

## USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Agustín Carrillo, Liliana Milevicich, Eugenio Rodríguez y Agustín de la Villa

Universidad Tecnológica Nacional

Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría

Universidad de Córdoba

Universidad Pontificia Comillas. Escuela Técnica Superior de Ingeniería ICAI

agustincarrillo@acta.es, liliana\_milevicich@yahoo.com.ar, ecarlos@tesla.cujae.edu.cu, avilla@dmc.icaui.upcomillas.es

Argentina

Cuba

España

**Resumen.** Se pretende analizar la importancia del uso de recursos tecnológicos en cuanto a su potencialidad de favorecer la transformación de los sistemas educativos, esto es: las herramientas tecnológicas como componente decisivo para el cambio educativo y para el desarrollo de nuevos roles tanto para los alumnos como para los profesores.

En primer lugar, se analiza lo que ha supuesto la incorporación de las TICs a las escuelas a través de proyectos y su evolución hasta la actualidad. En segundo lugar, se presenta una investigación sobre uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje y la capacidad de enfrentarse a ideas matemáticas en ambientes más realistas. Finalmente, se examina las prestaciones de los Sistemas Algebraicos Computacionales, los gestores de contenido y su incidencia en la enseñanza de la Matemática.

**Palabras clave:** Recursos tecnológicos – Incorporación de TIC – Sistemas Algebraicos Computacionales

**Abstract.** Our purpose is to analyze the importance of the use of technological resources regarding their potential to promote the transformation of education systems, ie: technological tools as a critical component for educational change and the development of new roles for, both, students and for the teachers.

Prof. Carrillo analyzes what has led to the incorporation of ICT in schools through projects and its evolution to the present. Dr. Rodriguez presents research on use of technology in the teaching-learning process and the ability to deal with mathematical ideas in more realistic environments. Dr. de la Villa makes a review on the performance of Computational Algebraic Systems, content management systems and their impact on the teaching of mathematics

**Key words:** Technology Resources - Embedding ICT - Computer Algebraic Systems

### Introducción

Las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) se utilizan cada vez más para facilitar la presentación de información, simular un fenómeno o proceso, desarrollar un determinado tema, profundizar un contenido o evaluar al estudiante. Particularmente, en la enseñanza de la Matemática, ha resultado decisiva la incorporación de diferentes herramientas computacionales como elementos de visualización y facilitadores en los procesos de cálculo.

Sustentado en las presentaciones realizadas en la mesa redonda denominada *Uso de recursos tecnológicos en el proceso de aprendizaje de la Matemática*, pretendemos analizar la importancia del uso de tales recursos tecnológicos en cuanto a su potencialidad de favorecer la transformación de los sistemas educativos, esto es: las herramientas tecnológicas como componente decisivo para el cambio educativo y para el desarrollo de nuevos roles tanto para los alumnos como para los profesores.

## Desarrollo

*En primer lugar, el Profesor Carrillo analiza lo que ha supuesto la incorporación de las TICs a las escuelas a través de proyectos y su evolución hasta la actualidad.*

A pesar de todos los esfuerzos institucionales que se están realizando para la incorporación de las TICs a los ámbitos educativos a través de distintos planes como ocurre en España con los proyectos Escuela 2.0, cuyos orígenes se remontan a 2002, o en los distintos países de Ibero América, por los que se están distribuyendo computadores entre el alumnado y también entre el profesorado con el gasto que supone, los resultados no están siendo todo lo bueno que era de esperar ante las expectativas que en todo momento ha despertado la incorporación de estos recursos.

A pesar del interés del profesorado y de contar con la motivación del alumnado la integración real de las TICs y el aprovechamiento de todas las posibilidades que ofrecen no se está consiguiendo o está siendo demasiado lento y pueden quedar frenados, como ocurrirá en España, por la situación de crisis económica por la que se ha suspendido la entrega de computadores a alumnos y profesores.

El computador con el que llevamos compartiendo horas de trabajo en la casa, no le dedicamos la atención que requiere en el aula, lo que supone no aprovechar las posibilidades que ofrece para alcanzar una mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje de nuestros alumnos.

En general, todo está a favor del cambio para incorporar las TICs al mundo educativo para rentabilizar el esfuerzo económico, de manera que sea posible mejorar la escuela con nuevos recursos, acordes con la época actual, aunque como docentes debemos reconocer que cualquier cambio nos cuesta y por tanto se produce lentamente.

Si no queremos una escuela anticuada y estática, será necesario incorporar nuevos métodos y procesos, así como nuevos recursos entre los que se encuentran las TICs, sobre todo una vez que las escuelas cuentan con material suficiente para facilitar el acceso del alumnado a los computadores y en la mayoría de los casos, también a Internet.

Siempre es conveniente recordar alguna referencia sobre la importancia que los expertos en didáctica conceden a las TICs, como ocurre al leer los *Principios y estándares para la educación matemática* (National Council of Teachers of Mathematics, 1991), que entre los seis principios para las matemáticas escolares que proponen, encontramos el *Principio de la tecnología* que considera la tecnología fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y que influye en las matemáticas que se enseñan y enriquece su aprendizaje, indicando que *la existencia,*

*versatilidad y potencia de la tecnología hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deberían aprender los alumnos, además de cómo aprenderlas mejor.*

Por tanto, queda claro que si las TICs no constituyen un recurso más en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, sobre todo en los centros que cuentan con recursos suficientes, las razones tenemos que buscarlas en nosotros mismos, en el propio profesorado y en el tiempo y esfuerzo que nos cuesta afrontar cualquier cambio.

A pesar de las continuas referencias que podemos encontrar en los Diseños curriculares de los distintos países sobre el uso de las TICs o con recomendaciones para promover su incorporación en el aula, algo está ocurriendo para que la convivencia entre TIC y educación no sea del todo llevadera. Demasiadas son las razones que impiden la utilización y por supuesto, la generalización de las TICs en el aula, aunque en este caso, cada vez son menos las de índole material.

Como razones podemos citar dos que consideramos quizás las más importantes: la excesiva dependencia del libro de texto y la formación del profesorado sobre todo en cuestiones didácticas que faciliten el uso de las TICs como recursos para favorecer el aprendizaje del alumnado.

La excesiva dependencia del libro de texto no favorece el cambio de metodología necesaria para incorporar las TICs, por lo que a pesar de los cambios en el currículum y en las ediciones de nuevos libros, el profesorado sigue manteniendo una enseñanza y una metodología tradicional por lo que resulta difícil incorporar nuevos elementos o cambiar determinados aspectos en el trabajo del día a día.

En cuanto a la formación del profesorado no basta con la formación técnica imprescindible para que domine un nuevo recurso o software, es necesaria una formación didáctica que favorezca su utilización y sobre todo que proporcione ideas para permitir que el alumnado aprenda con los nuevos recursos.

Quizás no estemos convencidos de las ventajas que aportan a la enseñanza, quizás a pesar de la variada oferta de formación aún consideramos que necesitamos más cursos o a lo mejor es que nos cuesta demasiado afrontar cualquier cambio en las tareas que día a día realizamos. Si creemos en la tecnología y la usamos a diario para otras tareas, no cabe más que perder el miedo para llevarla también al aula.

*En segundo lugar, el Dr. Rodríguez presenta una investigación sobre uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje y la capacidad de enfrentarse a ideas matemáticas en ambientes más realistas.*

## Introducción

La propuesta que se presenta es parte del Proyecto de Investigación: “El currículo de Matemática con tecnología en carreras de Ingeniería”. En este proyecto se plantean las ventajas que tiene el uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, fundamentalmente las relacionadas con el incremento en los estudiantes de la calidad de sus investigaciones matemáticas y la capacidad de enfrentarse a ideas matemáticas en ambientes más realistas. Estos resultados no siempre se alcanzan. Entre los obstáculos que impiden el logro de estos propósitos está el diseño de los currículos de Matemática, que no siempre poseen la coherencia necesaria para lograr desarrollar habilidades en el uso de las potencialidades que brindan las tecnologías.

## Diagnóstico del estado en que se encuentra el uso de asistentes matemáticos en la enseñanza del tema “Derivadas y sus aplicaciones”

En el análisis del currículo de Matemática en la carrera de Ingeniería Industrial de la Cujae, específicamente para la asignatura Matemática I, se encuentra que,

- ❖ En la concepción del Programa de la asignatura no se declara explícitamente el uso de asistentes matemáticos en el tema, por lo que su empleo queda a la espontaneidad de los profesores.
- ❖ No existen orientaciones metodológicas en el Programa de la asignatura acerca de cómo emplear en las clases los asistentes matemáticos en el tema, que sirva de guía a los profesores que no están capacitados en el uso de estas herramientas.
- ❖ El número de clases en los laboratorios es muy reducido, por lo que no permite que los estudiantes desarrollen las habilidades necesarias para la realización de los ejercicios, no pueden aprovecharse las potencialidades de los asistentes matemáticos.
- ❖ No se conciben formas de evaluación de la asignatura con el uso de asistentes matemáticos, lo que desmotiva a los estudiantes a su utilización.

En el Programa de la signatura se plantea el objetivo educativo siguiente: Contribuir a la formación computacional de los estudiantes mediante el uso de asistentes matemáticos y técnicas de computación.

Y se plantea un Sistema de Habilidades donde no se menciona el uso de asistentes matemáticos lo que constata que no existe correspondencia entre lo planteado en uno de los objetivos educativos, referido a la formación computacional de los estudiantes mediante el uso de asistentes matemáticos y técnicas de computación, y las habilidades básicas a dominar, ya que para el logro

de estas habilidades, el uso que se hace de los asistentes matemáticos en el tema, es insuficiente.

En el diagnóstico se realizaron encuestas a estudiantes y profesores.

En las encuestas a los estudiantes resultó que el 53 % de los encuestados utilizan el asistente matemático sólo para graficar funciones, el 51 % para realizar cálculos engorrosos, el 15 % para realizar interpretaciones geométricas. Y el 92 % de los manifestó que en la evaluación de la asignatura no fue empleado ningún asistente matemático.

En las encuestas a los profesores el 100 % refiere que no existen orientaciones metodológicas acerca del empleo de los asistentes matemáticos en las clases, ni sobre las habilidades a desarrollar por parte de los estudiantes al utilizar los asistentes matemáticos en las clases. No existen orientaciones en el programa relacionadas con el empleo de los asistentes matemáticos en el proceso de evaluación de la asignatura. Y por último que sólo utilizan los asistentes matemáticos para graficar funciones y para realizar cálculos engorrosos.

### La propuesta

A partir del análisis anterior se elaboró una propuesta que incluye el Sistema de Habilidades siguiente:

- ❖ Caracterizar e interpretar los conceptos de derivada y derivada lateral de una función en un punto y aplicarlos en la solución de problemas, utilizando un asistente matemático.
- ❖ Interpretar geoméricamente y físicamente la derivada de una función en un punto utilizando un asistente matemático.
- ❖ Calcular derivadas de primer orden, de orden superior y diferenciales de funciones sencillas, aplicando las reglas de derivación y las definiciones cuando sea necesario y calcular estas derivadas, utilizando un asistente matemático, en el caso de funciones más complejas.
- ❖ Obtener la aproximación lineal o aproximación por la recta tangente de la función cuando  $x$  está cerca del punto de tangencia y visualizar la aproximación utilizando un asistente matemático.
- ❖ A partir del gráfico de una función de una variable real analizar su comportamiento analizando su dominio, hallando los interceptos con los ejes coordenados, la monotonía, la existencia o no de extremos, puntos de inflexión y asíntotas, así como el análisis de la concavidad con la ayuda de un asistente matemático.

El Sistema de Evaluación propuesto incluye la realización de evaluaciones parciales y finales utilizando la computadora.

Por último se elaboró un conjunto de indicaciones metodológicas para los profesores, tanto para Conferencias como para Clases Prácticas y Clases Prácticas en Laboratorios, que orienta indicaciones precisas de cómo presentar el tema de la clase y cada aspecto particular, se sugieren ejercicios y ejemplos del libro de texto, cómo utilizar el asistente matemático para lograr mejores resultados en el aprendizaje.

### Consideraciones finales

1. La propuesta debe contribuir al desarrollo de habilidades para aprovechar las potencialidades de la utilización de la tecnología, logrando en los estudiantes modos de actividad mental superiores, la posibilidad de enfrentarse a ideas matemáticas en ambientes más realistas, y poder alcanzar categorías de aprendizaje de orden superior, tales como reflexión, razonamiento, planteamiento de problemas, solución de problemas y toma de decisiones.
2. Se debe, además, diseñar los materiales didácticos que complementen los sistemas de objetivos, conocimientos y habilidades diseñados.
3. Así como, diseñar un sistema de acciones de capacitación para profesores de Matemática que los prepare en el uso de esta herramientas tecnológica.

*En tercer lugar, el Dr. de la Villa examina las prestaciones de los Sistemas Algebraicos Computacionales, los gestores de contenido y su incidencia en la enseñanza de la Matemática.*

La irrupción de las TICs en al enseñanza, al menos en la universitaria, está suponiendo una revolución, a la que se deben adecuar paulatinamente profesores y alumnos.

Dentro de las múltiples perspectivas del uso de las TICs me detendré en dos aspectos:

El uso de los paquetes de Cálculo simbólico (CAS) y las plataformas gestoras de contenidos.

### El uso de los CAS

La historia del uso de los CAS desde el punto de vista docente puede restringirse a los últimos 25 años.

Podemos situar al final de la década de los 80 la introducción de los CAS como una herramienta docente.

En sus inicios era una herramienta fundamentalmente de cálculo aunque las prestaciones de los CAS pueden clasificarse principalmente en numéricas, simbólicas y gráficas.

La evolución de los CAS ha ido unida a las capacidades de los ordenadores: interfaz cada vez más amigable, mayor potencia de cálculo y mayores prestaciones de carácter gráfico

fundamentalmente.

Por ello el uso de los CAS ha ido en aumento a lo largo de estos años y hoy en día no es concebible una asignatura de matemáticas en una Escuela de Ingeniería sin que tenga un Laboratorio de Matemáticas (una serie de prácticas realizadas con un CAS) o bien que un CAS esté integrado en la docencia al mismo nivel que otros instrumentos de enseñanza.

Por otra parte a lo largo de estos años es necesario recalcar que la enseñanza de las matemáticas usando un CAS se puede y debe abordar con otra metodología docente. En pocas palabras se debería insistir en los conceptos y una vez entendidos permitir el uso del CAS para realizar cálculos, simulaciones, experimentar, etc.

Después de la primera fase de uso de los CAS aparece una primera reflexión sobre posibilidades, ventajas tales como liberar del trabajo rutinario y de cálculo, posibilidad de visualización, implementación de algoritmos y el modelado de problemas físicos, económicos, técnicos o simplemente de la vida real, posibilidades de simulación y fomento del espíritu crítico e inconvenientes, tales como la percepción de que los CAS son cajas negras y que apretar una tecla sea la solución de nuestro problema, la posible pérdida de habilidad y destreza y la falta de sentido crítico por la fe ciega que el estudiante tiene en el ordenador.

Citamos unas referencias de nuestra experiencia en el uso de los CAS. En Alonso et al., (2001) se analizan resultados inesperados que pueden hacer reflexionar al alumno sobre el uso indiscriminado de los CAS. En García, García, Hoya, Rodríguez y Villa (2002) y García, García, Rodríguez y Villa (2004) proponemos un curso de Cálculo en varias variables y de Ecuaciones diferenciales usando diferentes CAS. En Rodríguez y Villa (2005) enunciamos posibilidades sobre nuevas estrategias de aprendizaje usando CAS. En García, García, Rodríguez y Villa (2009) introducimos la teoría de la caja de herramientas para ser diseñada por cada alumno y en García, García, Rodríguez y Villa (2011a) sacamos en conclusión que el cambio de software no es esencial siempre que la estrategia docente sea la misma. En García, García, Rodríguez y Villa (2011b) y Díaz, García, y Villa (2011) proponemos algunas actividades en el uso de los CAS para una enseñanza adaptada al Espacio Europeo de Educación Superior, que está basada en competencias.

### Los gestores de contenidos

Los gestores de contenidos permiten por una parte ofrecer de forma ordenada material del curso así como la posibilidad de chats, foros, etc.

Los gestores de contenidos, de los cuales el más usado es MOODLE, se han convertido en los cauces naturales de suministrar información. Las posibilidades que ofrecen son muy amplias

permitiendo dar una información detallada y ordenada de contenidos, material, hojas de ejercicios, material suplementario, etc.

Otro posible uso puede ser el de gestores para compartir información a través de chats, foros, correos electrónicos, mensajes, notas, agenda, etc.

Cada vez son más usados como complemento o parte esencial en el proceso de evaluación, ya que las posibilidades de una evaluación individualizada, con corrección automática y con información de la solución al alumno si se considera oportuno aumentan con los programas como STACK (<http://www.stack.bham.ac.uk/>) que permiten diseño de cuestiones que cumplan los requerimientos anteriores.

Creemos que un uso apropiado de los gestores de contenidos con una información adecuada, detallada y precisa, con una participación, en foros y chats por ejemplo, promovida por el instructor y que sea seguida mayoritariamente por los estudiantes puede redundar en una mejora de la calidad de la enseñanza.

### Conclusiones

Creemos que el uso de las TICs puede ser de gran ayuda para lograr algunos de los objetivos que pueden resultar comunes a cualquier Diseño Curricular, tales como:

- ❖ Promover el trabajo autónomo de los alumnos.
- ❖ Estimular el establecimiento, comprobación y validación de hipótesis por parte de los alumnos, mediante el uso de las herramientas matemáticas pertinentes.
- ❖ Promover el trabajo personal y grupal, valorando los aportes individuales y colectivos para la construcción del conocimiento matemático.

A los docentes e investigadores en Matemática Educativa se les plantea el problema de encontrar vías que garanticen un adecuado aprendizaje de las matemáticas en este nuevo contexto. Para ello resulta necesario un mayor número de estudios e investigaciones que garanticen el desarrollo de las funciones pedagógicas y didácticas a través de la introducción de los recursos tecnológicos más adecuados en cada caso.

### Referencias bibliográficas

Alonso, F., García, A., García, F., Hoya, S., Rodríguez, G., de la Villa, A. (2001). Some unexpected results using computer algebra systems. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 8 (3), 239-252.

Díaz, A., García, A., de la Villa, A. (2011). An example of learning based on competences: Use of



Maxima in Linear Algebra for Engineers. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, (18) 4, 177-181.

García, A., García, F., Hoya, S., Rodríguez, G. & de la Villa, A. (2002) Differential Calculus of several variables with Mathematica and Maple. *Second International Conference of Mathematics*. Julio de 2002, Creta, Grecia.

García, A., García, F., Rodríguez, G. & de la Villa, A. (2004). A course of ODE with a CAS. *Proceedings of Congress: Technology and its Integration in Mathematics Education. TIME-2004*. Montreal, Canadá.

García, A., García, F., Rodríguez, G. & de la Villa, A. (2009). Toolboxes with DERIVE. *Derive Newsletter*, 76, 5-13.

García, A., García, F., Rodríguez, G. & de la Villa, A. (2011a). Could it be possible to replace DERIVE with MAXIMA. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, (18) 3, 137-142.

García, A., García, F., Rodríguez, G. & de la Villa, A. (2011b). Small projects: A method for improving learning. *Proceedings of 3<sup>rd</sup> International Research Symposium on Problem-Based Learning*, pp. 460-471.

Rodríguez, G. & de la Villa, A. (2005). Could the computers change the trends in Mathematics learning?. A Spanish overview. *Proceedings of Applimat 2005*. Febrero de 2005. Bratislava, Eslovaquia.

The National Council of Teachers of Mathematics (1991) Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematic. *Journal for Research in Mathematics Education*. Estados Unidos de América.