

La Modelación y las Gráficas en Situaciones de Movimiento con Tecnología

Araceli Torres y Liliana Suárez

CECyT 10, CICATA-IPN, Cinvestav-IPN

México

araceli_t_b@hotmail.com, lsuarez@cinvestav.mx

Socioepistemología – Nivel Superior

Resumen

Con este trabajo se da cuenta de los aprendizajes que logran los estudiantes del nivel bachillerato al trabajar con un problema de una situación real de movimiento empleando tecnología como son los sensores (dispositivos transductores) y calculadora graficadora. La aproximación socioepistemológica sirvió de sustento para realizar un análisis previo, el cual nos permitió identificar tres usos de las gráficas: construcción de gráficas utilizando la regla de correspondencia entre dos variables, gráficas por operaciones gráficas y la graficación por medio de la simulación de un fenómeno físico empleando tecnología. El trabajo con estudiantes nos permitió caracterizar el uso de las gráficas a partir de las actividades de modelación con las características del Comportamiento Tendencial de las Funciones.

La modelación y las gráficas en aprendizaje de las matemáticas del bachillerato

Una de las tendencias actuales, derivadas de la incorporación de la tecnología y de la investigación sobre los ambientes de aprendizajes, señala que las estrategias para el mejoramiento de la educación se deben ocupar preferentemente del aprendizaje, de lo que logra el estudiante más que de lo que hace el profesor. Aquí se trata de mejorar los espacios de aprendizaje escolarizados destacando la participación del profesor y, al mismo tiempo, brindar a los estudiantes la oportunidad de que se responsabilicen de su aprendizaje y logren cierto nivel de autonomía en sus necesidades de aprendizaje. Esto es, garantizar las condiciones y crear ambientes propicios en los que el estudiante tenga el control del proceso o, por lo menos participe activamente, y pueda hacer por sí lo que, a veces, la institución no le brinda. Para atender esta necesidad la Academia Institucional de Matemáticas del Nivel Medio Superior del Instituto Politécnico Nacional cuenta con un Plan de Trabajo que actualmente se concreta en un Programa de Mejoramiento del Estudio de las Matemáticas (AIM-NMS-IPN, 2000) el cual contiene un conjunto de proyectos que se vinculan entre sí.

Este trabajo de investigación se inscribió en el proyecto “La tecnología como una herramienta para la comprensión y el uso de las matemáticas”, que tiene como una de sus metas la instalación de laboratorios de matemáticas con tecnología en el NMS-IPN, generando y aprovechando la investigación sobre el aprendizaje que se logra con el uso de tecnología. Este proyecto de investigación estudia las características del aprendizaje que se logran cuando se incorporan dispositivos de transducción y calculadoras con poder de graficación, para el registro, el análisis y la interpretación de datos diversos en el salón de clases, en las experiencias de aprendizaje con alumnos del NMS-IPN. La hipótesis fundamental de este trabajo es que la tecnología genera un nuevo uso de las gráficas.

El uso de las gráficas desde una perspectiva socioepistemológica

La aproximación socioepistemológica sostiene que la construcción de conocimientos debe estar en correspondencia con la modelación y el uso de la matemática, es decir, con el lenguaje de herramientas que resulta de la actividad humana (Cordero, 2001). Además, toma en cuenta cuatro dimensiones para abordar las problemáticas que estudia. Esta perspectiva es propicia para investigar los nuevos usos de las gráficas que se generan con el uso de la tecnología. A partir de una revisión de libros de texto (Phillips, 1999, por ejemplo) y trabajos de investigación en Matemática Educativa (Cordero y Solís, 2001; Cantoral y Montiel, 2001; Suárez et al, 2003) se han identificado tres usos que describiremos a continuación.

Una problemática para el uso de las gráficas

El primer uso se refiere a la construcción de gráficas utilizando la relación de correspondencia entre dos variables, es decir, localizar parejas de puntos ordenados a partir de la relación algebraica, este procedimiento se encuentra frecuentemente en libros de texto del Nivel Medio y Nivel Medio Superior (Véase Figura 1).

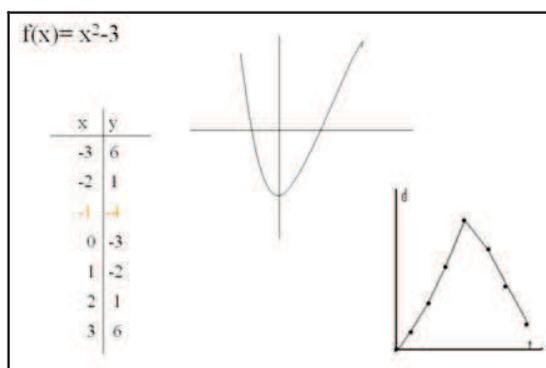


Figura 1. Uso de las gráficas a partir de su expresión algebraica

Un segundo uso es la graficación por operaciones gráficas, ejemplo de este uso se observa en los diseños de situación de Cordero (2001) en los que se pide explorar lo que sucede cuando a la gráfica de una parábola (función prototipo) se le suma una recta o se multiplica por una constante observando los efectos gráficos y a partir de ellos modelar comportamientos de funciones. Este tipo de trabajo de operaciones con gráficas lo podemos encontrar en Quiroz (1989) y, particularmente, en Cordero (2001) p. 39 [Véase Figura 2].

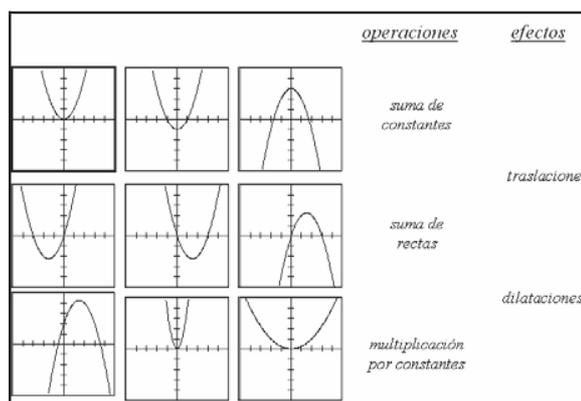


Figura 2. Uso a partir de operaciones gráficas

Un tercer uso se refiere a la graficación por medio de la simulación de un fenómeno físico empleando tecnología, éste es el enfoque especial de este trabajo. Con este marco descrito se formularon las preguntas de investigación siguientes: ¿en que sentido logran tener una visión

global y local de la gráfica?, ¿qué construcción del conocimiento alcanzan a hacer, decir y discutir con respecto a la pendiente?

Taller extracurricular de modelación: el escenario de la investigación

Para dar respuesta a las preguntas planteadas en esta investigación, se implementó un taller extracurricular los sábados de cuatro sesiones de tres horas cada una en una escuela de Nivel Medio Superior. Las dos primeras estuvieron enfocadas a que los alumnos se familiarizaran con las modalidades de trabajo (trabajo en equipo y discusión grupal); con la tecnología (calculadora graficadora, transductores y sensores); con el tipo y estructura de las actividades del taller (descripciones gráficas de fenómenos de movimiento y de temperatura) y con la toma de registros de audio y video, fotografías, y escritura de un reporte (Suárez 2000).

En la tercera sesión asistieron dieciocho estudiantes, se formaron seis equipos de tres alumnos con un monitor cada uno, la función del monitor fue la de animar a que los integrantes del equipo expresaran en voz alta lo que estuvieran pensando, estar atentos a todas las observaciones que ellos hicieran, así como también recordarles que tenían que elaborar un reporte de la actividad.

Situación de modelación del movimiento con tecnología

La situación de aprendizaje que se usó consiste en hacer la gráfica del movimiento de una persona que se aleja de un punto de partida hasta 500 metros, para luego regresar y sólo dispone de nueve minutos. Pero durante dicho trayecto se detiene cuatro minutos.

Los estudiantes hacen una descripción gráfica de la posición y de la velocidad, discutiendo sobre la inclinación de las rectas, aun antes de realizar la simulación y obtener las gráficas con la tecnología. Ellos pudieron relacionar la representación verbal con la representación de la simulación, identificaron los intervalos de cambios de velocidad, con respecto a la pendiente podemos afirmar que identificaron en la gráfica que una recta con menor inclinación representaba que su velocidad era más lenta que aquella que tuviera mayor inclinación, transitaron entre las diferentes representaciones que estaban en juego como son la verbal, la gráfica y por supuesto la de la simulación.

Con la secuencia propuesta ocurre de forma natural una interacción entre las gráficas de los estudiantes y los significados asociados con las gráficas que resultan de simular con el uso de la tecnología la situación del movimiento establecida. Una de las variables que se determinan en la situación es la instrucción de construir una gráfica que represente la situación antes de la simulación con tecnología. Una vez que los estudiantes hayan logrado hacer la gráfica del movimiento sin el uso de tecnología, pasarán a realizar la simulación del fenómeno con el sensor y la graficadora. El sensor toma datos de tiempo y distancia que transfiere a la calculadora, ésta a través de sus programas los guarda en listas l1, l2, l3 y l4 que representan respectivamente el tiempo, la distancia, la velocidad y la aceleración, de esta manera se obtienen la gráfica de la distancia contra tiempo, la velocidad contra tiempo y la aceleración contra tiempo.

Los ciclos de exploraciones, discusiones y reflexiones de *situación-simulación-situación* permiten incorporar los significados generados por los estudiantes para la construcción de una apreciación cualitativa y cuantitativa de la velocidad durante el recorrido a partir de la gráfica de la posición con respecto al tiempo. [Véase Figura 4] En este sentido la actividad de aprendizaje planteada permite la construcción de conocimiento a partir de la simulación y modelación.

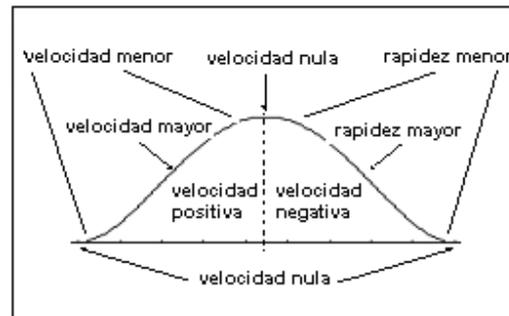


Figura 3. Descripción cualitativa de la velocidad

Logros de los estudiantes al trabajar la situación de modelación del movimiento

Visión global de la gráfica

Todos los equipos lograron hacer una gráfica correspondiente a los cambios de posición. Las primeras descripciones son principalmente a través de trazos rectos, sin embargo hay equipos que logran trazos curvos. La naturaleza de la tarea, es decir, partir de una situación para graficarla, hace que los estudiantes recurran a todo lo que saben para lograr la gráfica que se pide.

Los equipos pudieron relacionar adecuadamente la representación verbal con la representación de la simulación, ya que pudieron realizar la simulación de la situación planteada sin ningún problema. Al observar las gráficas obtenidas con el sensor y la calculadora graficadora, se dieron cuenta que los trazos no siempre deberían de ser rectos.

Visiones locales de la gráfica

Sólo un equipo conformado con alumnos de quinto semestre pudieron terminar claramente los intervalos de velocidad como rápido, detenido y más rápido en la gráfica.

Todos los equipos pudieron identificar sin problema en las gráficas los intervalos de cambios de velocidad, así como también lograron establecer las relaciones que existían entre las gráficas de la posición y velocidad como los intervalos donde la velocidad es constante, cuando se hace cero, cuando es positiva y cuando es negativa.

Construcción con respecto a la pendiente

Tenemos evidencias de participantes que discuten acerca de la inclinación de las rectas que aparece en la gráfica de la posición, y que la relacionan con el sentido de la velocidad (positiva o negativa). Dado que no tenemos transcripciones de todos los equipos no podemos dar cuenta de lo que pasó, sin embargo, creemos que las intervenciones fueron aprobadas y adoptadas por todo el grupo. Con respecto a la pendiente podemos afirmar que todos los estudiantes lograron identificar en la gráfica que una recta con menor inclinación representaba que su velocidad era más lenta que aquella que tuviera mayor inclinación, y que era positiva cuando iba de ida y negativa cuando iba de regreso.

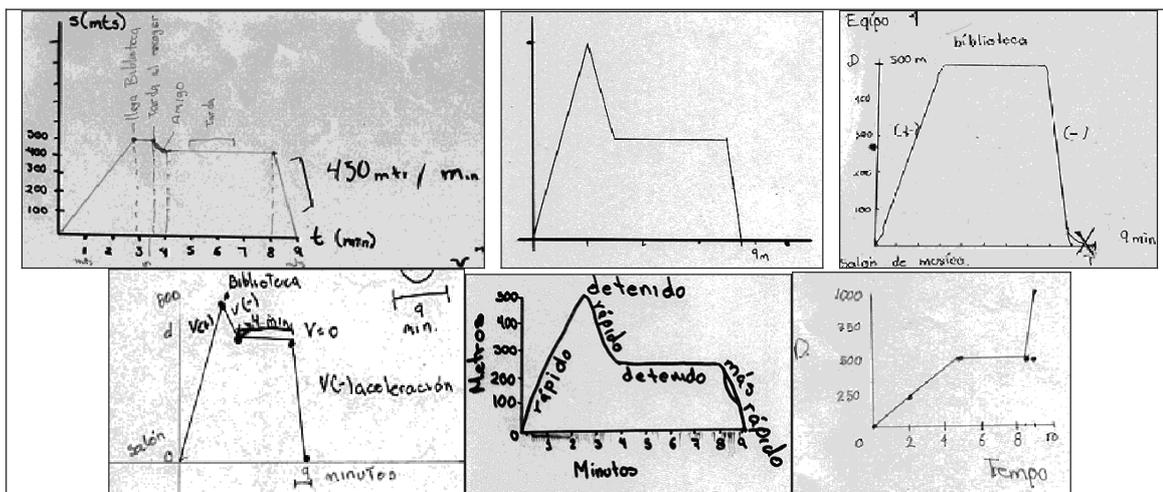


Figura 4. Descripción gráfica de la situación de movimiento.

Las actividades de modelación con tecnología permite tener una visión global y local, tanto cualitativa como cuantitativa de la gráfica, en la que los estudiantes pueden explorar y dar explicaciones de lo que sucede con la situación, por lo que será necesario plantear problemas de situaciones reales en las que los estudiantes puedan transitar con facilidad entre las diferentes representaciones: simulación, verbal, tabular, gráfica y algebraica antes y después de usar la tecnología. Las actividades propuestas a los estudiantes deben estar encaminadas a generar conocimientos matemáticos integradores.

Un marco para describir un nuevo uso de las gráficas

Tomando en cuenta la revisión anterior podemos caracterizar el uso de las gráficas a partir de las actividades de modelación con las características del Comportamiento Tendencial de la Funciones (Cordero, 1998), de acuerdo con el siguiente análisis:

Los significados y sistemas simbólicos se encuentran directamente en las gráficas, estos significados pueden detectarse a través del análisis cualitativo y cuantitativo de las gráficas de la posición y de la velocidad. Los significados se verán reflejados en las relaciones que los estudiantes logren establecer, es decir, a través de las gráficas de la posición y de la velocidad se pueden identificar intervalos que indiquen cuándo el movimiento es más lento, más rápido o el cuerpo se detiene, cuándo la velocidad es positiva o negativa. Con respecto al análisis cuantitativo (que no se tomó en cuenta en esta investigación) las expresiones analíticas de la posición (función primitiva) y la velocidad, se pueden describir mediante funciones a trozos. O bien, una vez encontrada una de las funciones obtener la segunda por medio de las operaciones de derivación o integración.

La base de los procedimientos se apoya en las actividades de modelación y simulación que los estudiantes realizan, en este sentido, nos referimos a las gráficas que se construyen antes y después de usar tecnología. La base de los procesos y objetos se encuentra en las formas de las gráficas que se obtienen con el sensor y la calculadora graficadora. En cuanto a los argumentos son las explicaciones que los estudiantes dan con respecto a la actividad de aprendizaje desde los puntos de vista individual y grupal.

Con esta caracterización se cuenta ahora con un marco para entender la naturaleza de las construcciones que un estudiante del NMS del IPN puede realizar usando tecnología para modelar situaciones de movimiento. Sin embargo, las realizaciones de los estudiantes están ancladas tanto en la estructura de la actividad de modelación de la situación de aprendizaje, como en las propias características del grupo de estudiantes que asistió voluntariamente al taller extracurricular. Será importante observar las realizaciones que puedan lograr profesores y estudiantes en cursos regulares. Para llevar a cabo esta tarea se incluirá en el Paquete Didáctico de los libros de Álgebra y Cálculo módulos con esta actividad que describa el potencial que tiene para cumplir con los objetivos curriculares de estos cursos.

Referencias Bibliográficas

- AIM-MNS-IPN. (2000). *Plan de trabajo de la Academia Institucional de Matemáticas del Nivel Medio Superior del Instituto Politécnico Nacional*. México.
- Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático*. México: Prentice Hall y Pearson Education.
- Cordero, F. (en prensa). La modelación y la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa 21 IPN*. México.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcción del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa 4(2)*, 103-128.
- Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del Cálculo y Análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 1(1)*, 57-74.
- Cordero, F. y Solís M. (2001). *Las gráficas de las Funciones como una Argumentación del Cálculo*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Flores, R. (2003). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. *Resúmenes de la VII Escuela de Invierno y VII Seminario Nacional de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Chilpancingo, Guerrero. México.
- Phillips, E., Butts, T. y Shaughnessy, M. (1999). *Álgebra con Aplicaciones*. Editorial Oxford.
- Quiroz, M. (1989) *Instalación de un lenguaje gráfico en estudiantes que inician estudios universitarios: un enfoque alternativo para la reconstrucción del discurso matemático escolar del precálculo*. Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.
- Romano, S., Suárez, L. y Ortega P. (2003). Los dispositivos de transducción para la modelación en las clases de matemáticas. *Memorias del Primer Congreso de Investigación del Nivel Medio Superior*. México.
- Suárez, L. (2000). *El trabajo en equipo y la elaboración de reportes en un ambiente de resolución de problemas*. Tesis de maestría no publicada, DME, Cinvestav-IPN, México.
- Suárez, L., Carrillo, C. y López, J. (2003). Diseño de gráficas a partir de actividades de modelación. *Resúmenes de la VII Escuela de Invierno y VII Seminario Nacional de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Chilpancingo, Guerrero. México.
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en el estudio del movimiento con tecnología*. Tesis de maestría no publicada, Programa de Matemática Educativa, CICATA-IPN, México.