

# Enseñanza y Comprensión del Enfoque Clásico de la Probabilidad en Primer Grado de Secundaria

**Orlando Vázquez**

DME, Cinvestav del IPN

México

kepler74@hotmail.com

Probabilidad, Estadística y Combinatoria – Nivel Básico

## Resumen

Esta investigación, de carácter cualitativo (Eisner, 1998), es parte de un proyecto relativo a la comprensión de la probabilidad en primer grado de la educación secundaria. El estudio se constituyó en tres fases. La primera correspondió al análisis documental de la propuesta institucional (SEP, 1993) que rige la enseñanza de la probabilidad. La segunda, desarrollada en estudio dirigido y aula alterna, se orientó al docente y a su práctica en el aula mediada por un libro de texto (Filloy, et al., 2001), para propiciar elementos de su iniciación en la crítica de la enseñanza de estocásticos. Los resultados sustentaron la tercera fase, se enfocó al estudiante de aula normal, donde el investigador ejerció la docencia y su autocrítica. Los criterios para efectuar los análisis derivaron de elementos teóricos epistemológicos, sociales y cognitivos.

## 1. Ejes de la investigación

Esta investigación se interesó en identificar elementos que requiere el docente en situaciones de enseñanza de la probabilidad —enfoque clásico— utilizando como medio el libro de texto (Filloy, et al., 2001); de modo análogo, fueron objeto de estudio las dificultades de comprensión de los alumnos de primer grado de secundaria.

### 1.1. Epistemología de estocásticos

*Modelos explicativos.* Heitele (1975) denomina *modelo explicativo* al proporcionado por las principales ideas que interesa enseñar al estudiante a lo largo de toda su educación. En estos modelos están implícitos no sólo nociones y conceptos, sino sus interrelaciones; y se distinguen en los distintos niveles cognoscitivos, no de manera estructural, sino en su forma lingüística y en sus niveles de elaboración” (p. 3). Son diez ideas las que propone: medida de probabilidad, espacio muestra, regla de adición, regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, idea de variable estocástica, ley de los grandes números, y la idea de muestra (p. 22).

### 1.2. Elementos sociales. La interacción en el aula

De acuerdo con Piaget e Inhelder (1951-1954), el desarrollo mental operatorio pasa por tres etapas: pensamiento preoperatorio (2 a 7 años), operaciones concretas (7 a 12 años) y operaciones formales (12 a 14 años) (Piaget e Inhelder, 1951, pp. 212-245). A este respecto, Steinbring (1991), señala que la epistemología del conocimiento matemático está determinada en gran medida por condiciones sociales; la participación del docente, las actividades que

realiza el alumno y el conocimiento matemático determinan, con mucho, el proceso de enseñanza, en el cual interactúan tanto quien enseña como quienes aprenden.

### **1.3. Elementos de cognición**

Piaget e Inhelder (1951) puntualizan que la idea de azar no es innata. Estos autores argumentan que la idea de azar se inicia cuando el infante accede a la etapa de las operaciones concretas. De sus estudios resulta que las operaciones combinatorias no se desarrollan sino hasta el nivel del pensamiento formal, al igual que la idea de proporción, lo cual permite el inventario completo de posibilidades (espacio muestra) y la cuantificación de sus probabilidades. Sin embargo, Fischbein (en Colín, et al., 1993) critica estos resultados señalando que no todos los sujetos de esta edad son capaces de descubrir el método de construcción de combinaciones y considera que, aún en el nivel de las operaciones formales, las técnicas combinatorias no se adquieren espontáneamente, por lo que su enseñanza es necesaria.

La obra de Fischbein (1975) en el campo de la comprensión de ideas probabilísticas constituye una referencia importante para estudios de probabilidad, pues plantea que “La enseñanza en estocásticos no sólo es posible, sino necesaria en niveles educativos tan tempranos como lo son los básicos [preescolar, primaria y secundaria]. La ausencia de una enseñanza en tales niveles redundaría en el arraigo de intuiciones erróneas, que con la edad vienen a ser más y más difíciles de erradicar” (en Colín, et al., 1993).

*Del procesamiento de la información a la conciencia.* Frawley (1999) plantea que la experiencia subjetiva se presenta de tres formas: el procesamiento no consciente, la conciencia y la metac conciencia. La primera de ellas ocurre cuando los estudiantes dan una respuesta de manera rápida (contestación automática), sin importar que ésta sea correcta o que se haya comprendido o no (Frawley, pp. 155-156). La segunda “ocurre cuando un sujeto parece estar interpretando sobre la experiencia” (op. cit. p. 157). El tercer tipo de subjetividad se refiere a “la toma de conciencia y la organización deliberada de la experiencia” (p. 157); es la conciencia de la experiencia; ésta cobra importancia pues establece el diálogo interno por medio del *habla privada* o *lenguaje para el pensamiento*.

## **2. Objeto de estudio, elementos y criterios de análisis**

La presente investigación está conformada por tres fases a saber.

*2.1. Primera fase: Propuesta institucional para la enseñanza de probabilidad en primer grado de secundaria.* Se realizó un análisis curricular de la propuesta institucional para la enseñanza de probabilidad en primer grado de secundaria. Por propuesta institucional consideramos el conjunto de medios que se le brindan al profesor de matemáticas para llevar a cabo su misión, que es la de enseñar los temas relacionados con esta asignatura. En el marco de esta investigación se consideraron aquéllos que se relacionan con la probabilidad para primer grado de secundaria. Tal propuesta está constituida por el *Plan y Programas de Estudio para la Educación Secundaria* vigente (SEP, 1993), *Libro para el Maestro* (Alarcón, et al., 1999), *Secuencia y Organización de Contenidos* (Alarcón, et al., 1997), *Fichero de Actividades Didácticas* (Espinosa, et al., 2000), y libros de texto. De éstos, se analizaron entre otros los de la propuesta de Filloy, et al. 2001.

2.2. *Segunda fase: Estudio dirigido y aula alterna.* Con las lecciones de probabilidad en un libro de texto (Filloy, et al., 2001, pp. 219-235) como referente, la *segunda fase* se orientó a la docencia en secundaria, en el marco de sesiones de *estudio dirigido*. Este espacio cumplió una función metodológica específica, es decir, estableció condiciones para ir al aula, y en el aula se hizo un seguimiento en el proceso de enseñanza. Estas sesiones tuvieron como propósito estudiar con un grupo de profesores en servicio frente a grupo de nivel secundaria elementos de estocásticos para su práctica en el aula; hacer una indagación y luego una investigación en el aula para la comprensión de la enseñanza de la probabilidad. El segundo propósito fue formarse conjuntamente y propiciar elementos de iniciación en la crítica de la enseñanza de estocásticos, entendiendo ésta no sólo como la práctica del docente, sino en un sentido más amplio en lo propuesto institucionalmente (SEP) en libros de texto y materiales. En forma simultánea, uno de los docentes participantes desarrolló una estrategia utilizando el mismo libro de texto para la enseñanza en el aula, a la cual se denominó *aula alterna*. Este espacio ofreció condiciones de posibilidad de alternativas para el perfil del docente mediante la actualización y la reflexión sobre la indagación. De esta forma, mantener el proceso de enseñanza de manera dinámica requirió de la interacción entre docencia e investigación, al grado de que algunas veces la investigación estuvo más orientada hacia el docente. Lo anterior dio cabida a la apertura de la interacción estrecha entre el profesor titular, el conductor en estudio dirigido (observador) y alumnos. Así se ofreció un primer acercamiento en el análisis de la crítica de la enseñanza.

2.3. *Tercera fase: aula normal.* Estuvo orientada al estudiante en cuanto a su comprensión del enfoque clásico de probabilidad, luego de la enseñanza propuesta para primer grado de secundaria con 10 alumnos (11 a 13 años de edad) del turno vespertino de una escuela pública del Distrito Federal. Se diseñó un cuestionario de exploración con 10 problemas de probabilidad referidos al enfoque clásico. Este instrumento fue aplicado previamente a 15 sesiones de enseñanza de 50 minutos cada una. Posterior a las sesiones de enseñanza se administró nuevamente el mismo cuestionario, sin cambio alguno, para identificar posibles variaciones en el desempeño de los estudiantes. En lo que se refiere a la *enseñanza*, se utilizó el libro de texto empleado también en la segunda fase. Tres meses después de esa enseñanza se entrevistó a un alumno para profundizar en el tipo de respuestas otorgadas.

### 3. Criterios de análisis

Los elementos teóricos derivaron en criterios de análisis de la información, tanto documental como recopilada. Para el *análisis de los medios* se consideró: situación planteada, ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos, términos de estocásticos utilizados, recursos para organizar y tratar la información.

3.1. *Instrumentos para la recopilación de información y técnicas.* Se empleó un guión de observación para estudio dirigido y aulas; para tener mayor evidencia al respecto de cada una de las sesiones en *aula alterna*, el profesor informó por escrito de las actividades desarrolladas con cada una de las lecciones respecto a los siguientes aspectos: tempo-ralidad, propósito, contenido matemático tratado con la lección, estrategias utilizadas en el desarrollo de la lección en el aula, dificultades identificadas en la enseñanza según lo propuesto en la lección, dificultades identificadas en los estudiantes ante la puesta en juego de la lección, y comentarios. Se aplicó un cuestionario y un guión de entrevista en aula normal.

Para la segunda y tercera fases, los criterios utilizados se asentaron en el análisis de las lecciones para caracterizar las dificultades en la enseñanza y en la comprensión de los estudiantes. La indagación de *estudio dirigido*, *aula alterna* y *aula normal* se dirigió a las escenas registradas en video grabaciones y en sus transcripciones como material bruto para interpretarlas y analizarlas (Eisner, 1998, p. 220), y para identificar convenciones para la interacción social entre el profesor y el estudiante (Steinbring, 1991, p. 6).

#### **4. Análisis curricular de la propuesta institucional: el caso de la probabilidad**

*Plan y Programas de Estudio* (SEP, 1993). Los temas del programa están agrupados en cinco áreas, a saber: Aritmética, Álgebra, Geometría (en el tercer grado se agrega trigonometría), Presentación y tratamiento de la información y Nociones de probabilidad. Si bien los Planes y Programas de estudio vigentes hacen énfasis en no dejar al último los temas de probabilidad, no ha cambiado el lugar que en ellos se les destina. Desde la edición de 1975 hasta la actual (1993), los contenidos de probabilidad siempre se han presentado en el último lugar (Galván, 1996); tal se les presenta también en el *Libro para el Maestro* (1999, p. 361).

*Libro para el Maestro de Matemáticas*. En este medio institucional se enfatiza la ventaja de usar tablas y gráficas, ya que estos recursos “proporcionan a los alumnos elementos útiles para comparar y establecer relaciones entre los tratamientos probabilistas y estadísticos de situaciones aleatorias” (Alarcón, et al., 1999, p. 382). En este medio no se incluyen de manera íntegra las recomendaciones de Heitele (1975), ni se le da crédito a su propuesta, aunque se insinúa su propuesta de ideas fundamentales de estocásticos en una argumentación que no parece referirse a las interrelaciones entre ellas.

*Propuesta utilizada en el libro de texto para la enseñanza de la probabilidad*. Del análisis realizado del libro de texto citado, resultó que “sólo cuatro lecciones parecen ser insuficientes para satisfacer las necesidades del acercamiento a lo aleatorio en este grado” (Vázquez, 2003, p. 52). También, la variedad de recursos para el desarrollo de las lecciones es desaprovechada por el formato del texto —a dos columnas— el cual interrumpe las argumentaciones y es incompatible con el formato —a lo ancho de la página— de figuras, tablas y gráficas.

#### **5. La enseñanza del enfoque clásico y su influencia en la comprensión de estudiantes**

*Enseñanza en aula normal y un referente*. Con el fin de explorar los conocimientos del enfoque clásico de la probabilidad en los alumnos se aplicó un cuestionario de exploración con 10 problemas de opción múltiple y solicitud de justificación de la elección. Los tipos de justificación dada, fueron analizados con base en elementos de la perspectiva teórica expuesta: de *marco* (alude a la experiencia del sujeto), *azar* (advierte su intervención), *determinista* (inadvertencia del azar), *frecuencial* (cuando alude al número de veces que se realiza el ensayo), *alternancia* y *recencias* (positiva o negativa), y *clásico* (advertencia del número de casos favorables entre el total de casos igualmente posibles).

##### **5.1. Resultados generales del cuestionario**

*Análisis de respuestas de las aplicaciones inicial y final del cuestionario de exploración*. Como un ejemplo del tipo de preguntas planteadas en el instrumento y del análisis realizado de las respuestas, nos

referiremos sólo a los resultados del primer problema antes y después de haberse desarrollado las lecciones ya referidas.

1. En dos volados consecutivos, ¿cuál es la probabilidad de obtener sólo águilas?

- a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{1}{4}$                       c)  $\frac{1}{2}$                       d) 0

La respuesta correcta informa si el alumno identifica para dos volados consecutivos el espacio muestra del fenómeno, la independencia de los ensayos y si tiene noción de la regla del producto de probabilidades.

*Condiciones iniciales. Resumiendo*, cinco de los diez alumnos constataron de manera semejante, advirtieron el espacio muestra del fenómeno para situaciones sencillas como el problema 7 planteado en el cuestionario (Vázquez, 2004, pp. 166-167) referente al lanzamiento de una moneda. Uno de los diez estudiantes dio la respuesta correcta (inciso b), pero su justificación reveló la estrategia de *alternancia*.

*Condiciones finales. Resumiendo*, un alumno eligió la opción *a* y elaboró un diagrama de árbol para cuatro volados consecutivos (ver Figura 5.1). Para el inciso *b*, seis estudiantes justificaron su respuesta en términos del *enfoque clásico* de la probabilidad. Un estudiante no realizó diagrama de árbol, pero enlistó el espacio muestra del fenómeno, de acuerdo con Frawley (1999) pasó de la etapa del *procesamiento no consciente* a la *conciencia* (ver Figura 5.2); un cuarto estudiante elaboró un diagrama de árbol y además estableció el espacio muestra de manera correcta, por lo que de acuerdo con Frawley (1999) puede argumentarse que este sujeto pasó del *procesamiento no consciente* a la *metaconciencia* (ver Figura 5.3).



Figura 5.1. Procesamiento no consciente.

- a, a  
a, S  
S, a  
S, S

Figura 5.2. Del procesamiento no consciente-conciencia.

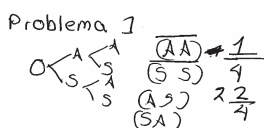


Figura 5.3. Del procesamiento no consciente a la metaconciencia.

*Comentarios generales.* Los resultados de la segunda aplicación, indican que las situaciones de enseñanza influyeron en el tipo de respuestas de los alumnos en ambos problemas. De la experiencia derivada con la puesta en juego de las lecciones ya referidas, se recomienda que para la escuela secundaria, y en particular para primer grado, no enfocarse desde el principio en realizar cálculos, sino que es mejor favorecer la comprensión de las nociones básicas de la probabilidad. Conviene considerar las experiencias surgidas de la interacción en el salón de clases a medida que se estudien los diferentes temas de probabilidad, pues es una manera de propiciar el desarrollo de las ideas fundamentales. Por otra parte, es necesario considerar la continuidad en el estudio de estocásticos a lo largo de los niveles educativos con la finalidad de

promover una comprensión de las ideas fundamentales, ya que en particular las de probabilidad no se tratan de manera sistemática en los planes y programas de estudio del Sistema Educativo Nacional (Ojeda, 1986).

### **Referencias Bibliográficas**

- Alarcón J., Bonilla E., Nava R., Rojano T. y Quintero R. (1999). *Libro para el maestro*. Educación secundaria. Matemáticas. Subsecretaría de Educación Básica y Normal. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México: SEP.
- Alarcón J., Arriaga A., Barrón H. y Rosas R. (1997). *Secuencia y Organización de Contenidos*. Educación secundaria. Matemáticas. Subsecretaría de Educación Básica y Normal. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México: SEP.
- Colín J., Garnica I. y Ojeda, A. (1993). *Intuición y Probabilidad desde el punto de vista de Fischbein*. Cuadernos de Investigación No. 26 Año VII. Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas. Cinvestav del IPN. México.
- Eisner E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. España: Paidós.
- Espinosa H., García S. y García M. (2000). *Fichero de actividades didácticas*. Educación secundaria. Matemáticas. Subsecretaría de Educación Básica y Normal. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México: SEP.
- Fillooy E., Figueras O., Ojeda A., Rojano T. y Zubieta G. (2001). *Matemática Educativa. Primer Grado*. México: McGraw-Hill.
- Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. D. Reidel Publishing Company, USA.
- Frawley W. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva*. (Trad.: Arnáiz, Víctor M). España: Paidós.
- Galván M. (1996). *Nubes y relojes en los currícula de secundaria*. Tesis de maestría. DME. Cinvestav. México.
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6 pp. 187-205. Reidel, Holland. (Traducción al español para uso del Seminario de Probabilidades y Estadística. Ojeda A. (1993). DME, Cinvestav del IPN. México).
- Ojeda A. (1986). *La enseñanza de la probabilidad: una proposición audiovisual*. Tesis de maestría. Cinvestav del IPN. Sección Matemática Educativa. México.
- Piaget J. & Bárbel I. (1951). *The Origin of the Idea of Chance in Children* W.W. Norton & Company Inc. New York, 1975.
- SEP. (1993). *Plan y Programas de Estudio 1993*. Educación Básica. Secundaria. Subsecretaría de Educación Básica y Normal. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. México.
- Steinbring H. (1991). The Concept of Chance in Eviryday Teaching: Aspects of a social Epistemology of Mathematical Knowlegde. *Educational Studies in Mathematics* 22: 503-522. Kluwer Academic Publishers. Holland. (Traducción de trabajo para uso interno: Garnica I. y Ojeda A. Seminario de Probabilidades y Estadística, DME, Cinvestav del IPN. México).

- Vázquez O. (2003). Situaciones y medios para la enseñanza: Probabilidad en el primer grado de secundaria. *Tareas de indagación (Enseñanza y estocásticos en el aula)*. Cinvestav del IPN. México.
- Vázquez O. (2004). Enseñanza y comprensión del enfoque clásico de la probabilidad en primer grado de secundaria. Tesis de maestría. DME, Cinvestav. México.