

## CONTRASTE ENTRE EL “ESCENARIO DIDÁCTICO” Y EL ESCENARIO VIRTUAL: INTERACCIÓN ENTRE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA Y LA COMPUTACIÓN

Eliza Minnelli Olguín Trejo y Marta Valdemosos Álvarez  
CINVESTAV- IPN.  
minnelli\_angel@yahoo.com.mx, mvaldemo@cinvestav.mx

México

**Resumen.** El trabajo interdisciplinario realizado a la par con Nuria y Luis, estudiantes de la Escuela Superior de Computación (ESCOM-IPN), propició que ellos recrearan en un ambiente computacional el escenario didáctico El Restaurante. Aplicarlos permitió realizar el contraste entre el “escenario didáctico” y el escenario virtual. Se trabajó con un grupo de cuarto grado de primaria en la ciudad de México. Las preguntas de investigación fueron: ¿En qué medida la intervención en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, en situaciones de reparto, a través del “escenario didáctico” y el escenario virtual, ayuda a la adquisición de nociones necesarias para la comprensión de la fracción?, ¿cómo evolucionaron las primeras ideas de identificación de todos discretos y continuos, el reparto, la relación parte-todo, la partición, ideas intuitivas de orden y equivalencia?

**Palabras clave:** escenarios didácticos, escenarios virtuales, fracciones

**Abstract.** The interdisciplinary work performed jointly with Nuria and Luis, students from the School of Computing (ESCOM-IPN), led them in a Computational recreate the Restaurant educational scenario. What allowed for the contrast between the educational scenario and the virtual one. We worked with a group of fourth grade in Mexico City. The research questions are how much involvement in teaching and learning of fractions, and sharing situations through "learning scenarios" and the virtual, helps the acquisition of notions necessary for understanding of fraction?, how evolved the first ideas of identifying discrete and continuous wholes, sharing, the part-whole relationship, partition, intuitive ideas of order and equivalence?.

**Key words:** teaching scenarios, virtual scenarios, fractions

### Introducción

El problema de investigación del presente reporte es el contraste entre el “escenario didáctico” El restaurante y el escenario virtual designado con el mismo nombre, producto de la interacción entre la matemática educativa y la computación. Para realizar el diseño del “escenario didáctico” partimos reconociendo las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. De acuerdo con los datos obtenidos de los profesores, las principales dificultades de sus estudiantes fueron al resolver problemas donde abordaron la fracción, se debió a que no tuvieron claro el significado del numerador y el denominador y su relación, lo que propició que los estudiantes dieran respuestas numéricas incorrectas, sus estrategias de partición y reparto carecieron de equidad o exhaustividad y no comprendieron la equivalencia.

Al realizar la entrevista grupal a los profesores, advertimos que las dificultades que presentaron los niños son análogas a las que se observaron en los docentes. Lo anterior dio pauta para realizar el diseño del “escenario didáctico” El restaurante; a través del reparto se abordó la relación parte-todo, las estrategias de partición y la equivalencia entre fracciones, ya que son nociones necesarias para la comprensión de la fracción. El trabajo interdisciplinario realizado a la par con Nuria y Luis, estudiantes de la Escuela Superior de Computación (ESCOM-IPN), permitió que ellos recrearan en un ambiente computacional el escenario didáctico El Restaurante. Se decidió trabajar el escenario

virtual El restaurante (Ávila y Martínez, 2012), como una actividad complementaria, a modo de confrontarlo con el “escenario didáctico”.

Las preguntas de investigación son: ¿En qué medida la intervención en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, en situaciones de reparto, a través del “escenario didáctico” y el escenario virtual, ayuda a la adquisición de nociones necesarias para la comprensión de la fracción?, ¿cómo evolucionaron las primeras ideas de identificación de todos discretos y continuos, el reparto, la relación parte-todo, la partición, ideas intuitivas de orden y equivalencia?

### Marco teórico

La enseñanza de las matemáticas debe apegarse a la realidad de tal modo que el conocimiento sea significativo para el niño y basado en la solución de problemas del mundo real; por lo tanto, se deben diseñar situaciones concretas para que el estudiante elabore sus propios significados. La creación del modelo de una situación real permitiría que el alumno investigue la situación y lo llevaría a aplicar dicho modelo en la solución de otros problemas (Streefland, 1991, 1993, Goffree, 2000).

El rol del maestro es el de un guía y mediador entre el niño y la cultura, a la luz de los conocimientos previos que reelaboran y el nuevo que construyen los estudiantes en torno a los contenidos que se enseñan. (Streefland, 1993, Solé y Coll, 1999). El docente debe considerar cómo aprenden los alumnos y cómo llegan a comprender un contenido escolar, por lo tanto se espera que planeen la creación de un ambiente adecuado al pensamiento de sus estudiantes en el que haya confrontación de ideas entre los niños y se estimule la argumentación (Kamii, 1994). Schwarz, Hershkowitz y Azmon (2006) señalan que el salón de clase tiene el potencial para practicar las propuestas argumentativas a través de las interacciones eventualmente dirigidas hacia la construcción del conocimiento.

Perera & Valdemoros (2007) mencionan que a través de los problemas de reparto, los estudiantes lograron manifestar expresiones simbólicas de fracción para nombrar la parte del todo repartido, lo que permitió establecer la relación de orden y equivalencia entre las partes fraccionarias obtenidas en dos repartos diferentes, reconociendo dicha relación mediante la percepción de patrones que los estudiantes construyeron, ejemplificándolos con diferentes fracciones para mostrar la misma cantidad.

En cuanto a la “enseñanza experimental”, Perera & Valdemoros (2007, 2009a, 2009b) utilizaron un programa de enseñanza exploratorio, con un enfoque constructivista, en el cual se promovió el desarrollo intelectual de los niños, habilitándolos para que ellos mismos construyeran sus propios conocimientos con base en sus experiencias cotidianas. Las actividades fueron realizadas

fundamentalmente en torno a varios “escenarios didácticos” que representaban distintos espacios o ámbitos de aplicación de las fracciones, propiciando un ambiente de interacción entre compañeros donde hubo intercambio de ideas, discusión sobre sus puntos de vista, el reconocimiento de errores, lo que permitió el avance en sus conocimientos favorecidos por la reflexión de sus trabajos.

El aprendizaje puede estar apoyado con entornos virtuales, pues no se entiende cómo una mera traslación o transposición del contenido externo a la mente del alumno, sino como un proceso de (re)construcción personal de ese contenido. Es esencialmente, seguir de manera continuada el proceso de aprendizaje que el docente desarrolla y ofrecerle los apoyos y soportes que requiera cuando sean necesarios. La ayuda educativa ofrecida por el profesor es el elemento que debe tratar de facilitar esas formas óptimas de construcción. Algunas de sus implicaciones al utilizar entornos virtuales es que incluye restricciones y potencialidades tecnológicas determinadas, que impiden, dificultan, permiten o promueven –entre otras posibilidades– la realización de determinadas actuaciones y la adopción de ciertas formas de organización de la actividad conjunta y no de otras, por parte de sus usuarios. Por lo que los entornos virtuales permiten o promueven ciertas formas de enseñar y aprender (Onrubia, 2005).

### Método

**Escenario:** El estudio se realizó en una escuela perteneciente al sistema público, localizada dentro del área urbana de la Ciudad de México.

**Sujetos:** La edades de los estudiantes oscilaban entre los 9 y 10 años y cursaban el cuarto grado de primaria.

#### Los instrumentos metodológicos:

- ❖ Entrevista grupal para maestros

Para indagar acerca de las dificultades que han tenido al diseñar y desarrollar una clase de fracciones. Además de puntualizar las dificultades que han observado en los alumnos al enfrentarse a actividades relacionadas con fracciones.

- ❖ Cuestionario para los niños

Que contuvo problemas de reparto donde se admiten una interpretación continua o discreta del todo. Con el propósito de conocer las ideas, nociones, conocimientos previos y estrategias empleadas por los niños en la resolución de problemas, en situaciones de reparto.

- ❖ Sesiones de enseñanza

Desarrollo del “escenario didáctico” El restaurante, a través del reparto, se abordó la relación parte-todo, las estrategias de partición y la equivalencia entre fracciones; ya que son nociones necesarias para la comprensión de la fracción. Los alumnos fueron protagonistas, se organizó el grupo en 5 mesas: a) mesa 1 para 2 personas, se repartió 1 pizza, b) mesa 2 de 8 personas, se les entregó 2 pizzas y después 2 más, c) mesa 3 de 6 personas, se repartió 2 pizzas y después 1 más, d) mesa 4 para 4 personas, se dividió 1 pizza, e) mesa 5 de 3 personas que compartirán 1 pizza.

El escenario virtual El restaurante (Ávila y Martínez, 2012), tuvo 3 actividades, en cada una se pidió resolver un problema de reparto. Los todos continuos a repartir ya estaban divididos en doceavos o en cuartos, suponemos que los creadores del sistema virtual pensaron que con ello se facilitaba el reparto y a ellos, la programación.

Los problemas fueron: A) Beto y Nancy invitaron a comer a la familia Franco [Sra. Laura, el Sr. Noé, sus hijos Paty y Javier] al restaurante, de postre repartieron en partes iguales una barra de chocolate y 18 galletas, ¿cuánto comió cada persona de las galletas? B) La familia Franco fue a comer a un restaurante. Al llegar sólo les pudieron dar dos mesas para 2 personas cada una, las cuales no podían mover. De postre les dieron una barra de chocolate por mesa. ¿Cuánto comió cada uno del chocolate? C) La familia Franco decidió ir a desayunar al restaurante, al llegar se encontraron con dos amigos Beto y Nancy. A la familia Franco los sentaron en una mesa para cuatro personas. Pidieron dos pasteles que compartieron en partes iguales. A los amigos los sentaron en una mesa para dos personas y pidieron un pastel para compartirlo entre los dos. ¿Quién comió más pastel, Paty o Nancy? Los problemas anteriores fueron tomados de la investigación realizada por Olgún (2009). En el monitor se observaron objetos que representaron cada situación de los problemas (Figura 1).



Figura 1. Imágenes que mostró el monitor en cada actividad del escenario virtual, a la izquierda la actividad 1, al centro la 2 y a la derecha la actividad 3.

**Validación:** se realizó la triangulación de métodos y de tareas para observar el contraste entre diferentes momentos del trabajo de campo de la investigación, con el objetivo de verificar las tendencias susceptibles de detección e incrementar la validez de los resultados del estudio. Lo anterior hace que la validación sea de carácter mixto.

## Análisis de resultados

En la entrevista grupal que se les realizó a los maestros manifestaron que al trabajar con fracciones las dificultades de sus estudiantes se presentaron al dar la respuesta numérica, sus repartos y particiones carecieron de equidad o no fueron exhaustivos y no supieron identificar si las fracciones son mayores, menores o equivalentes entre sí.

Los docentes resolvieron algunos problemas; en uno de ellos tuvieron que identificar cuántas cuentas tenía un collar, el cual se rompió y quedó distribuido en varios lugares. Los profesores dieron dos respuestas diferentes, como se aprecia en la figura 2.

Suelo	$\frac{1}{6} = 5$ perlas	Suelo	$\frac{1}{6} = 6$ perlas
Lecho	$\frac{1}{5} = 6$ perlas	Lecho	$\frac{1}{5} = 5$ perlas
La joven	$\frac{1}{3} = 10$ perlas	La joven	$\frac{1}{3} = 3$ perlas
El amado	$\frac{1}{10} = 3$ perlas	El amado	$\frac{1}{10} = 10$ perlas
Cordón	6 perlas = $\frac{1}{5}$	Cordón	6 perlas
<b>TOTAL</b>	<b>30 perlas</b>	<b>TOTAL</b>	<b>30 perlas</b>

Figura 2. Respuestas basadas en las estrategias de solución empleadas por los profesores

La respuesta del lado izquierdo reveló que los profesores centrándose en el denominador, lo interpretaron como un natural y sólo sumaron denominadores entre sí. La respuesta de la derecha estuvo basada en una suma de fracciones. Se les cuestionó ¿qué fracción es más grande,  $1/3$  o  $1/6$ ?, entonces ¿por qué en la estrategia I hay más perlas en  $1/6$  que en  $1/3$ ? Los profesores argumentaron que de esas dos fracciones ( $1/6$  y  $1/3$ ) a esta última le corresponde mayor cantidad de perlas.

Los resultados registrados en el cuestionario aplicado a los estudiantes son: a) Las estrategias carecieron de equidad a consecuencia de la estrategia de partición que emplearon, la cual fue dividir en medios; así obtuvieron para los tercios un medio y dos cuartos, para los sextos dos cuartos y cuatro octavos, b) sus respuestas numéricas no concordaron con su estrategia de partición, c) no lograron identificar dos estrategias de reparto para dar solución a un mismo problema; por lo tanto, no pudieron comparar las partes que se produjeron y observar la equivalencia.

En el “escenario didáctico” El restaurante, los alumnos se colocaron en la mesa que se les indicó y se repartieron pizzas. La dificultad observada se dio al dividir las pizzas en tercios y sextos, sin embargo, entre los integrantes de la mesa dieron diferentes estrategias de partición de modo que el reparto cumpliera con las restricciones semánticas referidas a la equidad y exhaustividad.

Algunas de las estrategias que utilizaron fueron: para dividir la pizza en sextos, partieron en medios y cada uno fue dividido en tres partes iguales, por medio de la estimación; al doblar el papel quedaron las partes yuxtapuestas, lo que les aseguró que las partes eran iguales. Para dividir la pizza en tercios trazaron una “Y” mediante la estimación, asegurándose que las partes fueran iguales.

Para comparar las partes que fueron asignadas a los integrantes de cada mesa, se escribió en el pizarrón el nombre de uno de ellos y la fracción de pizza que les dieron: Jaqueline  $1/2$ , Aarón  $2/4$ ,  $1/2$  o  $4/8$ , Fernanda  $3/6$ , Mariana  $2/4$  y Ángel  $1/3$ .

Para trabajar la equivalencia se les preguntó ¿quién comió menos pizza? Una respuesta fue “Jaqueline”, presumiblemente el niño se dejó guiar por el denominador, como fue el más pequeño, creyó que la fracción era la menor de todas. En la lluvia de ideas que se generó argumentaron “un tercio es menos que un medio”, para comprobarlo compararon Jaqueline y Ángel las partes que les tocó de la pizza y concluyeron que el equipo de Ángel comió menos. Cuando se les cuestionó ¿quién comió más? Argumentaron “todos comimos lo mismo, menos los de la mesa de Ángel”, las demás fracciones son equivalentes a  $1/2$ . A manera de corroborar su aseveración cada representante de las mesas se paró, mostró sus pedazos de pizza y entre ellos compararon la parte que les correspondió.

Por último, cada equipo redactó un problema; el texto de la mesa 3 fue: Primero fuimos a la pizzería Kevin, Andrea, Stefani, Lesly, Fernanda y Fernanda. Pedimos 2 pizzas y las repartimos en sextos, luego pedimos otra, de nuevo la repartimos en sextos y a todos les tocaron  $3/6$  a cada uno. Se observó que consideraron el nombre de cada alumno como participante del reparto (Streefland, 1991). La estrategia utilizada fue “Dividen cada unidad en el mismo número de personas” (Olguín, 2009). En el desarrollo del “escenario didáctico” se propició un ambiente de interacción entre compañeros, donde hubo intercambio de ideas, discusión, favoreciendo la reflexión en torno al trabajo que realizaron los alumnos (Perera & Valdemoros, 2009a, 2009b). Utilizaron argumentos para dar sus respuestas, en concordancia con lo planteado por Schwarz, Hershkowitz, y Azmon (2006).

En la primera actividad del escenario virtual, los alumnos tuvieron que repartir una barra de chocolate y 18 galletas a 6 personas. Como el sistema virtual no permitió realizar estrategias de partición, para resolver los problemas utilizaron algoritmos, dividieron las 12 partes –en las que ya estaba dividido el chocolate– entre las seis personas y las 18 galletas entre 6, así pusieron en cada plato dos pedazos de chocolate y tres galletas, dijeron que habían dado  $1/6$  de cada cosa. Para que dieran una fracción equivalente de la parte de chocolate que asignaron a cada plato, se les pidió la

respuesta con base en la división que ya tenía el chocolate y la forma en que repartieron, al identificar que el chocolate estaba dividido en doceavos indicaron que asignaron dos doceavos, por lo tanto, las fracciones  $1/6$  y  $2/12$  son equivalentes.

Para la actividad 2 repartieron dos barras de chocolate a 4 personas las cuales estaban sentadas en dos mesas diferentes, dos personas en cada una. Para realizar el reparto dividieron 12 entre 2, así asignaron 6 partes del chocolate en cada plato y comentaron que a cada uno le dieron  $6/12$ , para argumentar que ese resultado es igual a  $1/2$  emplearon material concreto, el cual dividieron por la mitad y realizaron el reparto.

En la actividades 3 repartieron dos pasteles a 4 personas sentadas en una mesa y un pastel a 2 personas sentadas en otra mesa, con la finalidad de hacer una comparación entre los integrantes de cada reparto y las partes que les asignaron. Se les hizo la pregunta ¿quién comió más pastel, Paty o Nancy? Algunas respuestas fueron “comieron lo mismo”, “porque aquí como nada más era un pastel, dos para ella y dos para él” “aquí eran dos pasteles, entonces dos para ella, dos para él, dos para ella y dos para él”. Para cuestionar sus argumentos se les pidió que justificarán por qué comieron lo mismo si en una mesa se repartieron más pasteles, algunos cambiaron su respuesta y dijeron que Nancy comió más pastel, pero después reflexionaron y expresaron “no, entonces estaba bien, las dos comieron lo mismo, porque las dos comieron  $2/4$ ”, “porque la familia Franco es el doble de los integrantes de los amigos”, “puse  $2/4$  a cada plato o  $1/2$  porque también es una forma de representarlo”.

Nos interesó hacer el contraste entre el “escenario didáctico” y el escenario virtual. Trabajar con el “escenario didáctico” favoreció que los alumnos emplearan diferentes estrategias de partición y reparto. El reparto generó que los alumnos le dieran sentido a la fracción, por lo que al comparar estrategias de reparto y partición, pudieron destacar entre varias fracciones si eran mayores, menores o equivalentes entre sí, además, justificaron sus respuestas dando argumentos (según el planteamiento de Schwarz et al., 2006).

El trabajar con el escenario virtual generó en los alumnos un reto porque no pudieron utilizar las estrategias que emplearon en el “escenario didáctico”, dado que incluyó restricciones tecnológicas, como impedir la utilización sus propias estrategias de partición, lo que promovió la adopción de nuevas estrategias (Onrubia, 2005). Los alumnos utilizaron la división para favorecer la anticipación de la cantidad de partes que asignaron a cada personaje; utilizando el algoritmo con sentido y no de manera mecánica. Para verificar si su respuesta era adecuada emplearon otros recursos como trazos a lápiz y papel o manipulando material concreto.

## Conclusiones

Los resultados obtenidos nos llevan a afirmar que la introducción del “escenario didáctico” y el escenario virtual, ayudó a la adquisición de nociones necesarias para la comprensión de la fracción. Los alumnos, al identificar si el todo era discreto o continuo, eligieron la estrategia de partición y la de reparto, las cuales tuvieron que cumplir con dos restricciones semánticas, la equidad y exhaustividad. Al comparar los resultados que obtuvieron en sus estrategias de reparto, los niños identificaron entre varias fracciones cuál era la mayor, menor o si eran equivalentes entre sí. Lo cual responde a las preguntas de investigación.

En ambos escenarios se propició la discusión, los estudiantes expresaron sus ideas y pensamientos a través de la negociación de significados, por ello, tienen el potencial para practicar las propuestas argumentativas a través de las interacciones eventualmente dirigidas hacia la construcción del conocimiento, lo que permitió que los alumnos superaran sus dificultades.

A través del análisis de las estrategias se constató que el uso del reparto y la correspondiente aplicación de las fracciones es un instrumento por medio del cual emergen ideas del todo y sus partes, de equidad y exhaustividad, además de diversas ideas intuitivas de orden y nociones de equivalencia; conceptos necesarios e indispensables para comprender el número fraccionario.

## Referencias bibliográficas

Ávila, N. & Martínez, L. (2012). *Sistema virtual para la ayuda a la enseñanza de fracciones a nivel primaria*. Tesis de ingeniería no publicada, Escuela Superior de Cómputo del Instituto Politécnico Nacional. Distrito Federal, México.

Goffree, F. (2000). Principios y paradigmas de una educación matemática realista. *Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional*, 9, 151-167. Barcelona: Graó.

Kamii, C. (1994). *Reinventando la aritmética III*. Madrid: Visor Aprendizaje.

Olguín, E. (2009). *Estrategias empleadas por los niños en la resolución de problemas de reparto con fracciones*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Distrito Federal, México.

Onrubia, J. (2005). Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento. Recuperado el día 30 de septiembre de 2013 de <http://www.um.es/ead/red/M2/>

Perera, P. & Valdemoros, M. (2007). Propuestas didácticas para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), *Investigación en*



*educación matemática XI*, 209-218. Tenerife: Edición KA.

Perera, P. & Valdemoros, M. (2009a). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación Matemática*, 21(1), 29-61.

Perera, P. & Valdemoros, M. (2009b). The Case of Karla in the Experimental Teaching of Fractions. *Proceeding of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 361-368. Thessaloniki: Grecia.

Solé, I. & Coll, C. (1999). Los profesores y la concepción constructivista. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé y A. Zabala (Eds.), *El constructivismo en el aula* (pp. 7-23). Barcelona: Graó.

Streefland, L. (1991). The course in theory and practice. En L. Streefland (Ed.), *Fractions in realistic Education: A paradigm of developmental research* (pp. 46-134). Nodrich Standard: Kluwer Academic.

Streefland, L. (1993). The design of a mathematics course a theoretical reflection. *Educational Studies in Mathematics*, 25, 109-135.

Schwarz, B., Hershkowitz, R. & Azmon, S. (2006). The role of the teacher in turning claims to arguments. *Proceeding of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 5, 65-67. Prague: Czech Republic.