

JUICIOS DE ASOCIACIÓN EN TABLAS DE CONTINGENCIA CON DATOS ORDINALES

Association judgments in contingency tables with ordinal data

Gustavo R. Cañadas^a, Carmen Batanero^a, Antonio Estepa^b y Pedro Arteaga^a

^aUniversidad de Granada, ^bUniversidad de Jaén

Resumen

En este trabajo se analizan las estrategias utilizadas por una muestra de 414 estudiantes de psicología al analizar la asociación entre una variable dicotómica y otra ordinal en una tabla de contingencia. Se clasifican las estrategias, extendiendo los niveles propuestos por Pérez Echeverría (1990) para tablas 2x2. Se comparan los resultados con los de Estepa (1993) en un ítem similar y se estudian los conflictos semióticos

Palabras clave: *Tablas de contingencia, datos ordinales, estrategias en juicios de asociación, conflictos semióticos.*

Abstract

In this research we analyze the strategies used by a sample of 414 psychology students to analyze the association between a dichotomous and another ordinal variable in a contingency table. Strategies are classified by expanding the level proposed by Pérez Echeverría (1990). Results are compared with those by Estepa (1993) in a similar item and semiotic conflicts are studied.

Keywords: *Contingency table, ordinal data, association strategies judgments, semiotic conflicts.*

INTRODUCCIÓN

A pesar de la utilidad de las tablas de contingencia para presentar información estadística y de ser la asociación un tema prioritario en los cursos de estadística (Zieffler, 2006), se presta poca atención al tema en la investigación didáctica.

Para llenar esta laguna, en trabajos previos hemos estudiado la competencia de estudiantes de psicología en el análisis de tablas 2x2 de variables cualitativas (Cañadas et al., 2011; Cañadas, et al., en prensa). El objetivo del presente estudio es analizar la citada competencia para el caso de una tabla 2x3 con variables ordinales, puesto que cada nivel de medida (nominal, ordinal o cuantitativo) requiere sus propios métodos de análisis estadístico que, a veces, lo estudiantes confunden (Velleman y Wilkinson, 1993). Las estrategias se clasifican, extendiendo los niveles definidos por Pérez-Echeverría (1990) para variables dicotómicas. Se comparan los resultados con los de Estepa (1993) en una tabla del mismo tipo. Nuestra hipótesis inicial es encontrar resultados similares a los descritos por el citado autor.

INVESTIGACIONES PREVIAS

La investigación sobre la asociación en tablas de contingencia se ha concentrado en las tablas de datos nominales 2x2, mostrándose la escasa competencia de adolescentes (Inhelder y Piaget, 1955) y adultos. Entre otras estrategias incorrectas, se utiliza solo una o dos celdas de la tabla (Smedslund, 1963) o estrategias aditivas (Meiser y Hewstone, 2006). Pérez Echevarría (1990) clasificó las estrategias empleadas en los juicios de asociación en tablas 2x2 de datos nominales en 6 niveles de dificultad: Los niveles de 0 a 3 corresponden a utilizar 0 a 3 celdas para llevar a cabo el juicio de asociación. En los niveles 4 y 5, los estudiantes usan todas las celdas; la diferencia es que la comparación entre las celdas es aditiva en el Nivel 4 y multiplicativa en el Nivel 5.

La interpretación de las tablas de contingencia se complica por la existencia de la "correlación ilusoria" (Chapman, 1967, p. 151) o "*informe de una correlación entre dos clases de acontecimientos que, en realidad, (a) no están correlacionados, (b) se correlacionan en menor medida que lo reportado, o (c) se correlacionan en la dirección opuesta a la que se informa*". Batanero, Godino y Estepa (1998) analizaron las estrategias en los juicios de asociación en una muestra de 213 estudiantes de 17 años encontrando las siguientes concepciones incorrectas: concepción causal o confusión entre asociación y causalidad; concepción unidireccional, cuando no se acepta una asociación inversa, y la concepción local, donde se deduce la asociación de sólo una parte de los datos.

Nuestra investigación complementara el estudio citado de Estepa (resumido en Batanero, Godino, Estepa y Green, 1996), y otros previos (Cañadas, et al., 2011; Cañadas, et al., en prensa) sobre tablas 2x2 de datos nominales. Analizamos también los conflicto semióticos, que Godino, Batanero y Font (2007) definen como: "*cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones)*" (p. 133), en este caso, el profesor y el estudiante.

MÉTODO

La muestra incluyó a 414 estudiantes de primero de psicología de las universidades de Almería (115), Granada (237) y Huelva (62). La tarea propuesta (Figura 1) es una adaptación de otra de Estepa (1993), cambiando los datos para tener mayor asociación (Tau-c de Kendall $T=0,64$, frente a $T=0,32$), sin variar el contexto.

La siguiente tabla nos indica el número de estudiantes que aprobaron o suspendieron un examen teniendo en cuenta el tiempo que cada estudiante dedicó a prepararlo

	Menos de 5 h	Entre 5 y 10 h	Más de 10 h	Total
Suspensos	20	7	2	29
Aprobados	5	15	51	71
Total	25	22	53	100

a. Utilizando estos datos razona si aprobar o suspender el examen tiene relación con el tiempo dedicado a prepararlo.

b. Indica cómo has usado los números de la tabla, para llegar a tu conclusión.

c. Asigna una puntuación entre 0 (mínimo) y 1 (máximo) según la intensidad de esta relación, marcando una cruz en el punto de esta escala que creas adecuado:

0 _____ 0,5 _____ 1

Figura 1. Tarea propuesta

Los estudiantes no habían estudiado asociación, aunque tenían conocimientos básicos de estadística. Por tanto, sus posibles errores son intuitivos y no achacables a la enseñanza. En la parte (a), los estudiantes proporcionan un juicio asociación y en la (c) dan una estimación del coeficiente de asociación. Un análisis cualitativo del razonamiento en el punto (b) identifica las estrategias utilizadas, que fueron revisadas por dos miembros del equipo, para aumentar la fiabilidad, discutiéndose la clasificación con otros miembros en caso de desacuerdo.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Juicios de asociación y estimación de la asociación

En la Tabla 1 se presenta el porcentaje de estudiantes que da un juicio positivo de asociación y el valor medio estimado del coeficiente de asociación. La mayoría de los estudiantes indican asociación, siendo consistentes con la estimación del coeficiente, que en promedio sobreestima el verdadero valor; lo que puede explicarse por la correlación ilusoria (Chapman, 1967). La sobre estimación es bastante mayor que la obtenida en las tablas de datos nominales en Cañadas et al. (en prensa), salvo en el caso de independencia perfecta. Pensamos ello indica la mayor dificultad de los juicios de asociación con datos ordinales. Batanero et al. (1996) no estudian la estimación del coeficiente de asociación.

Tabla 1. Resultados en juicios de asociación y estimación

	Almería (n=115)	Granada (n=237)	Huelva (n=62)	Total (n=414)
Número (y porcentaje) de estudiantes que consideran que hay asociación	110 (95,7)	235 (99,2)	57 (91,9)	402 (97,1)
Valor medio estimado para el coeficiente de asociación	0,84	0,81	0,81	0,82

Niveles de estrategias

Las estrategias de los estudiantes fueron clasificadas en correctas, parcialmente correctas (que produce respuestas correctas sólo en tablas específicas) e incorrectas. Esta clasificación se cruzó con los niveles de Pérez Echeverría (1990), extendidos para tablas 2x3, en la forma siguiente:

- *Nivel 0.* No se usan los datos de la tabla. Todas son incorrectas. Dentro de ellas hemos encontrado cuatro alumnos que se basan en las teorías previas, mostrándola correlación ilusoria (Chapman y Chapman, 1967). Otros cuatro no especifican con claridad el procedimiento.
- *Nivel 1.* Se utiliza una sola celda. Son todas incorrectas. Siete de estos alumnos usan la celda de mayor frecuencia: “100 personas \rightarrow 51 aprobaron con más de 10 horas de estudio” (E48), mientras otro usa la de menor frecuencia “Si, ya que según la tabla a más de 10 h de estudio menos probabilidad de suspender; solo 2 de 53”. (E60).
- *Nivel 2.* En este nivel 119 estudiantes utilizaron una sola distribución condicional. La estrategia fue parcialmente correcta en 93 de ellos, que se basan en el crecimiento de la distribución condicional: “He observado los datos de la tabla y según más horas se les dedique de estudio existe un mayor número de aprobados” (E14); no es correcta, pues podría haber el mismo crecimiento en la distribución condicional de suspensos, aunque funciona en esta tabla. El resto de estrategias son incorrectas: Ocho estudiantes comparan la primera y última celda de esta distribución: “Solo 5 personas de 100 aprobaron estudiando menos de 5 horas frente a las 51 personas de 100 que aprobaron estudiando más de 10 horas” (E1); 14 comparan las celdas de frecuencia máxima y mínima (Batanero et al., 1996): “He buscado el número mayor y se corresponde a 51 (Más de 10 horas-aprobados) y el más bajo 2 (más de 10 horas-suspensos)” (E11); y cuatro utilizan otros procedimientos: “He concluido que si los estudiantes suspensos se pasan de la mitad de su total es que si tiene relación” (E163).
- *Nivel 3:* Usan una distribución condicional y alguna otra celda, pero no todas. De ellas 48 son parcialmente correctas. Se trata de alumnos que comparan dos distribuciones condicionales por columnas, ignorando la tercera; es decir, intentan transformar su tabla 2x3 en otra 2x2. No es correcta porque la comparación con la distribución restante podría hacer variar el resultado aunque funciona en esta tabla: “He llegado a esa conclusión porque cuando se le dedica menos tiempo al estudio hay mayor número de suspensos y cuando le dedicas mayor tiempo hay el triple de aprobados.” (E67). Otro estudiante usa una estrategia incorrecta, pues intenta calcular la probabilidad condicionada, pero no es capaz de determinar los casos favorables y posibles: “ $A = \text{aprobar}; D \Rightarrow 10h; P(A/D) = 71/53$ ” (E160). Hacemos notar que en las estrategias de los niveles 1 a 3 los estudiantes usan sólo parte de los datos, mostrando una concepción local (Batanero et al., 1996).
- En el Nivel 4 los estudiantes usan todas las celdas con comparaciones aditivas. De ellos 153 son parcialmente correctas, pues comparan las dos distribuciones condicionales por fila en forma aditiva: “Si tiene relación, se aprueba cuantas + horas se estudia y viceversa” (E3). Aparecen dos estrategias incorrectas: dos estudiantes comparan todas las frecuencias absolutas dobles entre sí: “Tras el estudio a 100 personas (71 aprobados y 29 suspensos en total) se ha demostrado que hay más personas aprobadas por haberle dedicado más horas de estudio, por lo tanto existe una relación directa entre estudiar durante más tiempo y aprobar” (E233); y tres comparan los totales de las distribuciones condicionadas: “Si el total de los sujetos son 100, 71 de los mismos han aprobado y en cambio 29 han suspendido” (E35).

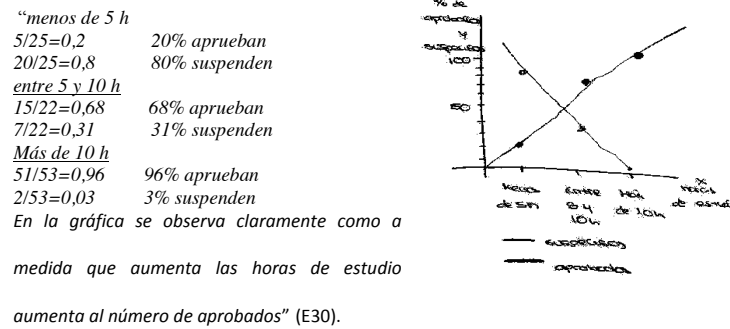


Figura 2. Estrategia de Nivel 5 basada en la representación gráfica

- Nivel 5: comparaciones multiplicativas de todas las celdas. Aparecen dos estrategias correctas: 24 estudiantes comparan todas las distribuciones de frecuencias relativas condicionales de una variable: “Tiene relación ya que 20/29 suspensos dedicaron menos de 5 horas, mientras que 51/71 aprobados le dedicaron más de 10 horas” (E29); y otros comparan las posibilidades a favor y en contra de B en cada valor de A: “Los que han estudiado más de diez horas han aprobado en mayor cantidad. Los que han estudiado entre 5 y 10 horas han aprobado 2/3 y suspendido 1/3. En cambio, los que estudiaran menos de 5 horas han suspendido 3/4 de los aprobados” (E313). Un estudiante compara gráficamente las distribuciones (Figura 2); consideramos la estrategia parcialmente correcta porque sólo estudia el crecimiento en una de ellas. El resto de estrategias son incorrectas: doce estudiantes comparan las frecuencias dobles relativas entre sí o con el número total de observaciones: “Calculando los porcentajes de aprobados y suspensos sobre el total” (E111). Otros tres realizan otros procedimientos incorrectos por ejemplo Figura 3 realiza cálculos con las distribuciones condicionales de suspensos y aprobados, sin llegar a ninguna conclusión.

Tabla de frecuencia (aprobados)					Tabla de frecuencia (suspensos)				
X	F	p_i	F	P_i	X	F	p_i	F	P_i
-5h	5	0,07	5	7	-5h	20	0,68	20	68
5-10h	15	0,21	20	21	5-10h	7	0,24	27	24
+10h	<u>51</u>	<u>0,72</u>	71	<u>72</u>	+10h	<u>2</u>	<u>0,07</u>	29	<u>7</u>
	N=71	1		100%		N=29	1		99%

Figura 3. Ejemplo de estrategia incorrecta de nivel 5 del E87

En la Tabla 2 se presenta la frecuencia de las respuestas en la clasificación anterior. Sólo 27 estudiantes (6,5%) utilizan estrategias correctas, aunque el 72,7% son parcialmente correctas. Los estudiantes tienden a utilizar los niveles 2 ó 4, en los cuales ninguna estrategia es correcta. Además, algo menos del 50% de estudiantes no utilizaron toda la información de las celdas, ya que sus estrategias son de nivel 3 o inferior, mostrando la concepción local (Estepa, 1993).

Tabla 2. Frecuencias (y porcentajes) de estrategias por niveles

	Incorrecta	P. correcta	Correcta	Total
Nivel 0	8 (13)			8 (2)
Nivel 1	8 (13)			8 (2)
Nivel 2	26 (40)	93 (31)		119 (29)
Nivel 3	1 (2)	48 (16)		49 (12)
Nivel 4	6 (10)	153 (49)		159 (38)
Nivel 5	15 (24)	7 (2)	27 (100)	49 (12)
No responde				22 (5)
Total	64	301	27	414

Aproximadamente la mitad de los estudiantes usan todos los datos (nivel 4 y 5), pero 38% utiliza las cuatro celdas con comparaciones aditivas, una estrategia descrita por Inhelder y Piaget (1955), y Batanero et al. (1996). Finalmente, la mayoría de estrategias de nivel 5 son correctas ya sea comparando los odds ratios o las distribuciones condicionales.

La precisión en la estimación del coeficiente de asociación aumenta con la corrección de la estrategia; pues se estudió mediante ANOVA las diferencias de error de estimación en estrategias correctas, parcialmente incorrectas e incorrectas, encontrando un valor estadísticamente significativo ($p=0,001$); y un valor moderado del coeficiente de asociación $C=0,37$.

Conflictos semióticos

Como se ha indicado, en nuestro marco teórico el conflicto semiótico es menos exigente que el de concepción, pues no se requiere estabilidad, sino simplemente una interpretación errónea por parte del estudiante. En lo que sigue tratamos de explicar la fuerte presencia de estrategias incorrectas y parcialmente correctas en términos de conflictos semióticos, interpretando como tales, algunas concepciones descritas por Estepa (1993), ya que no hemos probado su estabilidad en los estudiantes.

Propiedades incorrectas atribuidas a la asociación:

- *Confundir causalidad con asociación.* Aparece en estrategias de nivel 0 al igual que en Estepa (1993) quien lo denomina concepción causal de la asociación.
- *Suponer que la asociación se deduce sólo de una parte de los datos.* Implica la existencia de la *concepción local* sobre la asociación (Estepa, 1993).
- *Suponer que la asociación se deduce de comparaciones aditivas.* Descrito también por Piaget e Inhelder (1951) en la comparación de probabilidades, aparece en las estrategias de nivel 4.
- *Esperar un valor elevado en la primera celda de la tabla;* ó suponer que este valor ha de ser mayor a la mitad de la muestra para aceptar la asociación. No hemos encontrado este conflicto en la literatura; aparece en algunas estrategias de nivel 2.

Propiedades incorrectas atribuidas a la independencia:

- *Suponer equiprobabilidad en las celdas de la tabla en caso de independencia.* Aparece en las estrategias de nivel 5 y no lo hemos encontrado descrito. Implica confusión entre independencia y equiprobabilidad.

Confusión de conceptos y propiedades:

- *Confusión de frecuencia doble y marginal* citado por Estepa (1993) y que aparece en algunas estrategias de nivel 4 y 5. Lleva a deducir la asociación a partir de las frecuencias marginales.

- *Confundir razón y frecuencia absoluta.* Relacionado con la confusión entre probabilidad y caso posible, aparece en el nivel 4. Encontrado por Contreras (2011) en el cálculo de probabilidades.
- *Confundir frecuencia con valor de la variable.* Indica incompreensión del concepto de distribución y fue descrita por Carvalho (2001) y Ruiz (2006). En nuestro trabajo lo encontramos en el nivel 4.
- *Calcular la media de las frecuencias.* El estudiante supone que se puede calcular y no comprendiendo el significado de la media, error descrito por Estepa (1993), y Mayén (2009). Aparece en las estrategias de niveles 4 y 5.
- *Confundir variable ordinal y cualitativa.* Implica confusión entre estos tipos de escalas de medida y lo hemos hallado en el nivel 5.
- *Confundir frecuencias dobles y condicionales.* Similar al descrito por Falk (1986) en relación a la probabilidad condicional. Aparece en el nivel 5.
- *Confundir $P(B|A)$ con $P(A|B)$,* es decir, intercambiar los términos de una probabilidad condicional, error descrito por Falk (1996), Díaz (2007) y Contreras (2011); aparece en el nivel 5.
- *Confundir una tabla de contingencia con una tabla de frecuencias.* Los estudiantes la tratan como una sola variable. Por tanto confunden variable doble con variable simple y frecuencia doble con frecuencia marginal. Aparece en el nivel 5.
- *Obtener una probabilidad mayor que 1.* Se llega a este resultado al confundir casos favorables con posibles y además no es consciente de un axioma de la probabilidad. Este error es descrito en Contreras (2011). Aparece en el nivel 3.

Conflictos procedimentales:

- *Basar el juicio de asociación en las teorías previas.* Aparece en el nivel 0. Son los estudiantes que manifiestan la correlación ilusoria descrita por Chapman y Chapman (1967).
- *Comparar muestras de distinto tamaño usando frecuencias absolutas.* Es descrito en Estepa (1993) y se debe a una incompreensión del concepto de distribución. En nuestro estudio se presenta en los niveles 4 y 5.
- *Reducir la tabla 2×3 a una tabla 2×2 .* Se aplica incorrectamente una propiedad de las tablas de contingencia $r \times c$, que es la posibilidad de subdividir la tabla de contingencia en subtablas 2×2 , basándonos en el teorema de la aditividad. Sin embargo, esta división no se aplica para aplicar procedimientos intuitivos, por ejemplo, basados en la comparación de proporciones (Ato y López, 1996).

DISCUSIÓN Y CONSECUENCIAS DE LA ENSEÑANZA

La mayoría de los estudiantes han sobrevalorado la asociación, debido a la correlación ilusoria ó la falta de familiaridad con datos ordinales.

Las estrategias son mejores que los de Estepa (1993) y Batanero et al. (1996), de cuyos estudiantes sólo el 5,6% llegan a estrategias correctas en este ítem y sólo 31% a estrategias de nivel 4. Deducimos el coeficiente de asociación más fuerte en nuestro ítem influye en la mejor percepción de la asociación.

Asociados a las estrategias incorrectas y parcialmente incorrectas, se ha identificado una amplia lista de conflictos semióticos, algunos descritos anteriormente y otros nuevos. Puesto que un

conflicto semiótico no supone en principio una fuerte convicción por parte de los estudiantes, sino más bien una interpretación incorrecta de un concepto, propiedad o procedimiento, es posible corregirlos con una instrucción adecuada. Por ello su identificación es un primer paso para su superación.

Todas estas razones sugieren la necesidad de una mayor investigación sobre la enseñanza de la asociación y sobre la comprensión de los datos ordinales. En este sentido se ha realizado una experiencia de enseñanza de la asociación estadística (Cañadas, 2012), mostrando los resultados de los primeros análisis la mejora de algunos de los conflictos identificados en el estudio; por ejemplo, el paso de los alumnos a estrategias mayoritariamente de nivel 5, la superación de la confusión entre asociación y causalidad y la mejor discriminación entre los diferentes tipos de frecuencia en la tabla de contingencia.

Agradecimientos: Proyecto EDU2010-14947 (MINN_FEDER) y Grupo FQMN-126 (Junta de Andalucía).

REFERENCIAS

- Ato, M., y López, J. J. (1996). *Análisis estadístico para datos categóricos*. Madrid: Síntesis.
- Batanero, C., Estepa, A., Godino, J. D., & Green, D. (1996) Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 151-169.
- Batanero, C., Godino, J., y Estepa, A. (1998). La construcción del significado de la asociación mediante actividades de análisis de datos: Reflexiones sobre el papel del ordenador en la enseñanza de la Estadística. En J. R. Pascual (Eds.), *II Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 169-185). Pamplona: Universidad Pública de Navarra.
- Cañadas (2012). *Comprensión intuitiva y aprendizaje formal de las tablas de contingencia en alumnos de psicología*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Cañadas, G., Batanero, C., Contreras, J. M., y Arteaga, P. (2011). Estrategias en el estudio de la asociación en tablas de contingencia por estudiantes de psicología. *Educación Matemática*, 23(2), 5-32.
- Cañadas, G., Batanero, C., Díaz, y C. Estepa, A. (En prensa). Un estudio de evaluación de la precisión de los estudiantes de psicología en la estimación de la asociación. *Bolema*.
- Carvalho, C. (2001). *Interação entre pares. Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7º ano de escolaridade*. Tesis Doctoral. Universidad de Lisboa.
- Chapman, L. J. (1967). Illusory correlation in observational report. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 6(1), 151-155.
- Contreras, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Díaz, C. (2007). *Viabilidad de la enseñanza de la inferencia bayesiana en el análisis de datos en psicología*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Estepa, A. (1993). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Falk, R. (1986). Conditional probabilities: insights and difficulties. En R. Davidson y J. Swift (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics*. (pp. 292-297). Victoria, Canada: International Statistical Institute.
- Godino, J. D. Batanero, C., & Font, V. (2007) The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Inhelder, B., y Piaget, J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. (From the child's

- logic to the adolescent's logic). Paris: Presses Universitaires de France.
- Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central por estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Meiser, T., & Hewstone, M. (2006). Illusory and spurious correlations: Distinct phenomena or joint outcomes of exemplar-based category learning? *European Journal of Social Psychology*, 36(3), 315-336.
- Pérez Echeverría, M. P. (1990). *Psicología del razonamiento probabilístico*. Madrid: Universidad Autónoma.
- Piaget, J., e Inhelder, B. (1951). *La g n se de l'id e de hasard chez l'enfant*. Paris: PUF.
- Ruiz, B. (2006). *Un acercamiento cognitivo y epistemol gico a la did ctica del concepto de variable aleatoria*. Tesis de M ster. IPN, M xico.
- Smedlund, J. (1963). The concept of correlation in adults. *Scandinavian Journal of Psychology*, 4, 165-174.
- Velleman, P. y Wilkinson, L. (1993). Nominal, ordinal, interval and ratio typologies are misleading. *The American Statistician*, 47(1), 65-72.
- Zieffler, A. (2006). *A longitudinal investigation of the development of college students' reasoning about bivariate data during an introductory statistics course*. PhD. University of Minnesota.