

UNA PROPUESTA DE APRENDIZAJE PARA LA PENDIENTE CON EL USO DE GEOGEBRA

Antonio González y Ricardo Cantoral

Cinvestav-IPN.

jgonzalezm@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx

México

Resumen. El tratamiento tradicional de la recta considera dos parámetros de variación en el cual uno de ellos, en la mayoría de los casos, resulta ambiguo al no ser observable directamente. Se propone una situación de aprendizaje para estudiar la noción de pendiente, en que el alumno visualice, manipule y emplee sus propias herramientas en el entorno del software (GeoGebra), tomando como referencia fenómenos físicos cotidianos. Partiendo de la hipótesis que para acceder al pensamiento y lenguaje variacional se requiere, entre otras cosas, del manejo de un universo de formas gráficas extensas y ricas en significados por parte del que aprende.

Palabras clave: secuencia didáctica, variación, visualización, GeoGebra

Abstract. Traditional treatment straight considers two variation parameters in which one of them, in most cases, not being ambiguous directly seen. We propose a learning situation to study the concept of slope, in which the student visualize, manipulate, and use its own tools in the software environment (GeoGebra), with everyday physical phenomena references. Assuming that thought and language access variation requires, among other things, the management of a large universe of graphic forms and rich meanings by the learner.

Key words: teachingsequence, variation, view, GeoGebra

Introducción

En estos tiempos es necesario estar completamente actualizado en términos tecnológicos, ya que la gran mayoría de los estudiantes se encuentran inmersos de manera natural y cotidiana con recursos de dicha índole, de modo que es importante asumir un papel que genere una devolución del conocimiento que sea para ellos de interés, y sobretodo haciendo que se involucren con situaciones amigables y cotidianas.

La visualización se propone como alternativa para el manejo de las propiedades gráficas de las funciones, y como medio para generar argumentos que permitan abandonar el paradigma estrictamente algebraico en la resolución de problemas matemáticos. Entendiendo por visualización a la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual (Cantoral, R. y Montiel, G., 2001).

Partiendo de la hipótesis que para acceder al pensamiento y lenguaje variacional se requiere, entre otras cosas, del manejo de un universo de formas gráficas extenso y rico en significados por parte del que aprende (Cantoral & Farfán, 1998). Lo anterior, en conjunto, permite aportar elementos para el diseño de situaciones de aprendizaje para las matemáticas de nivel básico, respondiendo a las necesidades de las recientes reformas, “considerando la relevancia, en la cuestión de integrar herramientas tecnológicas dentro de lo previsto en la educación matemática” (Lavizca, 2010,

p.106). Los recursos tecnológicos han llegado a los salones de clase, de modo que es de gran importancia hacer uso de ellos desarrollando situaciones de aprendizaje que fortalezcan y replanteen los contenidos y métodos de enseñanza.

A continuación se presenta un diseño didáctico, en el que se le permite interactuar al alumno de manera directa con un software libre que combina el algebra y la geometría de manera dinámica llamado GeoGebra, como material de apoyo y complemento de hojas de trabajo, en el que se pretende abordar el estudio de la pendiente de una recta, bajo un punto de vista socioepistemológico, la línea de investigación toma como objeto el estudio de la socioepistemología de los saberes matemáticos e incluye las situaciones primarias del alumno con el fin de rediseñar el discurso matemático escolar (Cantoral, 1998 en Mirón 2000).

En el presente trabajo se pretende dar una herramienta para abordar el tema de la pendiente de la recta, como una primera aproximación al estudio formal de la recta, en el discurso matemático escolar, a manera que el alumno pueda relacionar, clasificar y distinguir el papel que juega el parámetro en lo analítico de la ecuación de la recta, esto es a manera de una secuencia didáctica, donde el alumno realiza predicciones, ensayos y pruebas dentro de un ambiente mas familiar para ellos en estos tiempos donde la tecnología cobra un papel fundamental en la cotidianidad de los alumnos.

Análisis preliminar

El análisis del diseño propuesto se elabora partiendo del llamado triángulo didáctico, unidad fundamental de análisis de la didáctica (D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., 2002) y sobre los diferentes roles que juega el profesor en su intervención en el aula (Brousseau, 1994). En este apartado, se realiza un análisis previo desde los tres polos del triángulo didáctico, a saber, lo epistemológico, lo cognitivo y lo didáctico. Con ello se pretende fundamentar el diseño de la situación de aprendizaje que se plantea.

Componente epistemológica

La pendiente de una recta se ha definido como una razón, o inclinación que tiene la representación analítica dada por la ecuación $y=mx+b$, donde m representa dicha pendiente, que acierta forma los alumnos atreves del tiempo han podido desarrollar una manipulación algebraica adecuada para su cálculo, sin embargo se ha observado dificultad en la conceptualización de los procesos de representación de dicho concepto, de modo que la interpretación se relaciona a un cociente del incremento de la variable independiente, y no como una palabra cotidiana que se puede dar como pensar en un automóvil que baja por una cuesta pendiente abajo, o el esfuerzo que implica caminar

a la cima de una loma con una mayor pendiente.

Componente didáctica

En primera instancia se trata que el alumno se identifique en una situación en la que se encuentre familiarizado sin que pueda asociar un comportamiento que en ocasiones, pase desapercibido un concepto matemático dada esta situación por cierta cotidianidad, realizada esta asociación es posible hacer ver al alumno que note ciertos detalles de la situación, sin la necesidad de que la ejecute físicamente, se presentan ejemplos acompañados de preguntas guiadas, y experimentando en el software de Geogebra para contestar a las preguntas presentadas, bajo la intención de que asocie valores positivos y negativos a la inclinación de la recta, esperando que llegue a asociar un valor aproximado a la recta que finalmente se presenta, a manera de poder encontrar valores numéricos que asocien una inclinación.

Componente cognitiva

La investigación sobre cognición reporta dificultades para lograr la articulación de diversos registros de representación desde hace algunos años; en lo visual, por ejemplo, resulta complejo para muchos de los estudiantes y profesores (Ocampo, 1992 en Mirón, 2000). Si un concepto tiene diferentes representaciones origina dificultades para los alumnos, aún en escenarios que hacen uso de la tecnología. Es importante hacer que el alumno pueda asociar el comportamiento del parámetro de la pendiente dada por la ecuación $y=mx+b$ con el simple movimiento de la mano para representar dicha asociación, además de poder obtener el valor dado por el cociente;

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} .$$

Secuencia Didáctica

Actividad I

En el dibujo que se muestra a continuación se puede ver a un ciclista recorriendo un camino ondulado, el recorrido que debe hacer para llegar al final del trayecto, tiene variaciones de rapidez:

- Pinta de color rojo las secciones del camino en creas que el ciclista tiene mayor rapidez.
- Pinta de azul la sección en que creas que tiene menor rapidez.
- Pon una equis en el lugar o lugares, donde creas que sería el mejor lugar para descansar.



d) ¿Qué pasaría si el ciclista pedalea en la parte plana, y dónde terminaría?

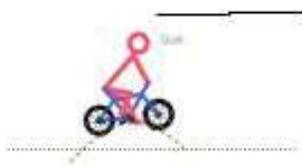
e) ¿Sería también un lugar para descansar y tomar fuerzas para continuar el recorrido?

f) ¿Crees que sea necesario aumentar o quitar equis en tus marcas iniciales? si es así, realiza en el siguiente dibujo.



Actividad 2

Imagina ahora que la vista del ciclista la pudieras dibujar con una línea recta, de modo que puedas indicar la dirección en la que está viendo cuando la bicicleta se encontrara justo sobre los puntos marcados en el camino ondulado.



- Traza de color rojo la vista del ciclista en la que crees que realizará un menor esfuerzo en pedalear, si se encontrara sobre los puntos marcados
- Traza de color azul la vista del ciclista en la que crees que realizara un mayor esfuerzo en pedalear, si se encontrara sobre los puntos marcados.
- Traza de un color diferente la vista del ciclista en los lugares de descanso.



d) Si no tuvieras colores, como distinguirías las rectas en las que se representa un mayor esfuerzo, menor esfuerzo, y nada de esfuerzo.

Mayor esfuerzo_____. Menor esfuerzo_____. Nada de esfuerzo_____.

A la recta que se genera con la vista del ciclista la clasificaremos según su inclinación, a esta clasificación se le conoce con el nombre de *PENDIENTE*, y se representa con la letra m .

e) Abre el siguiente applet_Actividad_2, y toma el punto verde con el cursor del ratón para mover la bicicleta, observa ahora la rueda delantera de la bicicleta, de modo que ahora se genera la recta con el trayecto de esa rueda, toma nota de los valores que toma la *pendiente*= m en el recorrido del camino, y contesta los siguientes incisos:

a) Anota siete valores que va tomando la recta que se genera con la rueda del ciclista cuando tiene un menor esfuerzo.

b) ¿Cómo son estos valores?

c) ¿Qué inclinación tiene la recta en esos valores?

d) ¿Cómo son estas rectas?

e) Anota siete valores que va tomando la recta que se generan con la rueda del ciclista cuando tiene un mayor esfuerzo.

f) ¿Cómo son estos valores?

g) ¿Qué inclinación tiene la recta en esos valores?

h) ¿Cómo son estas rectas?

i) ¿Cómo son las rectas cuando la pendiente es cero?

j) ¿a qué crees que se deba?

Actividad 3

a) A continuación se muestran algunas rectas en diferente posición, clasifícalas utilizando los siguientes símbolos “+”, “-”, “0” en los que creas que corresponda a la pendiente según su inclinación.



b) En el siguiente applet_Actividad_3, se ve la recta junto con los valores que va tomando la pendiente, comprueba la clasificación que realizaste, y pon una si coinciden con los que tiene el applet, y marca con una los que no coinciden.

c) Los valores que va tomando la pendiente en el applet son justamente calculados por el

software *Geogebra*, los cuales arroja cantidades exactas, que va tomando la recta al inclinarse, trata de buscar un patrón para clasificar de alguna manera los diferentes tipos de inclinación que puede tomar dicha recta, de modo que, puedas saber su inclinación sin antes verla.

d) ¿Cómo sería dicha clasificación?

Actividad 4

Abre el applet_Actividad_4

a) En este applet aparece la letra b , ¿Qué pasa cuando mueves el deslizador?

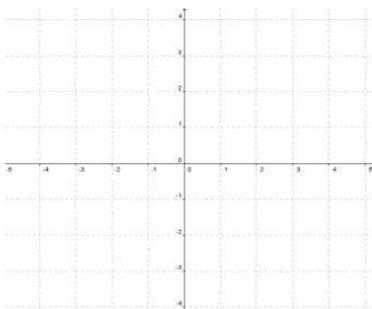
“ b ” es llamada ordenada al origen, e indica el lugar por donde pasa la recta en el eje vertical, también conocido como eje “ y ”

b) ¿Se altera b cuando mueves m , o viceversa?

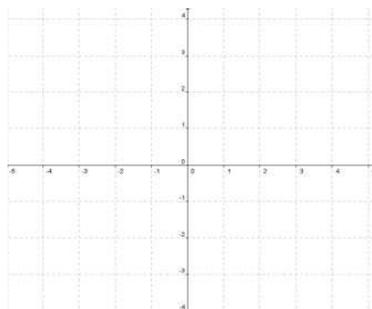
c) ¿podrías explicar porqué?

d) Según el razonamiento y clasificación que ya tenemos de la pendiente, y al conocer que pasa con la ordenada al origen m & b , respectivamente, realiza un bosquejo aproximado de las rectas sobre el eje coordenado, con la información que se te brinda

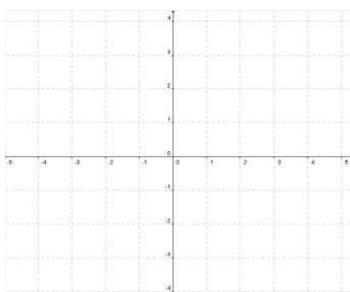
$m=\text{positiva}$ & $b=2$



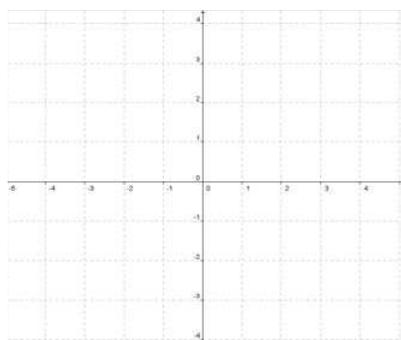
$m=\text{positiva}$ & $b=-3$



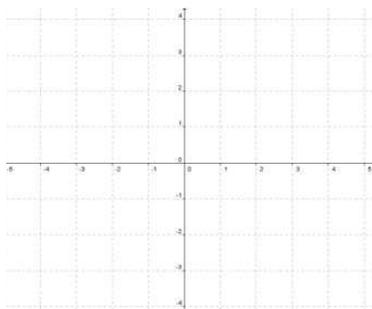
$m=\text{negativa}$ & $b=-1$



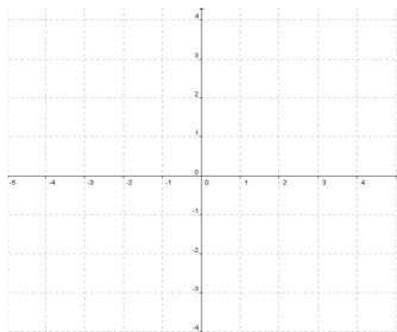
$m=\text{negativa}$ & $b=0$



$$m=0 \text{ \& } b= 3.5$$



$$m=0 \text{ \& } b= -0.5$$



Abre el applet_Actividad_5 y observa el comportamiento de las rectas, corrobora tus resultados, analizando el comportamiento de las gráficas de las rectas mostradas, moviendo los deslizadores, uno a la vez.

Análisis didáctico

En la Actividad 1 se pretende que el alumno pueda imaginarse sobre la gráfica en una acción en la que se pueda ver en la situación presentada como algo cotidiano de modo que pueda identificar las secciones que se piden sin mayor problema, aunque es posible que no marque la parte inferior de la gráfica, ya que tan solo es un momento en que puede pasar con cierta velocidad en la que le incomode detenerse para descansar.

Se puede verificar las respuestas al preguntar el ¿por qué? de su elección, de modo que se debe hacer hincapié en esa sección para reflexionar lo que harían si el recorrido comenzara en la parte baja de la gráfica.

En la Actividad 2 se trata de que el alumno asocie la recta en función de la posición en la que se encuentra la bicicleta, con el recurso de los colores es fácil diferenciar las rectas que se encuentran inclinadas a la derecha del eje y , o a su izquierda. Se espera que el alumno tome la parte superior de la gráfica como un lugar de descanso, en la que la pendiente es cero, pero es necesario hacer que identifique los lugares en que la gráfica es cóncava hacia abajo.

Dada la identificación se pasa al unto de representación, en la que se espera que asocie algún signo, valor o palabra que caractericen al grupo de rectas según su clasificación.

Se define el concepto pendiente, como una inclinación y se presenta el símbolo de su representación, para poder hacer uso del applet en el que ya aparece dicho símbolo para la familiarización.

En la Actividad 3 se presentan ya asociaciones a símbolos positivos, negativos y el cero, para que identifique y clasifique a las rectas con pendiente positiva como las que están inclinadas hacia la

derecha del eje y , las rectas inclinadas hacia la izquierda del eje y como negativa, y finalmente a la recta horizontal como la pendiente cero, los cuales puede verificar utilizando el applet ya manipulado por el solo.

En la actividad 4 se espera que el alumno pueda identificar la pendiente, sin importar el cuadrante en el que se presenta la gráfica, y se presenta el parámetro ordenada al origen, de modo que al presentar la forma analítica el alumno asocie a una inclinación el parámetro pendiente cuando la necesite encontrar con alguna expresión.

Referencias bibliográficas

- Brousseau, G. (1994), "Los diferentes roles del maestro" en Parra, C., Saiz, I. (comp), *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós Educador
- Cantoral, R. (2014). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*: México: Editorial Gedisa.
- Cantoral, R. & Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Revista Epsilon*, 42, 14(3), 353 – 369.
- Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: visualización y pensamiento matemático*., México: Editorial Pearson Educación.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2002). *Un acercamiento analítico al "triángulo de la didáctica"*. Educación Matemática. México. 14, 1, 48-61.
- Lavicza, Z. (2010). Integrating technology into mathematics teaching at the university level, *ZDM Mathematics Educations*, 42, 105-119
- Mirón, H. (2000). *Naturaleza y posibilidades de aprendizaje en un ambiente tecnológico: Una exploración de las relaciones f y f^{-1} en el bachillerato interactuando con calculadoras graficadoras*. Tesis Doctoral. Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV – IPN, México.
- Ricardogame, (2012). *El ciclista funcional*. Recuperado de 4 de diciembre de 2012, <http://www.geogebra.org/m/material/show/id/7063>