercamiento a la derivada a partir de *la definición de límite del cociente incremental y la explicación de la secante que deviene tangente*, ya que ello deja de lado la actividad que rodeó, acompañó y dio significado a la derivada en su contexto de origen, y por el cual se constituye como un conocimiento matemático. Cantoral (2001a) ha documentado un fenómeno análogo al de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), pero parte de las *prácticas sociales* que dan origen y significado al concepto, no del saber erudito como concepto ya inmerso en la cultura matemática. Cantoral encontró que fue la idea de *predicción* la que generó una cantidad considerable de resultados matemáticos y que sirvió como base de la actividad matemática a partir del siglo XVII. Por esa razón, se requiere entender cuáles son los mecanismos funcionales que operan la relación, considerada dialéctica, entre las nociones de *predicción*, propia de las ciencias físicas y de la ingeniería, y de lo *analítico*, peculiar de las matemáticas (Cantoral, 2001a).

Bajo esta perspectiva, el conocimiento matemático en juego cambia radicalmente en los escenarios escolares, porque entonces no se busca trabajar con la derivada o sus estructuraciones conceptuales, sino modelar, medir, aproximar, calcular, en situaciones de variación para generar, a través de diseños pertinentes, la necesidad de una herramienta matemática que explique y resuelva dichas situaciones. Esta perspectiva teórica recibe el nombre de *socioepistemología* y asume que la *noción de derivada sólo será adquirida hasta que ésta sea vista como una organización de las variaciones sucesivas* (Cantoral y Farfán, 1998).

Un Escenario Virtual

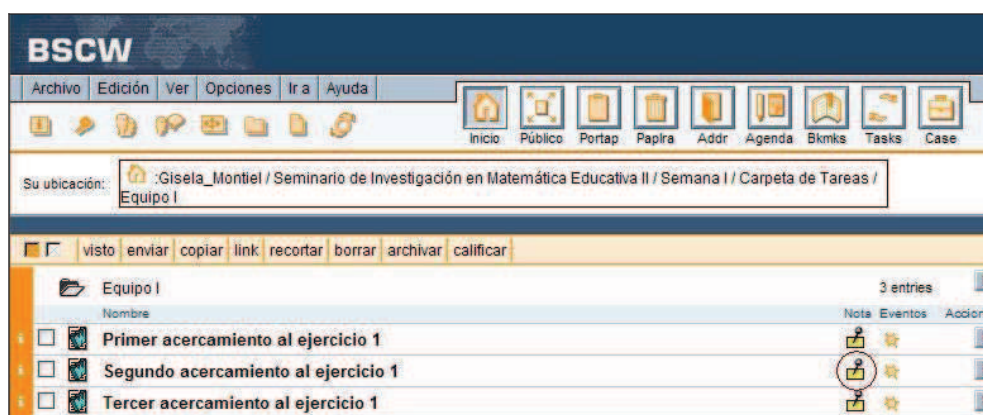
Las interacciones analizadas se tomaron de un Seminario de la Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, del CICATA del IPN que se desarrolla en la modalidad *en línea*. El ambiente tecnológico donde se llevó a cabo el Seminario fue la plataforma de trabajo BSCW (Basic Support for Cooperative Work) que facilitó el trabajo a través de Internet, organizando los contenidos del seminario en carpetas de documentos. En la plataforma se abrió una carpeta por cada semana de trabajo (cuatro en total), una carpeta para la Biblioteca y se colocó un documento general que presentaba el contenido del seminario y exponía la dinámica de trabajo.

La Biblioteca contenía artículos de investigación en formato digital, videos, presentaciones e hipervínculos a sitios en la Web. Cada semana tenía un calendario, un conjunto de actividades, el foro de discusión correspondiente al tema de la semana y una carpeta para que los estudiantes colocaran sus tareas (resueltas en Procesador de Texto Word que incluían imágenes de diversas herramientas de graficación).

Todo esto constituye un espacio educativo a distancia, comúnmente denominado *virtual*, de carácter *asíncrono*, cuyos medios de interacción directa, entre profesor y estudiantes, fueron

solamente los foros de discusión y el correo electrónico. Sin embargo, para efectos del análisis realizado en (Montiel, 2002), se consideraron exclusivamente las interacciones del foro de discusión.

El foro de discusión fue de fundamental importancia, en él se llevaron a cabo las intervenciones que, por parte del profesor, llevaron al estudiante a la *resignificación* del concepto de derivada. El foro se dio de dos tipos, uno que iniciaba con una pregunta por parte del profesor y el otro que surgía de las dudas sobre las actividades resueltas por el estudiante o los equipos de trabajo (que estaba asociado al archivo con las respuestas a los ejercicios, ver Pantalla) y en los que intervenía el profesor con observaciones y nuevas preguntas.



La modalidad *en línea* y sobre todo el carácter *asíncrono* de las interacciones dio oportunidad a la consulta bibliográfica sin restricción, a intervalos amplios de reflexión y al uso de herramientas didácticas (como software para hacer gráficas) para la resolución de los ejercicios.

BSCW registra, con día y hora, todos los movimientos que el usuario hace en la plataforma, desde visitar, crear o borrar las carpetas; abrir, guardar, borrar o colocar documentos; participar en los foros y editar o borrar las participaciones.

El papel de la práctica social en las interacciones del sistema didáctico.

El diseño del curso, las interacciones del sistema y en análisis de resultados se reportan completos en (Montiel, 2002). Para efectos de este escrito mostraremos un extracto de la situación de aprendizaje que caracterizamos en nuestro trabajo. Después de la resolución de una serie de ejercicios tradicionales complejos los estudiantes resolvieron un ejercicio no tradicional que pedía indicar los intervalos en los que una función y sus derivadas de primer, segundo y tercer orden eran positivas. La única información sobre la función que proveía el ejercicio era una gráfica, por lo que para responder dónde $f > 0$, $f' > 0$ y $f'' > 0$ se usó el recurso de dibujar sobre la curva (en diferente color) los intervalos respuesta. Sin embargo, y como ya se reporta en (Cantoral y Farfán, 1998), los estudiantes carecen de herramientas algorítmicas o analíticas para responder dónde $f''' > 0$. De aquí se desprende la interacción más significativa entre estudiantes y profesor, justo cuando entra en conflicto el conocimiento previo con una nueva pregunta.

Después de algunos intentos, un equipo de estudiantes propone²:

² Este extracto se obtuvo directamente de la tarea entregada por el equipo ya que todas eran entregadas en formato Word.

Cada vez más cerca de f'''

Buscamos a partir de la gráfica de la función f generar argumentos geométricos de la variación de f para obtener el signo de f' , de la variación de f' para obtener el signo de f'' y de la variación de f'' para obtener el signo de f''' .

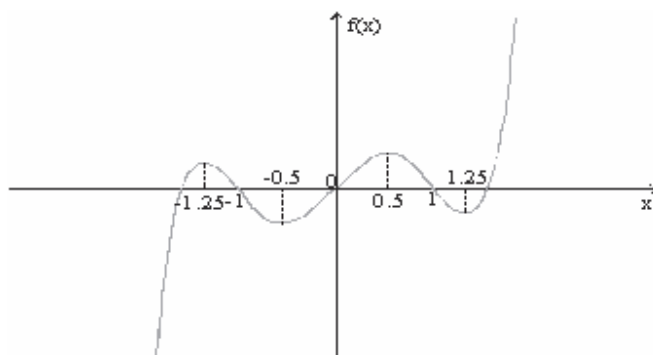
Nos basamos en el hecho de que si una función f es creciente en un intervalo entonces su derivada primera es positiva o cero. Para que f sea creciente y su derivada primera valga 0, debería tener un punto de inflexión con tangente horizontal, cosa que no ocurre en la gráfica de la función que se nos presenta.

Para esta función podremos decir que si f es creciente en un intervalo entonces su derivada será positiva en dicho intervalo.

Siguiendo un razonamiento análogo podríamos decir que si f' es creciente entonces $f'' > 0$ y si f'' es creciente entonces $f''' > 0$.

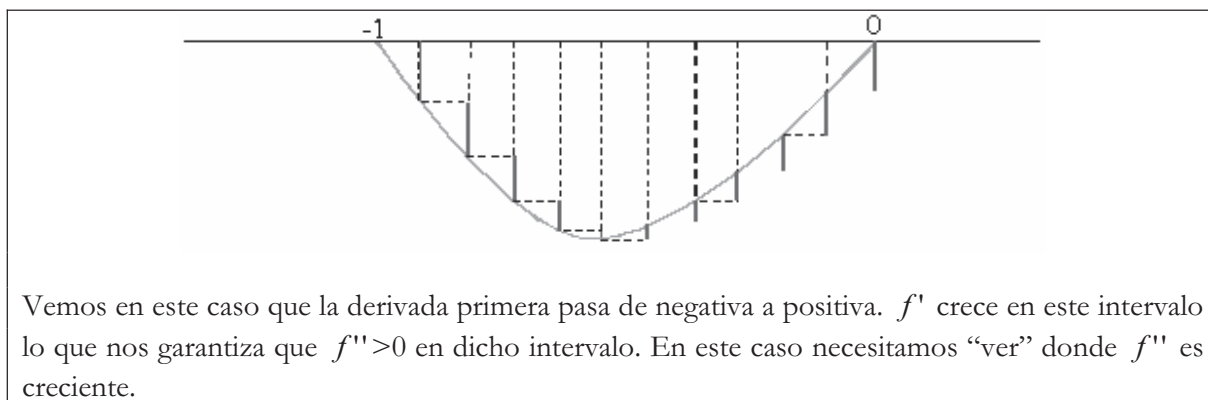
Las restricciones serían similares a las ya expuestas. Para marcar la zona de la gráfica en la $f' > 0$ necesitamos ver que f sea creciente. Los valores que se tomaron son arbitrarios. El razonamiento es independiente de los mismos.

En la siguiente gráfica podemos observar que en los intervalos $(-\infty, -1.25)$, $(-0.5, 0.5)$ y $(1.25, +\infty)$ la función f verifica la definición de función creciente:
 $\forall x_1 \in I, \forall x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$



De todo lo anterior afirmamos que $f' > 0$ en dichos intervalos.

En este caso necesitamos “ver” que f' sea creciente para realizar un razonamiento similar al del problema 2. Para ello tomamos el intervalo $(-1, 0)$ (por ejemplo), lo dividimos en intervalos infinitesimales iguales y construyendo los respectivos triángulos característicos podemos apreciar la variación de la derivada primera en los segmentos verticales.



Esta respuesta y el análisis que hacen los estudiantes del problema están orientados por la intervención que ha tenido el profesor en el transcurso de las interacciones, y que forma parte del diseño basado en la práctica de predicción en situaciones de variación y cambio.

Cantoral y Farfán (2004) resaltan, con ejemplos particulares, cómo para Leibniz y Newton los objetos de estudio son las curvas, trayectorias y ciertas expresiones analíticas. En estos ejemplos podemos observar los argumentos de variación con apoyos geométricos y analíticos que más adelante L'Hospital (1696) y Agnesi (1748) expondrán en forma sistemática en obras concebidas para la difusión del cálculo. Castañeda (2000 y 2004) en un amplio estudio de estas obras de difusión y enfocado al punto de inflexión distingue dos caracterizaciones de este *concepto*: la geométrica y la analítica. En la caracterización geométrica se destaca el uso de las magnitudes (ordenadas) y el análisis de las curvas a través de la comparación (diferencia) entre éstas (señalando el crecimiento o decrecimiento dependiendo el signo de las diferencias). Justamente ésta caracterización constituye uno de los argumentos que presentaron los estudiantes para responder dónde la tercera derivada de una función, representada únicamente por su gráfica, es positiva.

Conclusiones Finales

Plantear un diseño escolar y hacer la devolución de la situación problema con base en la concepción de la derivada como la organización de las variaciones sucesivas, provoca la construcción de argumentos predictivos similares a aquellos que explican y caracterizan la obra matemática en su origen, y que le dan significados que hoy se han anulado con las presentaciones algorítmicas. Con esta presentación de la derivada se vieron modificadas las interacciones del sistema a nivel del lenguaje, del uso de distintos contextos para las argumentaciones y de los procesos de validación de sus conjeturas. Estos comportamientos son intencionados, a través del diseño que parte de una *epistemología basada en las prácticas sociales*³ que producen o favorecen la necesidad de los conceptos matemáticos. En el caso particular del fenómeno didáctico que analizamos la base es la *práctica social de la predicción mediante la matematización de fenómenos de cambio*.

³ Esto podría caracterizar en primera instancia el término socioepistemología, del cual nace toda nuestra reflexión.

Referencias Bibliográficas

- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. En N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland y V. Warfield (Eds). Holanda: Kluwer Academic Publishers
- Cantoral, R. (2001a) *Matemática Educativa. Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2001b). Sobre la construcción social del pensamiento matemático avanzado. En Domínguez, J. A. y Sierra, M. (Eds.), *Actas de la Semana de las Matemáticas: Tendencias Actuales de las Matemáticas, su Historia y su Enseñanza*. Salamanca, España.
- Cantoral, R., y Farfán, R.M. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo*. México, Thomson.
- Cantoral, R. y Farfán, R.M. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon* 42, 353 – 369.
- Castañeda, A. (2000). *Estudio didáctico del punto de inflexión, una aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.
- Castañeda, A. (2004). *Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión: una aproximación socioepistemológica*. Disertación doctoral no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México
- Chevallard, Y. (1991) *La Transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Aique.
- Montiel, G. y Farfán, R.M. (2003). El contrato didáctico en el escenario virtual. En J.R. Delgado (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (Vol. 16, Tomo II, pp. 803 - 809). México.
- Montiel, G. (2002) *Una caracterización del contrato didáctico en un escenario virtual*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.